

# Псевдощель в спин-поляронном подходе для спектра носителей двумерного допированного аниферромагнетика

А. Ф. Барабанов<sup>1)</sup>, А. М. Белемук

Институт физики высоких давлений РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 14 апреля 2008 г.

В рамках модели двумерной решетки Кондо с сильным спин-дырочным антиферромагнитным обменом рассматривается псевдощелевое поведение спектральной функции носителей  $A(\mathbf{k}, \omega)$  в оптимальном и почти диэлектрическом пределах допирования. Отличительной чертой рассмотрения является введение спинового полярона уже в среднеполевом (СП) приближении, что приводит к формированию двух зон (аналоги верхней и нижней хаббардовских зон) и позволяет сразу учесть основную перестройку  $A(\mathbf{k}, \omega)$ . Учет рассеяния СП полярона (в рамках неприводимых функций Грина) описывает дальнейшую перестройку  $A(\mathbf{k}, \omega)$ , в частности, необычное возникновение псевдощели вблизи точек  $\mathbf{N} = (\pm\pi/2, \pm\pi/2)$ .

PACS: 71.38.+i, 74.20.Mn, 74.72.-h, 75.30.Mb, 75.50.Ee

Экспериментальное изучение (в первую очередь по фотоэмиссии с угловым разрешением (ARPES)) спектров носителей допированных купратов в нормальном состоянии демонстрирует необычный характер квазичастичной зоны. Известно, что из-за сильного взаимодействия носителей со спиновой подсистемой нормальное состояние высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) характеризуется сложным поведением спектральных и транспортных свойств [1–3]. Переход по допированию из металлического в диэлектрическое состояние сопровождается возникновением псевдощели с подавлением спектральной плотности носителей  $A(\mathbf{k}, \omega)$  при частотах, отвечающих химическому потенциалу  $\mu$ . Одновременно резко возрастает спиновая корреляционная длина. В псевдощелевом режиме плотность состояний максимальна для состояний с ферми-импульсами, близкими к нодальному направлению  $\Gamma(0, 0) - \mathbf{M}(\pi, \pi)$  зоны Бриллюэна (ЗБ) и сильно уменьшается вблизи антинодальной области, отвечающей точкам  $\mathbf{X} = (\pm\pi, 0), (0, \pm\pi)$ .

Одним из центральных вопросов теории остаётся описание “дугообразного” (ark) характера поверхности Ферми (ПФ) и объяснение механизма формирования псевдощели при переходе из режима оптимального допирования в сильно недопированный предел [4–7]. В последнее время имеется существенное теоретическое продвижение в изучении проблемы, см., например, [8–12] и ссылки в них. Наиболее интенсивно проблема изучается в рамках различных вариантов моделей Хаббарда и  $t - J$  [13–15]. При этом

остаются сложности при попытках единого описания пределов малого и оптимального допирований.

В настоящей работе формирование псевдощели изучается в случае регулярной модели Кондо, для которой (в отличие от модели Хаббарда) носители и спиновая подсистема разделены в нулевом приближении по их обменному взаимодействию  $\hat{J}$ . Такая модель наиболее близка к спин-фермионному прототипу модели Эмери [16]. Отличительной чертой рассмотрения является введение спинового полярона уже в среднеполевом (СП) приближении. Это приводит к формированию двух зон и позволяет сразу учесть существенную часть  $\hat{J}$  взаимодействия. Учет рассеяния полярона существенно меняет  $A(\mathbf{k}, \omega)$  вблизи границы антиферромагнитной зоны Бриллюэна (АФМ ЗБ) и формирует псевдощель.

Гамильтониан модели на квадратной решетке (постоянную решетки полагаем  $g = 1$ ) имеет вид

$$\hat{H} = \hat{h} + \hat{J} + \hat{I},$$

$$\hat{h} = \sum_{\mathbf{R}, \mathbf{l}=\mathbf{g}, \mathbf{d}, 2\mathbf{g}} t_{\mathbf{l}} a_{\mathbf{R}+\mathbf{l}, \sigma}^+ a_{\mathbf{R}, \sigma} = \sum_{\mathbf{k}} \varepsilon_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma}, \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = 4(t_g \gamma_{g\mathbf{k}} + t_d \gamma_{d\mathbf{k}} + t_{2g} \gamma_{2g\mathbf{k}}),$$

$$\hat{I} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{R}, \mathbf{l}=\mathbf{g}, \mathbf{d}} I_{\mathbf{l}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}+\mathbf{l}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}},$$

$$\hat{J} = 2J \sum_{\mathbf{R}} \mathbf{s}_{\mathbf{R}} \mathbf{S}_{\mathbf{R}} = \frac{J}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}} a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}, \sigma_1}^+ S_{\mathbf{q}}^{\alpha} \hat{\sigma}_{\sigma_1 \sigma_2}^{\alpha} a_{\mathbf{k}\sigma_2}. \quad (2)$$

Слагаемое  $\hat{h}$  описывает перескоки ферми-носителей (ниже считаем их дырками) между первыми ( $\mathbf{g}$ ), вторыми ( $\mathbf{d}$ ) и третьими ( $2\mathbf{g}$ ) ближайшими

<sup>1)</sup>e-mail: abarab@bk.ru

соседями (б.с.) с амплитудами  $t_g$ ,  $t_d$  и  $t_{2g}$ . Спектр “голых” носителей  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  представлен с помощью гармоник квадратной симметрии  $\gamma_{g\mathbf{k}} = (\cos k_x + \cos k_y)/2$ ,  $\gamma_{d\mathbf{k}} = \cos k_x \cos k_y$ ,  $\gamma_{2g\mathbf{k}} = (\cos 2k_x + \cos 2k_y)/2$ . Слагаемое  $\hat{I}$  отвечает АФМ фрустрированному обмену локализованных  $S = 1/2$  спинов. Для обменных констант первых и вторых б.с. удобно ввести параметр фрустрации  $p$  ( $0 \leq p \leq 1$ ):  $I_1 = I_g = (1-p)I$  и  $I_2 = I_d = pI$ . Спиновая подсистема трактуется в сферически-симметричном самосогласованном подходе [17] с учетом фрустрации [18], которая присутствует даже при нулевом допировании [19]. Это приводит к спиновой функции Грина вида  $\langle\langle S_{\mathbf{q}}^{\alpha} | S_{-\mathbf{q}}^{\alpha} \rangle\rangle_{\omega} = F_{\mathbf{q}} / (\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2)$ , где  $F_{\mathbf{q}}$  и  $\omega_{\mathbf{q}}^2$  выражаются через гармоники квадратной симметрии  $\gamma_{g\mathbf{q}}$ ,  $\gamma_{d\mathbf{q}}$ ,  $\gamma_{2g\mathbf{q}}$  и узельные, парные, самосогласованные спиновые корреляционные функции, отвечающие первым пяти координационным сферам. Спиновый спектр имеет характерный вид  $\omega_{\mathbf{q}}^2 \sim (1 - \gamma_{g\mathbf{q}})(\Delta^2 + \lambda(\mathbf{q}))$ ,  $\lambda(\mathbf{Q}) = 0$ , где величина  $\Delta = \omega_{\mathbf{Q}}$  является спиновой щелью на АФМ векторе  $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$ .

Слагаемое  $\hat{J}$  в (2) описывает АФМ внутривузельный обмен носителей с локализованными спинами  $\mathbf{S}_{\mathbf{R}}$ ,  $\hat{\sigma}^{\alpha}$  – матрицы Паули (в очевидных случаях по дважды повторяющимся индексам подразумевается суммирование). При характерных значениях  $J \gtrsim t_l$  гамильтониан  $\hat{J}$  отвечает сильному взаимодействию. Поэтому и для описания зарядовых возбуждений с самого начала вводим конечный набор базисных операторов  $\varphi_{\mathbf{r}\sigma}^{(i)}$ , учитывающий спаривание голых дырки с подсистемой локализованных спинов. Известно [20], что минимальным “хорошим” узельным набором служат следующие базисные операторы:

$$\varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(1)} = a_{\mathbf{R}\sigma}, \quad \varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(2)} = (3/4)^{-1/2} S_{\mathbf{R}}^{\alpha} \hat{\sigma}_{\sigma\sigma_1}^{\alpha} a_{\mathbf{R}\sigma_1}, \quad (3)$$

$$\langle\{\varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(i)}, \varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(j)+}\}\rangle = \delta_{ij}.$$

Операторы  $\varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(1)}$ ,  $\varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(2)}$  дают полный набор однодырочных локальных спин-поляронных операторов. При этом в пределе малого числа дырок комбинация  $2^{-1/2}(\varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(1)}/2 - (3/4)^{1/2}\varphi_{\mathbf{R}\sigma}^{(2)})$  является аналогом синглетного состояния одноузельного кластера [20], которое отстоит по энергии от триплетного состояния на величину  $(-2J)$ .

Стандартная проекционная процедура (в рамках метода Мори-Цванцига) для уравнений функций Грина (ФГ) в импульсном представлении  $\varphi_{\mathbf{k}}^{(j)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{R}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}} \varphi_{\mathbf{R}}^{(j)}$  дает две зоны спинового полярона  $E_{\mathbf{k}}^{(s)}$ , ( $s = 1, 2$ -номер зоны). Функции Грина голых дырки  $G_h(\mathbf{k}, \omega) = \langle\langle a_{\mathbf{k}\sigma} | a_{\mathbf{k}\sigma}^{\dagger} \rangle\rangle_{\omega}$  в СП приближе-

нии  $G_h^{\text{СП}}(\mathbf{k}, \omega)$  и число голых дырок  $n_{\mathbf{k}\sigma}$  выражаются через функцию вычетов  $Z_{\mathbf{k}}^{(s)}$ :

$$G_h^{\text{СП}}(\mathbf{k}, z) = \sum_{l=1}^2 \frac{Z_{\mathbf{k}}^{(l)}}{z - E_{\mathbf{k}}^{(l)}}, \quad (4)$$

$$n_h = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \sum_{l=1}^2 Z_{\mathbf{k}}^{(l)} n_F(E_{\mathbf{k}}^{(l)}), \quad \sum_{l=1}^2 Z_{\mathbf{k}}^{(l)} = 1,$$

где  $z = \omega + i\delta$ ,  $n_{F, \mathbf{k}}^{(s)} = (e^{(E_{\mathbf{k}}^{(s)} - \mu)/T} + 1)^{-1}$ ,  $\mu$  – химический потенциал.

Мы рассматриваем задачу в пределе малого числа дырок на узле,  $n_{\mathbf{R}\sigma} = n_h/2 \lesssim 0.1 \ll 1$ , так что в уравнениях для ФГ можно опускать члены, пропорциональные плотности числа частиц  $a_{\mathbf{R}\sigma_1}^{\dagger} a_{\mathbf{R}\sigma_2}$ . Тогда можно видеть, что в рамках выбранного базиса взаимодействие  $\hat{J}$  учтено точно.

Характерный вид спектров затравочных носителей  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  и спинового полярона  $E_{\mathbf{k}}^{(l)}$ , а также функции  $Z_{\mathbf{k}}^{(l)}$  приведены на рис.1, где нас в первую очередь будет интересовать нижняя поляронная зона. Ниже приняты следующие энергетические параметры модели в единицах  $\tau = 0.4$  эВ:  $t_g = -0.6$ ,  $t_d = 0.8$ ,  $t_{2g} = 0.6$ ,  $J = 3$ ,  $I = 0.3$ ,  $T = 0.1I$ . Для спиновой подсистемы при принятом параметре фрустрации  $p = 0.1$  это отвечает реалистическому для купратов обмену  $I \simeq 0.12$  эВ, щели в спиновом спектре  $\Delta \approx 0.12I$  и значениям двухузельных корреляционных функций  $C_1 = \langle\mathbf{S}_{\mathbf{R}+1}\mathbf{S}_{\mathbf{R}}\rangle$ , равным  $C_g = -0.306$ ,  $C_d = 0.158$ ,  $C_{2g} = 0.126$ ,  $C_{g+d} = -0.107$ ,  $C_{2d} = 0.078$ . Отметим, что поляронные зоны являются аналогами двух хаббардовских зон [10], однако в отличие от последних зоны  $E_{\mathbf{k}}^{(1,2)}$  уже учитывают часть взаимодействия  $\hat{J}$ .

Рис.1 демонстрирует, что:

1) в области  $Z_{\mathbf{k}}^{(1)} \simeq Z_{\mathbf{k}}^{(2)}$ , где (см. рис.1с) поляронные зоны  $E_{\mathbf{k}}^{(i)}$  раздвинуты на величину  $E_{\mathbf{k}}^{(2)} - E_{\mathbf{k}}^{(1)} \approx 2J$  (см. рис.1б);

2) относительно спектра “голых” дырок  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  (см. рис.1а) дно нижней поляронной зоны  $E_{\mathbf{k}}^{(1)}$  (см. рис.1б) сдвинуто к границе АФМ ЗБ, где вычеты  $Z_{\mathbf{k}}^{(1)} \lesssim 0.5$ , а вне границы АФМ ЗБ вычеты  $Z_{\mathbf{k}}^{(1)}$  существенно подавлены. Можно убедиться, что положение максимума  $Z_{\mathbf{k}}^{(1)}$  качественно соответствует положению минимума спектра  $\epsilon_{\mathbf{k}}$  (это сохраняется и при изменении знака  $t_g$ );

3) допированию  $n_h \simeq 0.2$  должна отвечать “большая” ПФ в нижней зоне, представляющая собой эллипсоид, вытянутый в антинодальном направлении  $(\pi, 0) - (0, \pi)$  и расположенный почти симметрично относительно линии АФМ ЗБ. При этом наблюдает-

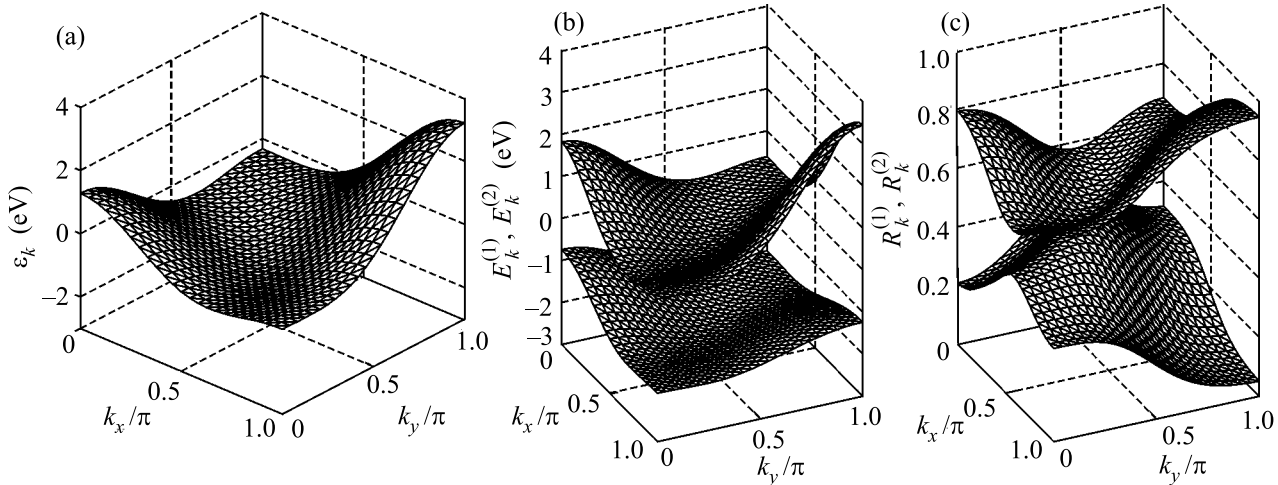


Рис.1. Дырочные спектры: (a)  $\varepsilon_{\mathbf{k}}$  – затравочный спектр “голой” дырки, (b)  $E_{\mathbf{k}}^{(1,2)}$  – спектр двух поляронных зон  $E_{\mathbf{k}}^{(1,2)}$ , (c)  $Z_{\mathbf{k}}^{(1,2)}$  – функции вычетов “голой” дырки (нижняя поверхность –  $Z_{\mathbf{k}}^{(1)}$  в нижней поляронной зоне  $E_{\mathbf{k}}^{(1)}$ ); рис.(b), (c) – результаты в среднеполюсном приближении

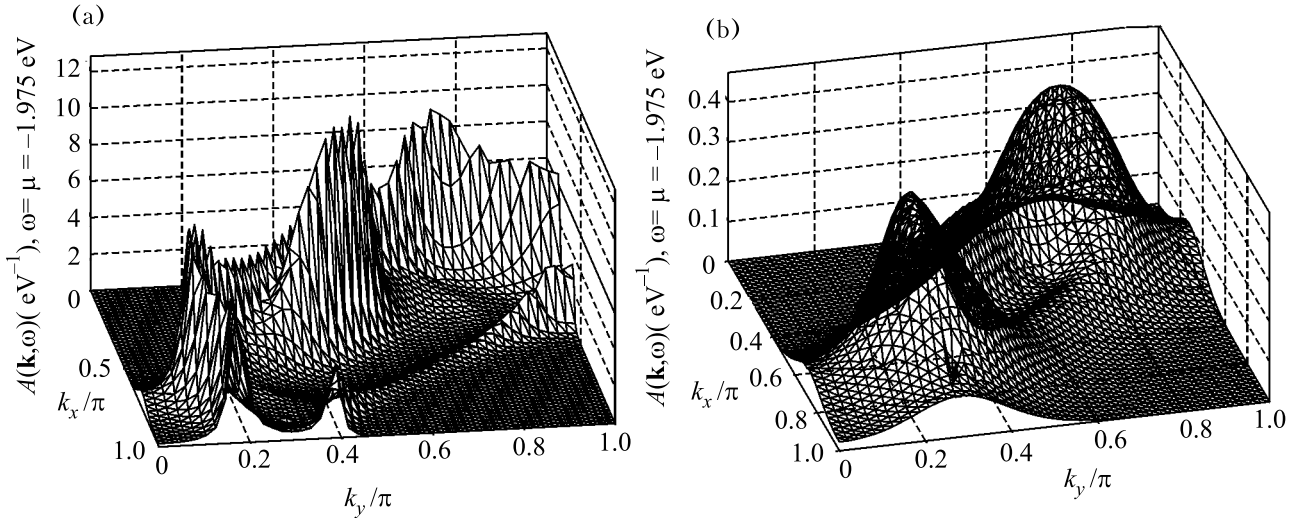


Рис.2. Дырочная спектральная плотность  $A^{\sigma}(\mathbf{k}, \omega)$  для  $\mu = -1.975$  эВ (допирование близкое к оптимальному) при фиксированных  $\omega$ : (a)  $\omega = \mu$ , (b)  $\omega = -2.1$  эВ

ся несимметричное поведение вычетов  $Z_{\mathbf{k}}^{(1)}$ : в области  $k_x = k_x > 0.5\pi$  вычеты больше, чем в области  $k_x = k_y < 0.5\pi$ . Последнее свойство отражает “дугообразный” (ark) характер ПФ;

4) при предельно малом допировании ПФ расположена вблизи точки  $N = (\pi/2, \pi/2)$ . При этом аналогом псевдощели  $\Delta_{pg}$  является величина, определяемая как  $\Delta_{pg}^{mf} = E_{\mathbf{k}=\mathbf{X}}^{(1)} - E_{\mathbf{k}=\mathbf{N}}^{(1)} \approx 0.2$  эВ.

Таким образом, уже в случае простейшего поляронного подхода СП приближение отражает характерную перестройку спектральной плотности носителей. Однако представленный средним полем сценарий приводит к “жесткой зоне” (в приближении не зависящих от допирования спиновых корреляци-

онных функций) и, как будет видно ниже, недостаточно отражает поведение функции вычетов.

Для выхода за рамки СП приближения используем метод неприводимых функций Грина (демонстрация метода на примере модели Хаббарда подробно изложена, например, в [10]). Тогда функция Грина имеет вид

$$G_h(\mathbf{k}, z) = \frac{z - H_{22} - \Sigma(\mathbf{k}, z)}{(z - H_{11})(z - H_{22} - \Sigma(\mathbf{k}, z)) - H_{12}H_{21}}, \quad (5)$$

где  $H_{ij} = H_{ij}(\mathbf{k}) = \langle \{[\varphi_{\mathbf{k}}^{(i)}, \hat{H}], \varphi_{\mathbf{k}}^{(j)\dagger}\} \rangle$ , а собственно-энергетическая часть  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  дается неприводимой ФГ  $\Sigma(\mathbf{k}, z) = \langle \langle [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, (\hat{h} + \hat{I})] | [\varphi_{\mathbf{k}}^{(2)}, (\hat{h} + \hat{I})]^\dagger \rangle \rangle_z$ .

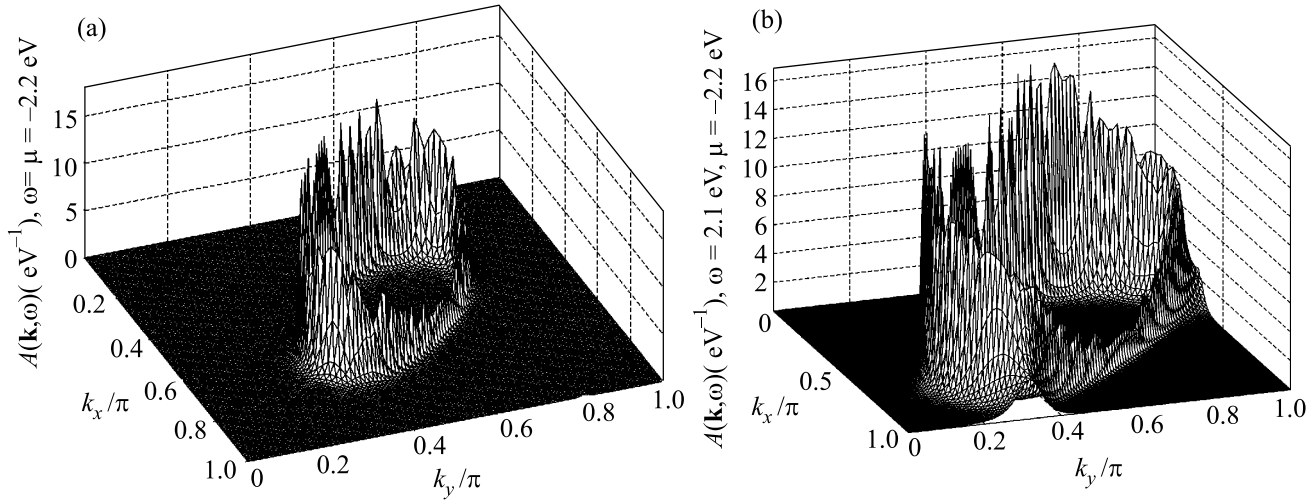


Рис.3. Дырочная спектральная плотность  $A^\sigma(\mathbf{k}, \omega)$  для  $\mu = -2.2$  эВ (малое допирование) при фиксированных  $\omega$ : (a)  $\omega = \mu$ , (b)  $\omega = -2.1$  эВ

Нулевой  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  отвечает функция Грина СП приближения  $G_h^{mf}(\mathbf{k}, z)$  (4), которая эффективно описывает гибридизацию зон  $H_{11}(\mathbf{k})$  и  $H_{22}(\mathbf{k})$  (матричный гибридизационный элемент  $H_{12}(\mathbf{k})$ ) и приводит к расщеплению зоны  $(\hat{h})_{11}(\mathbf{k}) = \varepsilon_{\mathbf{k}}$ . Очевидно, что учет  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  должен привести к дальнейшему расщеплению зон  $E_{\mathbf{k}}^{(1)}, E_{\mathbf{k}}^{(2)}$  в той области по  $(\mathbf{k}, z)$ , где  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  велика.

В рамках самосогласованного борновского приближения (SCBA)  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  выражается через  $G_h(\mathbf{k} - \mathbf{q}, z)$  и  $D(\mathbf{q}, z)$  [10]. Ниже  $G_h(\mathbf{k}, z)$  находится в простейшем подходе, когда: 1) в выражении для  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  заменяем  $G_h(\mathbf{k} - \mathbf{q}, z)$  на  $G_h^{mf}(\mathbf{k}, z)$  нижней зоны  $E_{\mathbf{k}}^{(1)}$  (в которой находится  $\mu$ ); 2) при вычислении  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  опущены вклады от рассеяния на двух спиновых волнах (вклады  $\sim I^2$ ) и оставлено только рассеяние с возбуждением одной спиновой волны ( $\sim \varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^2$ ). В результате  $\Sigma(\mathbf{k}, z)$  принимает вид

$$\Sigma(\mathbf{k}, z) = \frac{4}{N} \sum_{\mathbf{q}} \varepsilon_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^2 \langle \langle S_{\mathbf{q}}^z a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\sigma_0} | (S_{\mathbf{q}}^z a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\sigma_0})^\dagger \rangle \rangle_z^{irr}; \quad (6)$$

$$\langle \langle S_{\mathbf{q}}^z a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\sigma_0} | (S_{\mathbf{q}}^z a_{\mathbf{k}-\mathbf{q}\sigma_0})^\dagger \rangle \rangle_z^{irr} = Z_{\mathbf{P}}^{(1)} \frac{F_{\mathbf{q}}}{2\omega_{\mathbf{q}}} \left\{ \frac{1 - n_{F, \mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(1)} + m_{B, \mathbf{q}}}{z - E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(1)} - \omega_{\mathbf{q}}} + \frac{n_{F, \mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(1)} + m_{B, \mathbf{q}}}{z - E_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}^{(1)} + \omega_{\mathbf{q}}} \right\}, \quad (7)$$

где  $m_{B, \mathbf{q}} = (e^{\omega_{\mathbf{q}}/T} - 1)^{-1}$ .

На рис.2, 3 представлены результаты для спектральной плотности дырки  $A^\sigma(\mathbf{k}, \omega) = (-1/\pi) \times \text{Im} \langle \langle a_{\mathbf{k}\sigma} | a_{\mathbf{k}\sigma}^\dagger \rangle \rangle_{\omega+i\delta}$  в случае двух значений химического потенциала:  $\mu = -1.975$  эВ отвечает допированию, близкому к оптимальному ( $n_h \approx 0.15$ );

$\mu = -2.2$  эВ отвечает малому допированию ( $n_h \approx 0.05$ ).

В первом случае (рис.2а) наблюдается арочная ПФ и заметный спектральный вес около точки  $\mathbf{X}$ . Во втором случае (рис.3а) наблюдается отсутствие спектрального веса на уровне Ферми в точке  $\mathbf{X}$ , то есть псевдощель.

Сравнение рис.3а и 3б показывает, что в слабодопированном пределе ( $\mu = -0.22$  эВ) в области, близкой к точке  $\mathbf{X}$ , возникает существенная спектральная плотность при  $\omega - \mu \lesssim 0.1$  эВ. Эта разность гораздо меньше  $\Delta_{pg}^{mf} \approx 0.2$  эВ, то есть выход за СП приближение уменьшает псевдощель  $\Delta_{pg}$  по крайней мере в два раза.

Интересным является то, что в обоих случаях (рис.2а, 3а,  $\omega = \mu$ ) имеется необычная щель около  $\mathbf{N}$  в непосредственной близости от всплеска в плотности состояний, аналог этой щели отсутствует в СП приближении.

Наконец, сравнение рис.3а и 3б, то есть  $A^\sigma(\mathbf{k}, \omega)$  при фиксированном  $\omega = -2.1$  эВ, но разных химических потенциалах, демонстрирует неприменимость сценария жесткой зоны, возникающего в рамках СП приближения.

В заключение сформулируем основной результат нашего рассмотрения: 1) введение локального полярона на уровне СП приближения позволяет учесть существенную часть взаимодействия  $\hat{J}$  и связанную с ней перестройку  $A^\sigma(\mathbf{k}, \omega)$  относительно затравочного спектра голы дырки; 2) дальнейший учет рассеяния локального полярона позволяет учесть тонкие черты спектральной плотности  $A^\sigma(\mathbf{k}, \omega)$ .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 07-02-00456-а).

1. P. A. Lee, N. Nagaosa, and X.-G. Wen, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 173 (2006).
2. A. Damascelli, Z. Hussain, and Z.-X. Shen, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 473 (2003).
3. M. Eschrig, *Advances in Physics* **55**, 47 (2006).
4. T. Hanaguri, Y. Kohsaka, J. C. Davis et al., *Nature Physics* **3**, 865 (2007).
5. M. Hashimoto, T. Yoshida, H. Yagi et al., *cond-mat/0801.0782v2*. (2008).
6. W. S. Lee, I. M. Vishik, K. Tanaka et al., *Nature* **450**, 81 (2007).
7. S. Hufner, M. A. Hossain, A. Damascelli, and G. A. Sawatzky, *cond-mat/0706.4282v2*, (2007).
8. K. Shen, F. Ronning, D. H. Lu et al., *Science*, **307**, 901 (2005).
9. A. Sherman, *Phys. Rev. B* **73**, 155105 (2006); *ibid.* **74**, 035104 (2006).
10. N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, *ЖЭТФ* **104**, 230 (2007).
11. M. V. Sadovskii, I. A. Nekrasov, E. Z. Kuchinskii et al., *Phys. Rev. B* **72**, 155105 (2005).
12. М. В. Еремин, В. В. Игламов, *Письма в ЖЭТФ*, **87**, 199 (2008).
13. O. P. Sushkov, G. A. Zawatzky, R. Eder, and H. Eskes, *Phys. Rev. B* **56**, 11769 (1997).
14. N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, *Phys. Rev. B* **59**, 11949 (1999).
15. P. Prelovšek, I. Sega, and J. Bonča, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 027002 (2004); I. Sega, P. Prelovšek, and J. Bonča, *Phys. Rev. B* **68** 054524 (2003).
16. V. J. Emery, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2794 (1987), V. J. Emery and G. Reiter, *Phys. Rev. B* **38**, 4547 (1988).
17. H. Shimahara and S. Takada, *J. Phys. Soc. Jpn.* **60**, 2394 (1991).
18. А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, *ЖЭТФ* **106**, 1156 (1994) [English *JETP* **79**, 627 (1994)]; *Phys. Lett. A* **186**, 175 (1994); *J. Phys. Soc. Jpn.* **63**, 3974 (1994), *Phys. Lett. A* **186**, 175 (1994); A. F. Barabanov and L. A. Maksimov, *Phys. Lett. A* **207**, 390 (1995).
19. J. F. Annet, R. M. Martin, A. K. McMahan et al., *Phys. Rev. B* **40**, 2620 (1989).
20. А. Ф. Барабанов, А. А. Ковалев, О. В. Уразаев et al., *ЖЭТФ* **119**, 777 (2001); A. F. Barabanov, A. A. Kovalev, O. V. Urazaev, and A. M. Belemouk, *Phys. Lett. A* **265**, 221 (2000); *ibid.* **238**, 288 (1998); А. Ф. Барабанов, Е. Жасинас, О. В. Уразаев, Л. А. Максимов, *Письма в ЖЭТФ* **66**, 173 (1997).