

# Аномальная диффузия и термодиффузия легких ионов в неизотермической плазме

М. Ю. Айрапетян, С. А. Урюпин<sup>1)</sup>

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 30 апреля 2008 г.

Изучено турбулентное состояние, возникающее при черенковской генерации легкими ионами медленных ионно-звуковых волн и их индуцированном рассеянии на тяжелых ионах. Найдены коэффициенты аномальной диффузии и термодиффузии легких ионов.

PACS: 52.25.Fi, 52.35.-g

В экспериментах часто приходится иметь дело с полностью ионизованными неизотермическими плазмами, содержащими два сорта ионов. В таких плазмах сравнительно просто реализуются условия, в которых возможно существование быстрых и медленных ионно-звуковых волн. Теории возбуждения быстрых ионно-звуковых волн и связанной с этой волной турбулентности посвящено значительное число работ (см., например, [1, 2]). Отметим, что из-за наличия второго сорта ионов теория ионно-звуковой турбулентности качественно отличается от детально разработанной теории для плазмы с одним сортом ионов (см. обзоры [3–5]). Основная причина отличия обусловлена эффектом динамического разделения зарядов ионов в поле быстрой ионно-звуковой волны, приводящим к существенному увеличению вероятности индуцированного рассеяния на ионах [1]. В развитой ранее теории обсуждались такие условия, когда медленная ионно-звуковая волна не влияет на аномальный перенос и турбулентный нагрев плазмы. Тем самым, остался не изученным ряд важных явлений, существование которых обусловлено возбуждением медленных ионно-звуковых волн. Такое положение сохранилось до настоящего времени, несмотря на то, что в ряде работ отмечалась необходимость рассмотрения генерации медленных ионно-звуковых волн при описании рассеяния света в разлетающейся плазме [6], степени анизотропии спектра турбулентности, обусловленной быстрой ионно-звуковой волной [7], и явления торможения взаимопроникающих неизотермических плазм [8].

В настоящем сообщении показано, что возникающая при генерации медленных ионно-звуковых волн турбулентность определяет процессы аномального переноса легких ионов в широком диапазоне па-

раметров неизотермических плазм, содержащих два сорта ионов. Найден спектр турбулентности, устанавливающийся в условиях конкуренции черенковской генерации медленных волн легкими ионами и индуцированного рассеяния этих волн на тяжелых ионах. Определены аномальные потоки плотности числа легких ионов, порождаемые амбиополярным электрическим полем, градиентами их давления и температуры. Найдены явные зависимости коэффициентов аномальной диффузии и термодиффузии легких ионов от параметров плазмы и градиентов гидродинамических величин. Приведено простейшее решение уравнения аномальной диффузии, описывающее квазистационарное движение легких ионов со скоростью порядка скорости медленного звука.

Ниже рассматривается плазма, состоящая из электронов и двух сортов ионов, имеющих массы  $m_1$  и  $m_2 \gg m_1$ . Температуры электронов,  $T_e$ , легких,  $T_1$ , и тяжелых,  $T_2$ , ионов считаются такими, при которых тепловые скорости частиц удовлетворяют неравенствам  $V_{T_e} = \sqrt{\kappa T_e / m_e} \gg V_{T_1} = \sqrt{\kappa T_1 / m_1} \gg V_{T_2} = \sqrt{\kappa T_2 / m_2}$ , где  $\kappa$  – постоянная Больцмана,  $m_e$  – масса электрона. Принято, что дебаевский радиус  $r_{D_2}$  и ленгмюровская частота  $\omega_{L_2}$  тяжелых ионов удовлетворяют неравенствам

$$r_{D_2} \ll r_D, \quad \omega_{L_2} \ll V_{T_1} / r_D, \quad (1)$$

где  $r_D = r_{De} r_{D_1} / \sqrt{r_{De}^2 + r_{D_1}^2}$ ,  $r_{De}$  и  $r_{D_1}$  – дебаевские радиусы электронов и легких ионов. Тогда, когда влиянием парных столкновений можно пренебречь, при выполнении неравенств (1) в плазме существуют слабозатухающие медленные ионно-звуковые волны с волновыми числами  $k \sim 1/r_D$ . Закон дисперсии таких волн имеет вид

$$\omega_{sl} = k V_{sl} / \sqrt{1 + k^2 r_D^2}, \quad (2)$$

<sup>1)</sup>e-mail: uryupin@sci.lebedev.ru

где  $V_{sl} = \omega_{L_2} r_D$  – скорость медленного звука.

Воспользуемся квазилинейным уравнением для функции распределения легких ионов  $f_1$  вида

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \left( \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} \right) + \frac{e_1}{m_1} \mathbf{E} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{v}} = \frac{\partial}{\partial v_\alpha} D_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial v_\beta} f_1, \quad (3)$$

где  $e_1$  – заряд легких ионов,  $\mathbf{E}$  – квазистационарное электрическое поле в плазме,  $D_{\alpha\beta}$  – тензор квазилинейной диффузии в декартовой системе координат, описывающий взаимодействие легких ионов с медленными ионно-звуковыми волнами:

$$D_{\alpha\beta} = \frac{e_1^2}{2\pi m_1^2} \int d\mathbf{k} \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} \frac{\omega_{sl}^3}{\omega_{L_2}^2} N(\mathbf{k}) \delta(\omega_{sl} - \mathbf{k}\mathbf{v}), \quad (4)$$

$N(\mathbf{k})$  – плотность числа медленных ионно-звуковых волн. Примем, что поле  $\mathbf{E}$  и градиенты плотности и температуры частиц направлены вдоль оси  $z$  и вызывают малые отклонения функции распределения легких ионов  $\delta f_1$  от максвелловской  $f_{m1}$ ,  $f_1 = f_{m1} + \delta f_1$ ,  $|\delta f_1| \ll f_{m1}$ . В этих условиях поправка  $\delta f_1$  и плотность числа волн  $N(\mathbf{k})$  имеют аксиальную симметрию:  $\delta f_1 = \delta f_1(v, \cos \theta_v)$ ,  $N(\mathbf{k}) = N(k, \cos \theta_k)$ , где  $\theta_k$  и  $\theta_v$  – углы векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{v}$  в сферической системе координат с осью симметрии вдоль  $z$ . Принимая во внимание квазиупругий характер рассеяния легких ионов медленными ионно-звуковыми волнами, из (3), (4) находим производную малой поправки к функции распределения ионов:

$$-\frac{\partial}{\partial \xi} \delta f_1 = \frac{v^3 f_{m1}}{V_{T_1}^3 \nu_2(\sqrt{1-\xi^2})} \left\{ \frac{v}{2} \left[ \frac{\partial}{\partial z} \ln p_1 - \frac{e_1 E}{\kappa T_1} + \left( \frac{v^2}{2V_{T_1}^2} - \frac{5}{2} \right) \frac{\partial}{\partial z} \ln T_1 \right] - \frac{V_{sl} V_{T_1} \nu_1(\sqrt{1-\xi^2})}{v^2 \sqrt{1-\xi^2}} \right\}, \quad (5)$$

где  $\xi = \cos \theta_v$ ,  $p_1 = n_1 \kappa T_1$  – давление,  $n_1$  – плотность легких ионов, эффективные частоты  $\nu_n(\sqrt{1-\xi^2})$ ,  $n = 1, 2$ , связаны с компонентами тензора квазилинейной диффузии в сферической системе координат  $D_{v\xi}$  и  $D_{\xi\xi}$  соотношениями

$$\nu_1(\sqrt{1-\xi^2}) = \frac{D_{v\xi} v^2}{V_{sl} V_{T_1}^3}, \quad \nu_2(\sqrt{1-\xi^2}) = \frac{D_{\xi\xi} v}{V_{T_1}^3}. \quad (6)$$

Соотношение (5) имеет место на временах, больших характерного времени релаксации импульса легких ионов, которое  $\sim 1/\nu_2$ .

Кинетическое уравнение для электронов отличается от уравнения (3) тем, что вместо  $f_1$  входит функция распределения электронов  $f_e$ , вместо  $e_1/m_1$  стоит  $e/m_e$ , а вместо  $D_{\alpha\beta}$  входит тензор квазилинейной диффузии электронов  $D_{\alpha\beta}^{(e)} = (em_1/e_1 m_e)^2 D_{\alpha\beta}$ .

По аналогии с описанием легких ионов, полагая отклонение функции распределения электронов  $f_e$  от максвелловской  $f_{me}$  малым, для  $\delta f_e = f_e - f_{me}$ ,  $|\delta f_e| \ll f_{me}$ , на временах, больших времени релаксации импульса электронов, имеем

$$-\frac{\partial}{\partial \xi} \delta f_e = \frac{v^3 f_{me}}{V_{T_e}^3 \nu_2(\sqrt{1-\xi^2})} \times \\ \times \left\{ -\frac{V_{sl} V_{T_e} \nu_1(\sqrt{1-\xi^2})}{v^2 \sqrt{1-\xi^2}} + \frac{v}{2} \frac{V_{T_e}^3}{V_{T_1}^3} \left( \frac{e_1 m_e}{em_1} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{\partial}{\partial z} \ln p_e - \frac{e E}{\kappa T_e} + \left( \frac{v^2}{2V_{T_e}^2} - \frac{5}{2} \right) \frac{\partial}{\partial z} \ln T_e \right] \right\}, \quad (7)$$

где  $p_e = n_e \kappa T_e$  – давление,  $n_e$  – плотность электронов. Отличие функции распределения тяжелых ионов от максвелловской считаем несущественным.

Перейдем к рассмотрению плотности распределения числа медленных ионно-звуковых волн по волновым числам. Как и выше, влиянием парных столкновений частиц друг с другом пренебрегаем, что отвечает предположению о значительном превышении порога неустойчивости. Основу описания квазистационарного неравновесного состояния составляет условие равенства нулю суммы инкрементов и декрементов неустойчивости

$$\gamma_1(\mathbf{k}) + \gamma_e(\mathbf{k}) + \gamma_{NL}(\mathbf{k}) = 0. \quad (8)$$

В уравнении (8)  $\gamma_1(\mathbf{k})$  и  $\gamma_e(\mathbf{k})$  – инкременты генерации медленных ионно-звуковых волн при их черенковском взаимодействии с направленно движущимися легкими ионами и электронами. Используя определения  $\gamma_1(\mathbf{k})$ ,  $\gamma_e(\mathbf{k})$  и соотношения (5), (7), имеем

$$\gamma_1(\mathbf{k}) + \gamma_e(\mathbf{k}) = \frac{\pi}{2} \frac{\omega_{sl}^3}{\omega_{L_2}^2 k^2} \int d\mathbf{v} \delta(\omega_{sl} - \mathbf{k}\mathbf{v}) \times \\ \times \left( \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \right) \left( \frac{\omega_{Le}^2}{n_e} f_e + \frac{\omega_{L_1}^2}{n_1} f_1 \right) = -\gamma_s \left( \frac{\omega_{sl}}{k V_{sl}} \right) + \gamma_s \cos \theta_k \times \\ \times \frac{2}{\pi} \int_0^{\sin \theta_k} \frac{d\xi}{\sqrt{\sin^2 \theta_k - \xi^2}} \frac{\nu_0 + \nu_1(\sqrt{1-\xi^2})/\sqrt{1-\xi^2}}{\nu_2(\sqrt{1-\xi^2})}, \quad (9)$$

где использованы обозначения

$$\gamma_s = \sqrt{\frac{\pi}{8}} k V_{sl} \frac{\omega_{L_2}}{\omega_{L_1}} \left( \frac{\omega_{sl}}{k \omega_{L_2} r_{D_1}} \right)^3, \quad (10)$$

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{9\pi}{8}} \frac{R}{n_1 m_1 V_{sl}}, \quad (11)$$

$$R = (\rho_1 + \rho_e) E - \frac{\partial(p_1 + p_e)}{\partial z}, \quad (12)$$

$\rho_e = e n_e$ ,  $\rho_1 = e_1 n_1$  – плотности заряда электронов и легких ионов. Соотношение (9) записано в предположении, что выполнено неравенство

$$r_{De}^2/r_{D_1}^2 \gg V_{T_1}/V_{T_e}, \quad (13)$$

которое имеет место, если плотность легких ионов не аномально мала. Последнее слагаемое в левой части уравнения (8) описывает индуцированное рассеяние медленных ионно-звуковых волн на тяжелых ионах. Следуя работе [9], с учетом того, что распределение тяжелых ионов близко к максвелловскому,  $\gamma_{NL}(\mathbf{k})$  можно представить в виде

$$\gamma_{NL}(\mathbf{k}) = \frac{V_{T_2}^2 k^2}{8\pi^2 n_2 m_2 (\partial\omega_{sl}/\partial k)} \frac{\partial}{\partial k} \left[ k^{-6} (\partial\omega_{sl}/\partial k)^{-1} \times \int d\mathbf{k}' \delta(k - k') [\mathbf{k}\mathbf{k}']^2 (\mathbf{k}\mathbf{k}')^2 N(\mathbf{k}') \right], \quad (14)$$

где  $n_2$  – плотность тяжелых ионов. Поскольку частоты парных ион-ионных столкновений считаются малыми, то уравнение (8) не учитывает затухание медленного звука из-за парных столкновений тяжелых ионов. Не учитывается и черенковское затухание волн на тяжелых ионах, что сравнительно просто реализовать при выполнении левого неравенства (1), обеспечивающего превосходство скорости звука  $V_{sl}$  над тепловой скоростью тяжелых ионов  $V_{T_2}$ .

В описывающем затухание звука слагаемом формулы (9) при  $\gamma_s$  стоит множитель  $\omega_{sl}/kV_{sl}$ . Далее, при решении уравнения (8), будем аппроксимировать этот множитель единицей  $\omega_{sl}/kV_{sl} \equiv 1$ . Такая аппроксимация приводит к несущественным численным погрешностям (подробнее см. [10]). Вместе с тем, её использование позволяет разделить переменные в уравнении (8) и искать решение в виде  $N(k, \cos\theta_k) = N(k)\Phi(\cos\theta_k)$ . При этом для функции  $N(k)$  имеем

$$N(k) = 4\pi n_2 m_2 \frac{V_{sl}^2}{V_{T_2}^2} \frac{\gamma_s}{k^5} \times \left[ \ln \left( \frac{\omega_{L_2}}{\omega_{sl}} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{\omega_{sl}}{kV_{sl}} \right)^2 - \frac{1}{4} \left( \frac{\omega_{sl}}{kV_{sl}} \right)^4 \right]. \quad (15)$$

Выражение (15) позволяет записать эффективные турбулентные частоты столкновений легких ионов в виде

$$\nu_n(y) = \nu_N \chi_n(y), \quad n = 1, 2, \quad (16)$$

$$\chi_n(y) = \int_0^y \frac{\Phi(x) dx}{\sqrt{y^2 - x^2}} \left( \frac{x}{y} \right)^n, \quad (17)$$

где частота  $\nu_N$  описывается выражением

$$\nu_N = \frac{\omega_{L_2}}{4\sqrt{2\pi}} \frac{r_{D_1}^2}{r_{D_2}^2} \left( \frac{r_D}{r_{D_1}} \right)^8 \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2, \quad (18)$$

$\rho_2 = e_2 n_2$  – плотность заряда тяжелых ионов. Численный множитель в (18) записан с точностью до относительных поправок  $\sim 0.02$ . Тогда для функции  $\Phi(\cos\theta_k)$  имеем

$$\Phi(x) = \frac{4\nu_0}{3\pi\nu_N x} \frac{d}{dx} \left[ \frac{x^4}{(1-x+\varepsilon)^{1-\alpha}} \right], \quad \nu_0 \ll \nu_N, \quad (19)$$

где

$$\varepsilon = (4\nu_0/3\pi\nu_N \ln 2) \ln(3\pi\nu_N \ln 2/4\nu_0),$$

$$\alpha = \ln 2 / \ln(3\pi\nu_N/4\nu_0)$$

– малые параметры. Уравнение (8) допускает решение и при  $\nu_0 \gg \nu_N$ . Далее ограничимся изложением теории в пределе  $\nu_0 \ll \nu_N$ . Распределение медленных волн по волновым числам, описываемое соотношениями (15), (19), полностью определяет частоты столкновений частиц (16) в турбулентном состоянии, что позволяет перейти к описанию процессов переноса.

Неравновесные поправки к функции распределения ионов (5) и электронов (7) позволяют найти потоки частиц. По определению, плотность тока легких ионов  $j_1 = (0, 0, j_1)$  описывается соотношением

$$j_1 = e_1 \int d\mathbf{v} v \xi f_1 = \frac{e_1}{2} \int d\mathbf{v} v (1 - \xi^2) \frac{\partial}{\partial \xi} f_1. \quad (20)$$

Принимая во внимание соотношения (5), (11), (13), (16) и (19), из (20) находим:

$$j_1 = \rho_1 V_{sl} \left[ \frac{3}{2}(1 - \beta) + \frac{16\beta}{\pi R} \left( \rho_1 E - \frac{\partial}{\partial z} p_1 - \frac{3}{2} n_1 \frac{\partial}{\partial z} \kappa T_1 \right) \right], \quad (21)$$

где  $\beta \simeq 0.18$ .

Плотность тока электронов  $j_e = (0, 0, j_e)$  находится с использованием выражений (7), (11), (13), (16) и (19). Для  $j_e$  приближенно имеем

$$j_e = \rho_e V_{sl} \frac{16\beta}{\pi R} \frac{V_{T_e} r_{De}^2}{V_{T_1} r_{D_1}^2} \times \left( \rho_e E - \frac{\partial}{\partial z} p_e - \frac{3}{2} n_e \frac{\partial}{\partial z} \kappa T_e \right). \quad (22)$$

Остановимся на изучении таких условий эксперимента, когда суммарный ток  $j = j_1 + j_e$  равен нулю. Условие отсутствия тока  $j = 0$  позволяет связать напряженность амбиполярного электрического поля  $\mathbf{E} = (0, 0, E)$  с градиентами давлений и температур

легких ионов и электронов. Принимая во внимание (13), из требования отсутствия тока и соотношения (12) приближенно находим

$$\rho_e E = \frac{\partial}{\partial z} p_e + \frac{3}{2} n_e \frac{\partial}{\partial z} \kappa T_e, \quad (23)$$

$$R = -\frac{\partial}{\partial z} p_1 + \rho \frac{\partial}{\partial z} p_e + \frac{3}{2} (1 + \rho) n_e \frac{\partial}{\partial z} \kappa T_e, \quad (24)$$

$$j_1 = -j_e = \rho_1 V_{sl} \frac{16\beta}{\pi} \times \\ \times \left\{ 1 + \Delta - \frac{3\kappa}{2R} \left[ n_e \frac{\partial T_e}{\partial z} + n_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \right] \right\}, \quad (25)$$

где  $\rho = \rho_1/\rho_e$ ,  $\Delta = 3\pi(1 - \beta)/32\beta \simeq 1.37$ . Согласно (24), причиной турбулентности могут быть градиенты давлений и температуры электронов.

Имея в виду, что градиенты  $p_1$ ,  $p_e$  и  $T_e$  дают аддитивный вклад в  $R$  с целью большей наглядности изложения обсудим особенности переноса легких ионов в двух выделенных случаях. Если велик градиент давления легких ионов,

$$\left| \frac{\partial p_1}{\partial z} \right| \gg \left| \rho \frac{\partial p_e}{\partial z} + \frac{3}{2} (1 + \rho) \kappa n_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right|, \left| \frac{3}{2} \kappa n_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right|, \quad (26)$$

то из (25) имеем

$$j_1 = -j_e = \rho_1 V_{sl} \frac{16\beta}{\pi} \times \\ \times \left\{ 1 + \Delta - \frac{3}{2} \frac{n_1 \kappa}{(-\partial p_1 / \partial z)} \frac{\partial T_1}{\partial z} \right\}. \quad (27)$$

Плотность потока легких ионов связана с плотностью тока  $n_1 u_1 = j_1/e_1$ , где  $u_1$  – скорость направленного движения. Тогда, когда выполнены неравенства (26), направленное движение легких ионов в основном обусловлено градиентом температуры  $T_1$  и градиентом давления  $p_1$ , определяющим плотность силы  $R$  (24). Наличие связи  $u_1$  и  $j_1$  позволяет найти коэффициенты аномальной диффузии  $D$  и термодиффузии  $D_T$  легких ионов. Принимая во внимание определения

$$n_1 u_1 = -D n_1 \frac{\partial}{\partial z} \ln p_1 - D_T n_1 \frac{\partial}{\partial z} \ln T_1, \quad (28)$$

из (27) и (28) находим

$$D = \frac{16}{\pi} \beta (1 + \Delta) V_{sl} \left( -\frac{\partial}{\partial z} \ln p_1 \right)^{-1}, \quad (29)$$

$$D_T = \frac{24}{\pi} \beta V_{sl} \left( -\frac{\partial}{\partial z} \ln p_1 \right)^{-1}. \quad (30)$$

Поскольку  $R \simeq (-\partial p_1 / \partial z) > 0$ , то чем больше  $R$  и выше уровень турбулентных шумов, тем меньше коэффициенты диффузии и термодиффузии. Если масштаб неоднородности температуры  $|\partial \ln T_1 / \partial z|^{-1}$  существенно больше масштаба неоднородности давления  $|\partial \ln p_1 / \partial z|^{-1}$ , то скорость направленного движения легких ионов слабо зависит от градиентов  $T_1$  и  $p_1$ . При этом черенковская генерация медленных ионно-звуковых волн сопровождается установлением направленного движения легких ионов со скоростью порядка  $V_{sl}$ ,

$$u_1 \simeq (1 + \Delta) 16\beta / \pi \simeq 2.1 V_{sl} = 2.1 \omega_{L_2} r_D. \quad (31)$$

В таких условиях, считая скорость направленного движения плазмы  $v_0$  малой по сравнению с  $u_1$ , для легких ионов имеем уравнение аномальной диффузии вида

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_1 u_1) = 0. \quad (32)$$

Неравенство  $v_0 \ll u_1$  легко выполнимо при достаточно большой массе и плотности тяжелых ионов. При относительно малой плотности легких ионов  $r_{De} \sqrt{V_{T_e}/V_{T_1}} \gg r_{D_1} \gg r_{De}$ ,  $r_D \simeq r_{De}$  и скорость  $u_1$  не зависит от  $n_1$ . Если  $r_D \simeq r_{De}$ , то уравнение (32) описывает перенос легких ионов с постоянной скоростью  $u_1$ ,

$$n_1 = n_1(z - u_1 t) \simeq n_1(z - 2.1 r_{De} \omega_{L_2} t). \quad (33)$$

Примем, что вместо неравенств (26) выполнены иные неравенства:

$$\left| \rho \frac{\partial p_e}{\partial z} \right| \gg \left| \frac{\partial p_1}{\partial z} - \frac{3}{2} (1 + \rho) \kappa n_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right|, \left| \frac{3}{2} \kappa n_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right|. \quad (34)$$

В таких условиях эффективная плотность силы в основном определяется градиентом давления электронов  $R \simeq \rho \partial p_e / \partial z > 0$  или  $R \simeq \rho_1 E$ . То есть под воздействием градиента давления электронов возникает их направленное движение, которое сопровождается появлением амбиполярного электрического поля  $E \simeq (1/\rho_e) \partial p_e / \partial z$ . Такое поле приводит к установлению направленного движения легких ионов, сопровождающегося черенковской генерацией медленных ионно-звуковых волн. В условиях (34) плотность тока описывается соотношением, отличающимся от (27) лишь заменой  $(-\partial p_1 / \partial z)$  на  $\rho (\partial p_e / \partial z)$ . Принимая во внимание такую замену, для скорости направленного движения легких ионов имеем (ср.(28))

$$u_1 = D \frac{\rho_1}{p_1} E - D_T \frac{\partial}{\partial z} \ln T_1, \quad (35)$$

где коэффициенты диффузии  $D$  и термодиффузии  $D_T$  описываются выражениями

$$D = \frac{16}{\pi} \beta(1 + \Delta) V_{sl} \frac{p_1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial z} p_e \right)^{-1}, \quad (36)$$

$$D_T = \frac{24}{\pi} \beta V_{sl} \frac{p_1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial z} p_e \right)^{-1}. \quad (37)$$

Отметим, несмотря на то, что коэффициент диффузии изменился, при небольшом градиенте температуры  $T_1$  уравнение диффузии имеет вид (32), а его решение при  $r_{De} \sqrt{V_{T_e}/V_{T_1}} \gg r_{D_1} \gg r_{D_e}$  описывается формулой (33).

Выше сделано предположение о значительном превышении порога неустойчивости. Поскольку в рассмотренных условиях неустойчивость возникает из-за направленного движения легких ионов, то это предположение оправдано, если

$$R \gg R_{th} = \sqrt{\frac{8}{9\pi}} n_1 m_1 V_{sl} \nu, \quad (38)$$

где  $\nu$  – частота столкновений легких ионов с тяжелыми. Если  $R < R_{th}$ , то имеет место обычный классический перенос легких ионов, когда коэффициенты диффузии и термодиффузии обратно пропорциональны  $\nu$  и описываются формулами кинетической теории устойчивой плазмы. Например, применительно к условиям (26) приведем оценку масштаба неоднородности давления легких ионов  $L_{th} = |\partial \ln p_1 / \partial z|_{th}^{-1}$ , отвечающую порогу неустойчивости в неизотермической водород-ксеноновой плазме с однократно ионизованными ионами. Принимая  $T_e \sim 40$  эВ,  $T_1 \sim \sim 1$  эВ,  $T_2 \sim 0.05$  эВ,  $n_e \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_1 \sim 4 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_2 \sim 6 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3}$ ,  $\Lambda \sim 3$ , имеем  $L_{th} \sim 60$  см. Изложенная теория не учитывает возможности влияния быстрых ионно-звуковых волн. При  $k r_{De} \sim 1$  фазовая скорость этих волн порядка  $V_s = \omega_L r_{De}$ , где  $\omega_L = \sqrt{\omega_{L_1}^2 + \omega_{L_2}^2}$ ,  $\omega_{L_1} = V_{T_1} / r_{D_1}$  и должна удовлетворять неравенствам  $V_{T_e} \gg V_s \gg V_{T_1}$ . Если  $V_{T_1} > V_s$ , то быстрых волн нет. Если же  $V_s \gg V_{T_1}$ , то условие отсутствия их генерации имеет вид [4]

$$|\rho_e E - \partial p_e / \partial z| < \sqrt{\frac{8}{9\pi}} n_e m_e V_s \nu_{ei}, \quad (39)$$

где  $\nu_{ei}$  – частота столкновений электронов с ионами. Отсюда, принимая во внимание явный вид амбиполярного электрического поля (23), имеем ограничение на величину градиента температуры  $|\kappa \partial T_e / \partial z| \ll (4\sqrt{2}/9\sqrt{\pi}) m_e V_s \nu_{ei}$ .

Выше дано замкнутое теоретическое описание турбулентности, связанной с возбуждением медленных ионно-звуковых волн в неизотермической плазме, содержащей легкие и тяжелые ионы. Продемонстрирована определяющая роль такой турбулентности в процессах аномального переноса легких ионов. Установленные в работе закономерности распределения плотности числа медленных волн по волновым векторам составляют основу для последующего описания широкого класса электромагнитных явлений и турбулентного нагрева плазмы со сложным ионным составом. Предложенный подход к изучению динамики ионов является универсальным и допускает обобщение применительно к плазмам с большим числом сортов ионов и большим числом возможных ионно-звуковых волн.

Работа выполнена при поддержке УНК ФИАН.

- 
1. В. П. Силин, С. А. Урюпин, *ЖЭТФ* **102**, 78 (1992).
  2. И. В. Кузора, В. П. Силин, С. А. Урюпин, *ЖЭТФ* **120**, 1194 (2001).
  3. Е. К. Завойский, Л. И. Рудаков, *Атомная энергия* **23**, 417 (1967).
  4. V. Yu. Bychenkov, V. P. Sulin, and S. A. Uryupin, *Phys. Reports* **164**, 119 (1988).
  5. А. С. Кингсеп, *Физика плазмы* **17**, 582 (1991).
  6. Л. И. Рудаков, *Письма в ЖЭТФ* **17**, 382 (1973).
  7. В. В. Яньков, *Письма в ЖТФ* **1**, 11 (1975).
  8. В. П. Силин, С. А. Урюпин, *Краткие сообщения по физике, ФИАН* N5-6, 55 (1997).
  9. В. Н. Цытович, *Теория турбулентной плазмы*, М.: Атомиздат, 1971.
  10. В. П. Силин, *Краткие сообщения по физике, ФИАН*, N6, 38 (1985).