Письма в ЖЭТФ, том 48, вып. 2, стр. 61 – 63 *25 июля 1988 г.*

РАСШИРЕНИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ПЕНРОУЗА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К ОПИСАНИЮ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

Д.В.Волков, А.А.Желтухин

Предложено расширение представления Пенроуза (4), на основе которого показано, что безмассовые суперчастицы (суперструны) и спиновые частицы (фермионные струны) в четырехмерном пространстве могут быть описаны единым образом в терминах коммутирующих $u_A(\tau)$ $(u^\alpha_A(\tau,\sigma))$ и грассмановых $\theta_A(\tau)(\theta_A(\tau,\sigma))$ вейлевских спиноров, свободных от связей, генерируемых локальными (супер) симметриями.

Понимание механизма сокращения аномалий в суперструнах [1] предполагает установление четких связей между глобальной и локальной суперсимметриями суперструн Грина–Шварца и листовой суперсимметрией фермионных струн Нэве–Шварца [2]. Здесь устанавливается наличие таких связей уже на уровне действий спиновой [3] и суперсимметричной [4] частиц, которые соответствуют пределу бесконечного струнного натяжения, и доказывается их эквивалентность на массовой оболочке спиноров $u_A(\tau)$ четырехмерного пространства.

Действие безмассовой частицы со спином половина в четырехмерном пространстве [3]

$$S_{1/2} = \int d\tau\,[p^{\dot A A}\dot x_{A\dot A} - \frac{i}{2}\psi^{\dot A A}\dot\psi_{A\dot A} - \frac{e}{2}p^{\dot A A}p_{A\dot A} - \frac{i}{2}\chi p^{\dot A A}\psi_{A\dot A}] \tag{1}$$

характеризуется двумя связями, генерирующими уравнения Клейна –Гордона и Дирака

$$p^{\dot A A}p_{A\dot A} = 0\,, \qquad p^{\dot A A}\psi_{A\dot A} = 0. \tag{2}$$

Для описания частиц с нулевым спином и массой Пенроуз [5] ввел спинорное представление для их 4-импульсов $p_{A\dot A} = u_A\bar u_{\dot A}$, автоматически разрешающее связь $p^2 = 0$, вследствие соотношения $u^A u_A = 0$. Здесь мы обобщаем подход Пенроуза на спиновые частицы и вводим дополнительные к u_A грассмановы спиноры θ_A, что позволяет представить грассманов 4-вектор $\psi_{A\dot A}$ в форме, разрешающей связи (2) для спиновых частиц

$$p_{A\dot A} = u_A\bar u_{\dot A}\,, \qquad \psi_{A\dot A} = u_A\bar\theta_{\dot A} + \theta_A\bar u_{\dot A} \tag{3}$$

Действие (3) и уравнения движения для переменных u_A, θ_A имеют вид

$$S_{1/2} = \int d\tau\,[u^A\bar u^{\dot A}\dot x_{A\dot A} - \frac{i}{2}(u^A\bar\theta^{\dot A} + \theta^A\bar u^{\dot A})\dot{(u_A\bar\theta_{\dot A} + \theta_A\bar u_{\dot A})}]\,, \tag{4}$$

$$\text{а)}\quad \dot u_A = i\beta(\tau)u_A(\tau)\,, \quad \text{б)}\quad \dot\theta_A = \frac{1}{4}\chi(\tau)u_A(\tau). \tag{5}$$

Представление действия (4) инвариантно относительно преобразований локальной листовой суперсимметрии с вещественным параметром $\alpha(\tau)$

$$\delta u_A = 0, \qquad \delta\theta_A = \frac{1}{2}\alpha u_A\,, \qquad \delta x_{A\dot A} = i\alpha(u_A\bar\theta_{\dot A} + \theta_A\bar u_{\dot A}), \tag{6}$$

а также $U(1)$ локальных преобразований $\delta u_A = iau_A$, $\delta\theta_A = ia\theta_A$ и преобразований дополнительной вещественной локальной суперсимметрии $\delta\theta_A = i\mu u_A$, $\delta u_A = 0$, не меняющих представления (3). С учетом $U(1)$-симметрии и уравнения движения для u_A (5а) действие (4) приводится к действию суперсимметричной частицы [4, 6] с $p_{A\dot A} = u_A\bar u_{\dot A}$

$$S'_{1/2} = \int d\tau u^A \dot{\bar{u}}^{\dot{A}} [\dot{x}_{A\dot{A}} - \frac{i}{2}(\dot{\theta}_A \bar{\theta}_{\dot{A}} - \theta_A \dot{\bar{\theta}}_{\dot{A}})] = S_{\text{сч}} , \quad (7)$$

инвариантному относительно преобразований глобальной суперсимметрии

$$\delta u_A = 0, \quad \delta\theta_A = \epsilon_A , \quad \delta x_{A\dot{A}} = \frac{i}{2}(\theta_A \bar{\epsilon}_{\dot{A}} - \epsilon_A \bar{\theta}_{\dot{A}}) \quad (8)$$

и локальной Зигелевской суперсимметрии [7], которая в рассматриваемом подходе получается комплексификацией $\alpha(\tau)$ листовой суперсимметрии (6)

$$\delta u_A = 0, \quad \delta\theta_A = 2\alpha u_A , \quad \delta x_{A\dot{A}} = i\alpha(\theta_A \bar{u}_{\dot{A}} + u_A \bar{\theta}_{\dot{A}}). \quad (9)$$

Учитывая равенство числа степеней свободы суперсимметричных и спиновых частиц, приходим к выводу об их классической эквивалентности при выполнении уравнений движения для спиноров u_A, $\bar{u}_{\dot{A}}$ (5), из которых следует, что эволюция u_A, $\bar{u}_{\dot{A}}$ сводится к $U(1)$ калибровочным преобразованиям.

Представление (3) является простым следствием условия обратного эффекта Хиггса (ОЭХ) [8] для локально (6) и глобально (8) суперсимметричной формы $W_{\bar{\eta}A\dot{A}}$, построенной из суперполей $X_{A\dot{A}}(\tau,\eta)$ и $\Theta_A(\tau,\eta)$

$$W_{\bar{\eta}A\dot{A}} = D_{\bar{\eta}} X_{A\dot{A}} - i(D_{\bar{\eta}}\Theta_A \bar{\Theta}_{\dot{A}} + \Theta_A D_{\bar{\eta}} \bar{\Theta}_{\dot{A}}), \quad (10)$$

$$X_{A\dot{A}}(\tau,\eta) = x_{A\dot{A}}(\tau) + i\eta e^{1/2} \psi_{A\dot{A}}(\tau) ,$$

$$\Theta_A(\tau,\eta) = \sqrt{2}(\theta_A(\tau) + \frac{1}{2}\eta e^{1/2} u_A(\tau)),$$

где $D_{\bar{\eta}} = E^{-1}(\tau,\eta)(\partial_\eta + i\eta\partial_\tau)$. В компонентной записи из (10) имеем

$$\psi_{A\dot{A}} = u_A \bar{\theta}_{\dot{A}} + \theta_A \bar{u}_{\dot{A}} , \quad \dot{x}_{A\dot{A}} = u_A \bar{u}_{\dot{A}} + 2i(\dot{\theta}_A \bar{\theta}_{\dot{A}} - \theta_A \dot{\bar{\theta}}_{\dot{A}}). \quad (11)$$

Представление Пенроуза для $p_{A\dot{A}}$ вместе с уравнением движения (5,б) получается из (11) после подстановки $\dot{x} = ep - \frac{i}{2}\chi\psi$ и решения связи (2).

Рассматриваемый твисторный подход обобщается на струны. Как и в случае частиц, связь между грассмановыми переменными фермионной струны [2] и суперструны [1] (или гетероидной струны) устанавливается с помощью условия ОЭХ для листовой спинорной формы $W_{\alpha A\dot{A}}$ (для $N=2$ СУСИ $i=1,2$)

$$W_{\alpha A\dot{A}} = D_\alpha X_{A\dot{A}} - i(D_\alpha \Theta^i_A \bar{\Theta}^i_{\dot{A}} + \Theta^i_A D_\alpha \bar{\Theta}^i_{\dot{A}}),$$

$$X_{A\dot{A}} = x_{A\dot{A}}(\xi^m) + i\eta^\alpha \psi_{\alpha A\dot{A}}(\xi^m) + \frac{i}{2}(\eta^\alpha\eta_\alpha) F_{A\dot{A}}(\xi^m), \quad (12)$$

$$\Theta^i_A = \theta^i_A(\xi^m) + \eta^\alpha u^i_{\alpha A}(\xi^m) + \frac{i}{2}(\eta^\alpha\eta_\alpha)\rho^i_A(\xi^m).$$

В суперконформной калибровке, где $D_\alpha = E^{-1/2}(\partial/\partial\eta^\alpha - i(\eta\gamma^m)_\alpha \partial/\partial\xi^m)$, из условия ОЭХ (12) получим представление для $\partial_m x_{A\dot{A}}$ и струнного спинорного грассманова поля $\psi_{\alpha A\dot{A}}$ через спинорные поля суперструны θ^i_A и u^i_A

$$\psi_{\alpha A\dot{A}} = u^i_{\alpha A}\bar{\theta}^i_{\dot{A}} + \theta^i_A \bar{u}^i_{\alpha\dot{A}}$$

$$\partial_m x_{A\dot{A}} = i(\partial_m \theta^i_A \bar{\theta}^i_{\dot{A}} - \theta^i_A \partial_m \bar{\theta}^i_{\dot{A}}) - (\bar{u}^i_{\dot{A}}\gamma_m u^i_A), \quad (13)$$

а также уравнения движения для спиноров θ^i_A и представление $F_{A\dot{A}}$ через ρ^i_A и u^i_A . Имея связь между грассмановыми переменными суперструны и фермионной струны можно определить связь их лагранжианов аналогично тому, как в случае частиц, рассмотренном выше.

Отметим еще одно естественное обобщение, вытекающее из твисторного подхода. Оно состоит в том, что, используя введенные выше локально и глобально суперсимметричные формы $W_{\bar{\eta}A\dot{A}}$ (10) для частиц или (12) для струн, можно строить дважды суперсимметричные суперполевые действия для частиц и струн. Для частиц предлагаемое действие обобщает действие спиновых суперчастиц [9] и имеет вид

$$S = \frac{-i}{2} \int d\tau d\eta E(\tau, \eta) [c_1 W_{\bar{\tau}}^{\dot{A}A} W_{\bar{\eta}A\dot{A}} + c_2 D_{\bar{\eta}} X^{\dot{A}A} D_{\bar{\eta}} \Theta_A D_{\bar{\eta}} \bar{\Theta}_{\dot{A}}]. \tag{14}$$

Аналогичное локально и глобально суперсимметричное действие для струн получается из действия фермионной струны [2] путем замены плоской ковариантной производной $D_\alpha X_{A\dot{A}}$ на инвариантную форму (12) с возможным появлением члена Весса–Зумино, характерного для струн с глобальной СУСИ:

$$S = \int d^2\xi d^2\eta [c_1 W^{\alpha\dot{A}A} W_{\alpha A\dot{A}} + c_2 (W - Z\text{-член})]. \tag{15}$$

Рассмотренный подход естественным образом обобщается на пространства с размерностью $D = 6{,}10$, где имеется глубокая связь с кватернионными и октанионными алгебрами с делением [11] и твисторами для $D = 10$ [10].

После завершения работы Д.Сорокин сообщил нам, что действия (14) и (15) рассматриваются Ан.Каваловым и Р.Мкртчяном независимо.

Авторы благодарны И.Бандосу, В. Гершену, Л.Липатову, Д.Сорокину, В.Сороке и В.Ткачу за стимулирующие обсуждения.

Литература

1. *Green M.B., Schwarz J.H.* Phys. Lett., B, 1984, **136**, 367.
2. *Deser S., Zumino B.* Phys. Lett., B, 1976, **65**, 369.
3. *Brink L. et al.* Phys. Lett., B, 1976, **64**, 435.
4. *Brink L., Schwarz J.H.* Phys. Lett., B, 1981, **100**, 310.
5. *Penrose R., Mac Callum M.* Phys. Rep. C, 1972, **6**, 241; *Ferber A.* Nucl. Phys., B, 1978, **132**, 55.
6. *Волков Д.В., Сорокин Д.П., Ткач В.И.* ЯФ, 1986, **43**, 222,
7. *Siegel W.* Phys. Lett., B, 1983, **128**, 397.
8. *Иванов Е.А., Огиевецкий В.И.* ТМФ, 1975, **25**, 164.
9. *Kowalski-Glikman et al.* Phys. Lett., B, 1988, **201**, **210**.
10. *Witten E.* Nucl. Phys., B, 1986, **266**, 245.
11. *Gursey F.* Preprint YTP-87-25,26-Yall., 1987.

Харьковский физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
14 июня 1988 г.