Письма в ЖЭТФ, том 88, вып. 1, с. 27 – 33 © 2008 г. 10 июля

# Экранирование движущегося заряда в неравновесной плазме

*А. В. Филиппов*[+1)], *А. Г. Загородний*[*], *А. И. Момот*[∇]

[+]*ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований, 142190 Троицк, Московская обл., Россия*

[*]*Институт теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, 03143 Киев, Украина*

[∇]*Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, 01033 Киев, Украина*

Поступила в редакцию 30 апреля 2008 г.

После переработки 28 мая 2008 г.

На основе модели точечных стоков рассмотрена задача об экранировании заряда движущейся пылевой частицы. Методом трехмерного интегрального преобразования по пространственным переменным и преобразования Лапласа по времени определены характерные времена формирования поляризационного облака вокруг движущейся макрочастицы. Установлено, что стационарный потенциал движущегося заряда имеет дипольную составляющую, которая на больших расстояниях станет доминирующей. Также определена сила взаимодействия движущейся заряженной макрочастицы с электрическим полем индуцированных ею зарядов и показано, что направление этой силы в общем случае зависит от соотношения коэффициентов переноса и гибели плазменных частиц в плазме. При превышении коэффициента ланжевеновской рекомбинации ионов $\beta_{iL} = 4\pi e\mu_i$ над коэффициентом электрон-ионной рекомбинации $\beta_{ei}$ эта сила при наличии стоков будет ускорять пылевые частицы. При отсутствии стоков или выполнении условия $\beta_{ei} > \beta_{iL}$ эта сила будет направлена против направления скорости пылевой частицы.

PACS: 52.27.Lw

**Введение.** Задача об экранировании заряда, движущегося в плазме, имеет давнюю историю. Уже во второй работе, посвященной исследованию свойств электролитов, Дебай и Хюккель рассмотрели экранирование движущегося иона [1], что нужно было для построения теории проводимости электролитов. Задача решалась в диффузионно-дрейфовом приближении без учета объемных процессов рождения и гибели ионов, и потенциал был найден для малых скоростей движения заряда. Далее этот вопрос исследовался во многих работах [2 – 8] на основе уравнения Власова и его следствиях. В настоящей работе эта задача рассмотрена на основе диффузионно-дрейфового приближения применительно к столкновительной плазме с учетом стока плазменных частиц, процессов их рождения и гибели.

**Экранирование равномерно движущейся заряженной частицы.** Рассмотрим пылинку, движущуюся в слабоионизованной изотропной плазме, созданной внешним источником ионизации газа. В этом случае исходная система уравнений, описывающая зарядку движущейся макрочастицы в диффузионно-дрейфовом приближении, имеет вид [9, 10]

$$\frac{\partial n_\sigma}{\partial t} + \nabla\Gamma_\sigma = Q_{\rm ion} + \nu_{ion} n_e - \beta_{ei} n_e n_i - \eta_\sigma(\mathbf{r},t), \quad (1)$$

$$\triangle\phi = -4\pi\sum_{\sigma=e,i} e_\sigma n_\sigma - 4\pi e\rho(\mathbf{r},t), \quad (2)$$

$$\begin{gathered}\Gamma_\sigma = -\mathrm{sign}\,(e_\sigma)\,\mu_\sigma n_\sigma\nabla\phi - D_\sigma\nabla n_\sigma,\\ \eta_\sigma(\mathbf{r},t) = S_\sigma(t)\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{s}\right), \quad \rho(\mathbf{r},t) = q(t)\delta\left(\mathbf{r}-\mathbf{s}\right).\end{gathered} \quad (3)$$

Здесь $q(t)$ – заряд (в элементарных зарядах) пылевой частицы, который в общем случае (например, при неравномерном движении) может зависеть от времени, $S_\sigma(t)$ – интенсивность стоков частиц сорта $\sigma$; $\mathbf{s} = \mathbf{s}(t)$ – траектория пылинки; $n_\sigma = n_\sigma(\mathbf{r},t)$ – концентрация электронов ($\sigma = e$) и ионов ($\sigma = i$), $\mu_\sigma$ – подвижность и $D_\sigma$ – коэффициент диффузии заряженных частиц плазмы, $Q_{\rm ion}$ – интенсивность объемной ионизации внешним источником, например, пучком быстрых электронов, $\nu_{\rm ion}$ – частота ионизации газа собственными электронами плазмы, $\beta_{ei}$ – коэффициент электрон-ионной рекомбинации, $\phi = \phi(\mathbf{r},t)$ – потенциал самосогласованного поля, $e_i = e$ и $e_e = -e$, $e$ – элементарный заряд. Коэффициенты переноса, ионизации и рекомбинации электронов полагаем постоянными [11] и полагаем, что выполнены соотношения Эйнштейна

$$\frac{D_\sigma}{\mu_\sigma} = \frac{T_\sigma}{e}, \quad (4)$$

[1)]e-mail: fav@triniti.ru

где $T_{e,i}$ – температура электронов и ионов в энергетических единицах.

После подстановки (3) в (1) и линеаризации, уравнения (1) и (2) приобретают вид

$$\frac{\partial \delta n_\sigma}{\partial t} - D_\sigma \frac{e_\sigma n_0}{T_\sigma}\Delta\phi - D_\sigma \Delta \delta n_\sigma = \\ = \nu_{\rm ion}\delta n_e - \beta_{ei} n_0 (\delta n_i + \delta n_e) - \eta_\sigma(\mathbf{r}, t), \quad (5)$$

$$\Delta\phi = -4\pi e(\delta n_i - \delta n_e) - 4\pi e \rho(\mathbf{r}, t), \quad (6)$$

где $\delta n_\sigma(\mathbf{r}, t) = (n_\sigma - n_0)$ – возмущение плотности плазменных частиц, вызванное присутствием движущейся пылинки, $n_0$ – концентрация электронов и ионов в невозмущенной плазме:

$$n_0 \equiv n_{0e,i} = \frac{\nu_{\rm ion}}{2\beta_{ei}}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4 Q_{\rm ion}\beta_{ei}}{\nu_{\rm ion}^2}}\right). \quad (7)$$

После трехмерного интегрального преобразования Фурье по пространственным переменным и несложных преобразований, уравнения (5), (6) приведем к виду

$$\frac{1}{D_e}\frac{\partial U_{e\mathbf{k}}}{\partial t} + \left(k^2 + k_{se}^2 + k_{de}^2 - k_{ie}^2\right) U_{e\mathbf{k}} + \\ + \left(k_{se}^2 - k_{de}^2\right) U_{i\mathbf{k}} = \left(q k_{de}^2 - \widetilde{S}_e\right) e^{i\mathbf{ks}}, \quad (8)$$

$$\frac{1}{D_i}\frac{\partial U_{i\mathbf{k}}}{\partial t} + \left(k_{si}^2 - k_{di}^2 - k_{ii}^2\right) U_{e\mathbf{k}} + \\ + \left(k_{si}^2 + k_{di}^2 + k^2\right) U_{i\mathbf{k}} = -\left(q k_{di}^2 + \widetilde{S}_i\right) e^{i\mathbf{ks}}, \quad (9)$$

$$k^2 \Phi_{\mathbf{k}} = 4\pi e \left(U_{i\mathbf{k}} - U_{e\mathbf{k}} + q e^{i\mathbf{ks}}\right), \quad (10)$$

где $U_{\sigma\mathbf{k}} = \int \delta n_\sigma(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{kr}) d\mathbf{r}$, $\Phi_{\mathbf{k}} = \int \phi(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{kr}) d\mathbf{r}$ и введены следующие обозначения: $k_{i\sigma}^2 = \nu_{\rm ion}/D_\sigma$, $k_{d\sigma}^2 = 4\pi e^2 n_0/T_\sigma$, $k_{s\sigma}^2 = \beta_{ei} n_0/D_\sigma$, $\widetilde{S}_\sigma = S_\sigma/D_\sigma$.

Положим, что заряд макрочастицы и стоки электронов и ионов на нее постоянны. Пусть при $t = 0$ скорость макрочастицы, покоившейся в точке $r = 0$, меняется скачком с 0 до постоянного значения $\mathbf{v}$. Начальные значения для компонент Фурье плотности электронов и ионов, которые найдены в работе [10], обозначим как $U_{e\mathbf{k}}^0$ и $U_{i\mathbf{k}}^0$, соответственно. Выполнив преобразование Лапласа уравнений (8), (9), получим:

$$\left[p + D_e\left(k^2 + a_{11}\right)\right] U_{e\mathbf{k}p} + a_{12} D_e U_{i\mathbf{k}p} = \\ = \frac{b_1 D_e}{p - i\mathbf{kv}} + U_{e\mathbf{k}}^0, \quad (11)$$

$$a_{21} D_i U_{e\mathbf{k}p} + \left[p + D_i\left(k^2 + a_{22}\right)\right] U_{i\mathbf{k}p} = \\ = \frac{b_2 D_i}{p - i\mathbf{kv}} + U_{i\mathbf{k}}^0, \quad (12)$$

где $a_{11} = k_{se}^2 + k_{de}^2 - k_{ie}^2$, $a_{12} = k_{se}^2 - k_{de}^2$, $b_1 = q k_{de}^2 - \widetilde{S}_e$, $a_{21} = k_{si}^2 - k_{di}^2 - k_{ii}^2$, $a_{22} = k_{si}^2 + k_{di}^2$, $b_2 = -q k_{di}^2 - \widetilde{S}_i$.

Определитель системы уравнений (11), (12) можно представить в виде

$$\mathcal{D}_p = p^2 + \left[k^2\left(D_e + D_i\right) + a_{11} D_e + a_{22} D_i\right] p + \\ + D_e D_i \mathcal{D}, \quad (13)$$

где $\mathcal{D}$ – дискрминант системы уравнений для фурье-компонент плотностей электронов и ионов для стационарной задачи [10]

$$\mathcal{D} = k^4 + k^2\left(a_{11} + a_{22}\right) + a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}. \quad (14)$$

Как $\mathcal{D} > 0$, так и $\mathcal{D}_p > 0$, поэтому (13) можно представить в виде

$$\mathcal{D}_p = \left(p + p_1\right)\left(p + p_2\right), \quad (15)$$

где

$$p_{1,2} = \frac{1}{2}\left[k^2\left(D_e + D_i\right) + a_{11} D_e + a_{22} D_i \pm \Omega\right], \quad (16)$$

$$\Omega^2 = \left[k^2\left(D_e + D_i\right) + a_{11} D_e + a_{22} D_i\right]^2 - \\ - 4 D_e D_i \mathcal{D}. \quad (17)$$

После несложных преобразований уравнение (17) можно привести к виду

$$\Omega^2 = \left[k^2\left(D_e - D_i\right) + a_{11} D_e - a_{22} D_i\right]^2 + \\ + 4 D_e D_i a_{12} a_{21}. \quad (18)$$

Отсюда легко можно показать, что даже при $k = 0$ дискриминант квадратного уравнения в правой части (13) положителен. Поэтому мы можем сделать вывод, что величины $p_1$, $p_2$ действительны, а из соотношений

$$p_1 + p_2 = k^2\left(D_e + D_i\right) + a_{11} D_e + a_{22} D_i > 0, \\ p_1 p_2 = D_e D_i \mathcal{D} > 0, \quad (19)$$

следует, что они положительны и не равны друг другу.

Решения уравнений (11), (12) имеют вид

$$U_{e\mathbf{k}p} = \frac{b_1 D_e\left[p + D_i\left(k^2 + a_{22}\right)\right] - b_2 a_{12} D_e D_i}{\left(p - i\mathbf{kv}\right)\left(p + p_1\right)\left(p + p_2\right)} + \\ + \frac{U_{e\mathbf{k}}^0\left[p + D_i\left(k^2 + a_{22}\right)\right] - D_e a_{12} U_{i\mathbf{k}}^0}{\left(p + p_1\right)\left(p + p_2\right)}, \quad (20)$$

$$U_{i\mathbf{k}p} = \frac{b_2 D_i\left[p + D_e\left(k^2 + a_{11}\right)\right] - b_1 a_{21} D_e D_i}{\left(p - i\mathbf{kv}\right)\left(p + p_1\right)\left(p + p_2\right)} + \\ + \frac{U_{i\mathbf{k}}^0\left[p + D_e\left(k^2 + a_{11}\right)\right] - D_i a_{21} U_{e\mathbf{k}}^0}{\left(p + p_1\right)\left(p + p_2\right)}. \quad (21)$$

Выполнив обратное преобразование Лапласа [12], мы получим решения, которые в дополнение к стационарному решению содержат экспоненциально затухающие члены с множителями $e^{-p_1 t}$ и $e^{-p_2 t}$. Постоянные времени $p_1$ и $p_2$ зависят от абсолютного значения волнового вектора $k$. Для длинноволновых возмущений в плазме с внешним источником ионизации газа, когда можно пренебречь собственной ионизацией газа $\nu_{\text{ion}} \simeq 0$, из (16) имеем:

$$\lim_{k\to 0} p_1 = 2\beta_{ei} n_0 = 2\sqrt{\beta_{ei} Q_{\text{ion}}}, \ \lim_{k\to 0} p_2 = (\beta_{eL} + \beta_{iL}) n_0,$$

где $\beta_{eL} = 4\pi e\mu_e$, $\beta_{iL} = 4\pi e\mu_i$ – коэффициенты ланжевеновской рекомбинации электронов и ионов, соответственно. Отсюда видно, что на больших расстояниях от движущегося заряда характерное время формирования поляризационного облака определяется временами установления равновесия в плазме с внешним источником ионизации и дрейфа электронов и ионов. Для коротковолновых возмущений

$$\lim_{k\to\infty} p_1 = k^2 D_e, \quad \lim_{k\to\infty} p_2 = k^2 D_i,$$

то есть характерное время формирования облака поляризации определяется процессами диффузии электронов и ионов.

В случае плазмы с самостоятельным источником ионизации ($Q_{\text{ion}} = 0$), для длинноволновых возмущений характерные времена незначительно изменятся

$$\lim_{k\to 0} p_{1,2} = \beta_{ei} n_0 = \nu_{\text{ion}}, \quad \lim_{k\to 0} p_2 = (\beta_{eL} + \beta_{iL}) n_0,$$

а для коротковолновых возмущений останутся такими же, как и в плазме с внешним источником ионизации газа.

Так как величины $p_1$ и $p_2$ действительны и положительны, в стационаре все члены с $e^{-p_1 t}$ и $e^{-p_2 t}$ исчезнут. В итоге получим:

$$U_{e\mathbf{k}} = e^{i\mathbf{kv}t} \times \\ \times \frac{b_1 D_e \left[i\mathbf{kv} + D_i\left(k^2 + a_{22}\right)\right] - b_2 a_{12} D_e D_i}{\left(p_1 + i\mathbf{kv}\right)\left(p_2 + i\mathbf{kv}\right)}, \tag{22}$$

$$U_{i\mathbf{k}} = e^{i\mathbf{kv}t} \times \\ \times \frac{b_2 D_i \left[i\mathbf{kv} + D_e\left(k^2 + a_{11}\right)\right] - b_1 a_{21} D_e D_i}{\left(p_1 + i\mathbf{kv}\right)\left(p_2 + i\mathbf{kv}\right)}. \tag{23}$$

Также отметим, что в стационаре стоки электронов и ионов равны друг другу: $S_e = S_i \equiv S$. Теперь, подставив (22), (23) в (10), после несложных преобразований находим:

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e q}{k^2} e^{i\mathbf{kv}t} \times \\ \times \left[1 + \frac{\gamma k^2 + \beta_+\left(i\mathbf{kv} + \nu_s\right)}{(\mathbf{kv})^2 - i\mathbf{kv}\left(k^2 D_{ei} + \beta_+ + \nu_s\right) - D_e D_i \mathcal{D}}\right], \tag{24}$$

где $\gamma = (b_2 - b_1) D_e D_i / q = \left(S_-/q + k_d^2\right) D_e D_i$, $S_- = \widetilde{S}_i - \widetilde{S}_e$, $\beta_+ = k_{de}^2 D_e + k_{di}^2 D_i = 4\pi e n_0(\mu_e + \mu_i) \equiv n_0(\beta_{eL} + \beta_{iL})$, $\nu_s = 2\beta_{ei} n_0 - \nu_{\text{ion}}$, $D_{ei} = D_e + D_i$. Дискриминант $\mathcal{D}$, определенный выражением (14), можно представить в виде

$$\mathcal{D} = \left(k^2 + k_1^2\right)\left(k^2 + k_2^2\right), \tag{25}$$

где $k_1$ и $k_2$ являются постоянными экранирования для покоящегося заряда (см. [9, 10]) и определяются выражением:

$$k_{1,2}^2 = \frac{k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2}{2} \pm \left[\left(\frac{k_d^2 + k_s^2 - k_{ie}^2}{2}\right)^2 - \right. \\ \left. - k_{di}^2\left(2k_{se}^2 - k_{ie}^2\right) - k_{de}^2\left(2k_{si}^2 - k_{ii}^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{26}$$

где $k_d^2 = k_{di}^2 + k_{de}^2$, $k_s^2 = k_{si}^2 + k_{se}^2$. Как видно из (24), потенциал состоит из собственного потенциала источника (первое слагаемое) и индуцированной части, обусловленной откликом системы как на электрическое поле источника (члены с $q$), так и стоками (член с $S_-$ в $\gamma$).

**Экранирование заряда движущейся пылевой частицы при малых скоростях.** Для пылевых частиц в пылевой плазме выполнено условие

$$v \ll D_i k_d. \tag{27}$$

Например, в плазме аргона, созданной внешним источником ионизации, которая исследовалась в [10, 13], при скорости ионизации $Q_{\text{ion}} = 10^{14}$ см$^{-3}\cdot$с$^{-1}$ и комнатной температуре электронов и ионов $T_e = T_i = 300$ К находим, что $D_i k_d \approx 67$ см/с. При такой скорости энергия пылевой частицы радиусом 1 мкм из материала с плотностью 1 г/см$^3$ будет равна $\simeq 3700$ эВ, что значительно больше их тепловой энергии. Поэтому разложим второе слагаемое в квадратных скобках (24) с точностью до линейного относительно скорости члена. В итоге получим:

$$\Phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e q}{k^2} e^{i\mathbf{kv}t}\left\{1 - \frac{\gamma k^2 + \nu_s\beta_+}{D_e D_i \mathcal{D}} - \frac{i\mathbf{kv}}{D_e D_i \mathcal{D}} \times \right. \\ \left. \times \left[\beta_+ - \frac{\left(\gamma k^2 + \nu_s \beta_+\right)\left(k^2 D_{ei} + \nu_s + \beta_+\right)}{D_e D_i \mathcal{D}}\right]\right\}. \tag{28}$$

Введем сферическую систему координат с началом в центре движущейся макрочастицы и осью, направленной вдоль вектора скорости $\mathbf{v}$. Используя разложение $e^{-i\mathbf{kR}}$ по функциям Бесселя полуцелого порядка и теорему сложения для присоединенных функций Лежандра [14], после интегрирования по угловым переменным в формуле обратного преобразования Фурье $\phi = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \Phi_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{kr}} d\mathbf{k}$ из (28) для нахождения потенциала получим выражение

$$\phi\left(R, \mu_{\mathbf{R}}\right) = \phi_0\left(R\right) + \phi_1\left(R, \mu_{\mathbf{R}}\right), \tag{29}$$

$$\phi_0\left(R\right) = \frac{2eq}{R}\int\limits_0^\infty \left\{1 - \frac{\gamma k^2 + \nu_s\beta_+}{D_e D_i (k^2+k_1^2)(k^2+k_2^2)}\right\} \times \\ \times \frac{\sin kR}{k} dk, \tag{30}$$

$$\phi_1\left(R, \mu_{\mathbf{R}}\right) = -\frac{2eqv\mu_{\mathbf{R}}}{\pi R}\int\limits_0^\infty \frac{1}{D_e D_i \mathcal{D}}\left[\beta_+ - \right. \\ \left. - \frac{\left(\gamma k^2 + \nu_s\beta_+\right)\left[k^2(D_e+D_i) + \nu_s + \beta_+\right]}{D_e D_i \mathcal{D}}\right] \times \\ \times \left[\frac{\sin(kR)}{kR} - \cos(kR)\right] dk, \tag{31}$$

где $\mu_{\mathbf{R}}$ – косинус угла между векторами $\mathbf{v}$ и $\mathbf{R}$.

Интегрирование (30) приводит к решениям для потенциала неподвижной частицы, совпадающим с решениями из работ [9, 10]. Интегрируя (31), для линейного по скорости вклада в потенциал находим:

$$\phi_1\left(R, \mu_{\mathbf{R}}\right) = \frac{eq\mathbf{vR}}{D_e D_i R^3}\sum_{j=1}^{2}\left\{\alpha_{1j} + \alpha_{2j} - e^{-k_j R} \times \right. \\ \left. \times \left[\alpha_{1j}\left(1 + k_j R\right) + \alpha_{2j}\left(1 + k_j R + \tfrac{1}{2}k_j^2 R^2\right)\right]\right\}, \tag{32}$$

где ($\varkappa_d^2 = \frac{S_-}{q} + k_d^2$),

$$\alpha_{11} = \frac{1}{k_1^2\left(k_1^2 - k_2^2\right)}\left\{\beta_+ - \frac{D_{ei}k_1^2 k_2^2\left(k_1^2 + k_2^2 - 2\varkappa_d^2\right)}{\left(k_1^2 - k_2^2\right)^2} - \right. \\ \left. - \frac{\left(\beta_+ + \nu_s\right)\left[\varkappa_d^2\left(k_1^2 + k_2^2\right) - 2k_1^2 k_2^2\right]}{\left(k_1^2 - k_2^2\right)^2}\right\}; \tag{33}$$

$$k_2^2\alpha_{12} = -k_1^2\alpha_{11}; \tag{34}$$

$$\alpha_{2j} = \frac{\left(k_{3-j}^2 - \varkappa_d^2\right)\left(\beta_+ + \nu_s - D_{ei}k_j^2\right)}{k_j^2\left(k_1^2 - k_2^2\right)^2}, \\ j = 1, 2. \tag{35}$$

В резонансном случае $k_1 = k_2$ из (31) получаем:

$$\phi_1\left(R, \mu_{\mathbf{R}}\right) = \frac{eq\mathbf{vR}}{k_d^4 D_e D_i R^3}\left(\nu_s - e^{-k_d R} \times \right. \\ \times \left\{\nu_s\left(1 + k_d R + \tfrac{1}{2}k_d^2 R^2\right) - \right. \\ \left.\left. - \tfrac{1}{48}k_d^3 R^3\left(\alpha_3 + \alpha_4 k_d R\right)\right\}\right), \tag{36}$$

где $\alpha_3 = D_{ei}k_d^2(6 - 5q_s/q) - (\nu_s + \beta_+)\left(6 + \frac{q_s}{q}\right)$, $\alpha_4 = \frac{q_s}{q}\left(\nu_s + \beta_+ - D_{ei}k_d^2\right)$, $q_s = -S_-/k_d^2$ – эффективный заряд на больших расстояниях.

**Потенциал на расстояниях $k_2 R \gg 1$.** Из выражений (32), (36) видно, что потенциал движущегося заряда имеет дипольную составляющую, которая на больших расстояниях $R \gg k_2^{-1}$ станет определяющей. Как в случае $k_1 \neq k_2$ из (32), так и в резонансном случае $k_1 = k_2$ из (36) следует:

$$\phi_{1,\mathrm{d}} = \frac{eq\mathbf{vR}}{4\pi e n_0\left(\mu_e + \mu_i\right)R^3}, \tag{37}$$

то есть дипольная составляющая как в резонансном, так и в нерезонансном случаях определяется одной и той же формулой и не зависит от наличия стоков плазменных частиц на движущийся заряд, а от процессов их рождения и гибели зависит только через концентрацию электронов и ионов в невозмущенной плазме. Из выражения (37) для напряженности электрического поля получим:

$$E_z = \frac{eqv}{\beta_+ R^5}\left(2z^2 - \varrho^2\right), \quad E_\varrho = \frac{3eqvz^2}{\beta_+ R^5}, \tag{38}$$

где $z$, $\varrho$ – координаты в цилиндрической системе координат с началом в центре пылевой частицы и с направлением оси $z$ вдоль скорости частицы. Из (38) видно, что на одноименно заряженную пылевую частицу, находящуюся в кильватере движущейся пылевой частицы, будет действовать сила притяжения, а в фарватере – сила отталкивания.

В низкотемпературной плазме при давлениях порядка атмосферного и ниже в любых газах $\beta_{eL} \gg \beta_{iL}$. В этом случае из (37) следует, что:

$$\phi_{1,\mathrm{d}} \approx \frac{eq\mathbf{vR}\tau_{\mathbf{d}}}{R^3}, \tag{39}$$

где $\tau_d = \left(k_{de}^2 D_e\right)^{-1}$ – характерное диффузионное время прохождения электронами плазмы дебаевского электронного радиуса, то есть потенциал соответствует диполю с зарядами $eq$ и $-eq$, находящимися на расстоянии $v\tau_d$ друг от друга.

В работах [5, 6, 8] было показано, что в бесстолкновительной или во власовской плазме на расстояниях $k_d R \gg 1$ потенциал движущейся частицы имеет вид

$$\phi(\mathbf{R}) = \frac{eq}{R}\left(e^{-k_d R} + \frac{2\mathbf{vR}}{v_{th,e}k_d^2 R^3}\right), \tag{40}$$

где $v_{th,e} = \sqrt{8T_e/\pi m_e}$. На больших расстояниях потенциал имеет квадрупольную составляющую. Поэтому отношение потенциала на больших расстояниях в столкновительной плазме к потенциалу во власовской плазме определяется выражением:

$$r_e = \frac{3R}{2l_e}, \tag{41}$$

откуда видно, что в столкновительной плазме потенциал на больших расстояниях значительно выше. Эта картина похожа на экранирование в плазме без объемных источников рождения и гибели плазмы в столкновительном и бесстолкновительном режимах переноса. В первом случае на больших расстояниях $r \gg k_d^{-1}$ потенциал определяется выражением [10]

$$\phi \approx -\frac{eS}{k_D^2 r}\left(\frac{1}{D_i} - \frac{1}{D_e}\right), \tag{42}$$

а в бесстолкновительной плазме

$$\phi(r) \approx -\frac{\pi r_0^2 e n_0}{(r k_d)^2}\left(1 - \frac{2qe^2}{r_0 T_i}\right). \tag{43}$$

С учетом того, что в приближении ограниченных орбит $S = 4\pi r_0^2 j_i$, где

$$j_i = \frac{1}{4} n_0 v_{th,i}\left(1 - \frac{e\phi_0}{T_i}\right),$$

из (43) получаем:

$$\phi(r) \approx -\frac{2eS}{(r k_d)^2 v_{th,i}}. \tag{44}$$

Сравнение (42) и (44) показывает, что степень $r$ в знаменателе снова на единицу больше в бесстолкновительной плазме, и отношение потенциалов определяется выражением

$$r_i = \frac{3R}{2l_i}, \tag{45}$$

то есть процесс экранирования в этом случае определяется более медленными ионами, в отличие от процесса динамического экранирования, который определяется более подвижными электронами. Поэтому даже редкие столкновения будут определять характер экранирования на больших расстояниях. В работе [15] действительно было показано, что учет даже редких столкновений немедленно приводит к появлению неэкранированного кулоновского потенциала на больших расстояниях.

**Сила взаимодействия движущейся частицы с индуцированным ею зарядом.** На малых расстояниях $k_d R \ll 1$ из (32) с точностью до линейного по $R$ члена, с учетом (34), получим

$$\phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}) = -\frac{eq\mathbf{vR}}{3D_e D_i} \times \\ \times \left[k_1^3\left(\alpha_{11} - \tfrac{1}{2}\alpha_{21}\right) + k_2^3\left(\alpha_{12} - \tfrac{1}{2}\alpha_{22}\right)\right]. \tag{46}$$

В резонансном случае $k_1 = k_2$ из (36) при $k_d R \ll 1$ следует

$$\phi_1(R, \mu_{\mathbf{R}}) = \frac{eq\mathbf{vR}}{6k_d D_e D_i}\left(\nu_s + \tfrac{1}{8}\alpha_3\right). \tag{47}$$

Из (46), (47) видно, что линейный по скорости пылевой частицы вклад в потенциал при $R \to 0$ стремится к нулю. По этой причине энергия взаимодействия заряда пылевой частицы с наведенным зарядом поляризованного облака оказывается пропорциональной квадрату скорости. А сила, действующая на пылевую частицу со стороны облака поляризации, будет линейной функцией скорости, причем будет иметь только сонаправленную со скоростью частицы составляющую.

Изучим влияние стока и объемных процессов на силу, действующую на движущуюся частицу со стороны собственного облака поляризации в изотермической плазме $T_e = T_i$ с внешним источником ионизации газа. В такой плазме $k_1 = k_d$, $k_2 = k_s$, $k_{de} = k_{di}$, а также $\beta_+/(D_e + D_i) = \frac{1}{2}k_d^2$. Сначала рассмотрим случай нулевых стоков $S = 0$. Этот случай реализуется в термической плазме, в которой пылевые частицы заряжены положительно и сток плазменных частиц на пылевые частицы практически отсутствует. В этом случае $\varkappa_d^2 = k_d^2$, и из (46) получим:

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d v}{12 D_e D_i}\left[\frac{k_d^2 (D_e + D_i)}{k_d^2 - k_s^2} + \frac{2\nu_s}{(k_d + k_s)^2}\right]. \tag{48}$$

В плазме практически всегда выполнено условие $D_e k_d^2 \gg \nu_s$, поэтому

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d^3 v}{12\left(k_d^2 - k_s^2\right)}\left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_e}\right). \tag{49}$$

При $k_s = 0$, что соответствует задаче, рассмотренной в работе [1], из (49) получим:

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 k_d v}{12}\left(\frac{1}{D_i} + \frac{1}{D_e}\right). \tag{50}$$

Это выражение с точностью до обозначений совпадает с решением, полученным в [1].

Далее рассмотрим влияние стока частиц на силу взаимодействия движущегося заряда с собственным облаком. В численных расчетах процесса зарядки пылевых частиц в работах [13, 16, 17] отмечалось, что поток ионов на пылевую частицу в стационаре практически совпадает с ланжевеновским потоком. Поэтому для стока электронов и ионов положим:

$$S \approx -4\pi e \mu_i n_0 q = -\beta_{iL} n_0 q. \tag{51}$$

Тогда $S_- \approx -k_{di}^2 q = \frac{1}{2}k_d^2 q$ и $\varkappa_d^2 \approx k_{de}^2 = \frac{1}{2}k_d^2$. Также, с учетом $\nu_s \ll D_e k_d^2$, из (47) получим:

$$F_z = \frac{e^2 q^2 v\left(D_e + D_i\right)}{24 D_e D_i} \frac{k_d^2\left(k_d^2 - 2k_s^2\right)}{\left(k_d + k_s\right)^3}. \qquad (52)$$

Отсюда видно, что направление силы определяется знаком величины $\left(k_d^2 - 2k_s^2\right)$ и при выполнении условия

$$k_d^2 > 2k_s^2 \qquad (53)$$

сила, действующая на движущуюся пылевую частицу со стороны индуцированного ею плазменного облака, будет не тормозить, а ускорять пылевую частицу. Это обусловлено наличием стоков электронов и ионов, поскольку при отсутствии стоков, как видно из выражений (49), (50), сила направлена против направления движения. Условие (53) с учетом того, что $k_{si} \gg k_{se}$, совпадает с условием отсутствия максимума в распределении ионов вокруг неподвижной пылевой частицы [10, 11]. При нарушении условия (53) распределение ионов будет иметь максимум, как и в случае отсутствия стоков. В кильватере движущейся частицы этот максимум успеет сформироваться, а в фарватере – нет, что приведет к появлению избыточного положительного заряда сзади пылевой частицы, и этот заряд будет тормозить пылевую частицу. В случае отсутствия максимума в распределении ионов, в фарватере плотность ионов будет ближе к невозмущенной $n_0$, а в кильватере – ближе к установившейся для неподвижной пылевой частицы, то есть теперь сформируется избыточный положительный заряд впереди пылевой частицы, и этот заряд будет ускорять пылевую частицу. Как показали численные расчеты, отклонение распределения электронов от сферически симметричного имеет противоположный ионному знак, что усиливает эффект, причем электронная компонента дает больший вклад в суммарный избыточный заряд, чем ионная.

Нужно отметить, что возможность движения с отрицательным трением заряженного тела в плазме обсуждалась в работе [18] и рассматривалась в работах [19, 20]. В последних работах, в отличие от нашей, рассмотрена только задача без объемных источников рождения и гибели электронов и ионов, а также в предположении, что электроны вокруг частицы распределены по закону Больцмана. В случае отсутствия объемных источников $k_s \equiv 0$, и из (52) в точности следует выражение (11) работы [19] (с учетом соотношений Эйнштейна (4) и определения коэффициента диффузии ионов в этой работе).

Для резонансного случая $k_d = k_s$ получаем, что $\alpha_3 = \frac{1}{4}D_{ei}k_d^2$ и из (47) с учетом $\nu_s \ll D_e k_d^2$ следует:

$$F_z = -\frac{e^2 q^2 v\left(D_e + D_i\right)}{192 D_e D_i} \qquad (54)$$

(эта формула, кстати, непосредственно следует и из (52) при подстановке $k_d = k_s$).

Интересно сравнить силу со стороны индуцированного заряда с силой Стокса. Для плазмы аргона с внешним источником ионизации при $Q_{\text{ion}} = 10^{14}$ см$^{-3}$·с$^{-1}$, $T_e = 3$ эВ, $T_i = 300$ К для частиц радиусом $r_0 = 10$ мкм из (46) находим:

$$F_z = 2.0 \cdot 10^{-7}\, v \text{ дин} \cdot \text{с/см}.$$

Сила Стокса для этих условий в аргоне равна

$$F_S = -6\pi\eta r_0 v = -4.3 \cdot 10^{-6}\, v \text{ дин} \cdot \text{с/см}.$$

Мы видим, что сила взаимодействия заряда с индуцированным облаком может быть сравнима с силой Стокса, поэтому при рассмотрении пылевой плазмы при повышенных давлениях она должна учитываться. Отметим, что заряд макрочастицы обычно пропорционален ее радиусу и электронной температуре, поэтому с ростом как радиуса макрочастицы, так и температуры электронов сила $F_z$ будет расти. Причем, эта сила пропорциональна квадрату радиуса, в отличие от силы Стокса, которая линейно зависит от $r_0$ при повышенных давлениях. Поэтому для указанных выше условий для макрочастиц радиусом 212.5 мкм будет иметь место равенство силы Стокса и электростатической силы со стороны индуцированного облака, то есть движение такой частицы в плазме будет происходить в сверхтекучем режиме (по крайней мере, в условиях микрогравитации), возможность которого рассматривалась в работе [20].

**Заключение.** В настоящей работе показано, что на одноименно заряженную пылевую частицу, которая находится в кильватере движущейся пылевой частицы, на больших расстояниях $k_2 R \gg 1$ действует сила притяжения, а в фарватере – сила отталкивания. Также показано, что индуцированное облако поляризации может ускорять пылевую частицу. Особенно сильным будет взаимодействие пылевых частиц и воздействие на них со стороны облака поляризации во время инжекции в плазму, когда они имеют значительные направленные скорости.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект # 08-02-01324а.

---

1. P. Debye and E. Hückel, Phys. Zeitschr **24**, 305 (1923).

2. А. А. Власов, *Теория многих частиц*, М.: Гостехиздат, 1950.
3. D. Pines and D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 338 (1952).
4. W. B. Thompson and J. Hubbard, Rev. Mod. Phys. **32**, 714 (1960)
5. D. Montgomery, G. Joyce, and R. Sugihara, Plasma Physics **10**, 681 (1968).
6. G. Cooper, Phys. Fluids **12**, 2707 (1969).
7. P. M. Echenique, R. H. Ritchie, and W. Brandt, Phys. Rev. B **20**, 2567 (1979).
8. Э. Э. Трофимович, В. П. Крайнов, ЖЭТФ **102**, 71 (1992); **103**, 3971 (1993).
9. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, Письма в ЖЭТФ **81**, 180 (2005).
10. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., ЖЭТФ **131**, 164 (2007).
11. А. В. Филиппов, Н. А. Дятко, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, Физика плазмы **29**, 214 (2003).
12. Г. Бейтмен, А. Эрдейи, *Таблицы интегральных преобразований*, том 1. *Преобразования Фурье, Лапласа и Меллина*, М.: Наука, 1969.
13. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот и др., ЖЭТФ **132**, 949 (2007).
14. А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов, *Задачи по математической физике*, М.: Изд-во МГУ, 1998.
15. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль и др., Письма в ЖЭТФ **86**, 873 (2007).
16. А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. В. Филиппов, Физика плазмы **27**, 155 (2001).
17. А. Ф. Паль, А. О. Серов, А. Н. Старостин и др., ЖЭТФ **119**, 271 (2001).
18. A. Zagorodny, O. Bystrenko, T. Bystrenko et al., Proc. ICPIG XXVIII, Prague, July 15-20, 2007, p. 26.
19. S. V. Khrapak, S. A. Zhdanov, A. V. Ivlev, and G. E. Morfill, J. Appl. Phys. **101**, 033307 (2007).
20. S. V. Vladimirov, S. A. Khrapak, M. Chaudhuri, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **100**, 055002 (2008).