

# Эффект шнурования тока в неоднородных двумерных электронных системах и его роль в фотоотклике на СВЧ-облучение

И. В. Печенежский, С. И. Дорожкин<sup>1)</sup>

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 14 мая 2008 г

После переработки 16 июня 2008 г.

На основании аналитического анализа классической задачи, подтвержденного численным расчетом, показано существование эффекта шнурования тока около одной из сторон прямоугольного образца при наличии градиента плотности двумерных электронов вдоль направления тока и большом отношении холловской компоненты тензора магнетопроводимости к диссипативной. Показано, что полученные результаты объясняют ряд экспериментальных наблюдений, сделанных в режиме индуцированных СВЧ излучением состояний с близкими к нулю значениями диссипативных компонент тензоров магнетопроводимости и магнетосопротивления.

PACS: 73.40.—с, 73.43.—f

Большая величина отношения модуля холловской компоненты тензора магнетопроводимости  $|\sigma_{xy}|$  к диссипативной  $\sigma_{xx}$  в сочетании с неоднородностью изучаемой системы может приводить к нетривиальным распределениям электрического тока. Одним из наиболее известных примеров является перетекание тока через границу между эквипотенциальной областью с высокой проводимостью и двумерной электронной системой, происходящее на тем более коротком отрезке границы, чем больше отношение  $|\sigma_{xy}|/\sigma_{xx}$  в двумерной системе. Аналитическое решение этой задачи было получено в результате классических расчетов в работах [1, 2], выполненных в связи с изучением квантового эффекта Холла. Другим примером является предсказание “статического скин-эффекта” [3] для случая протекания тока по бесконечной полоске с двумерной электронной системой, описываемой в рамках друдевской проводимости и находящейся в магнитном поле  $H$ , линейно изменяющемся вдоль полоски. В данной статье нами будут представлены результаты анализа и численных расчетов распределения тока в образце холловской геометрии (прямоугольник с двумя эквипотенциальными сторонами) с двумерной электронной системой, имеющей слабо изменяющуюся плотность  $n_s$  вдоль направления тока. Эти результаты демонстрируют существование эффекта шнурования тока около одной из сторон образца, имеющего своим следствием качественное различие между разностями потенциалов, измеренными с различных сторон, одна из которых экспоненциально уменьшается с ростом

$\sigma_{xx}^{-1}$ . Мы покажем, что полученные результаты могут объяснить экспериментальные данные, полученные в работе [4], которая посвящена исследованию индуцированных СВЧ излучением состояний с близкими к нулю значениями магнетопроводимости  $\sigma_{xx}$  и магнетосопротивления  $\rho_{xx}$  [5, 6].

Аналогично работе [3] мы основываем наши вычисления на условии непрерывности поверхностного электрического тока с плотностью  $\mathbf{j}$ :

$$\nabla \mathbf{j} = \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

и линейной связи между потенциальным электрическим полем  $\mathbf{E} = -\nabla\phi$  и  $\mathbf{j}$ :

$$\mathbf{j} = \hat{\sigma}\mathbf{E}, \quad (2)$$

где  $\hat{\sigma}$  — тензор магнетопроводимости двумерной системы с компонентами, которые мы будем считать зависящими только от координаты  $x$ . Тогда задача о распределении потенциала в прямоугольном образце длиной  $L$  и шириной  $W$  с эквипотенциальными краями, параллельными оси  $y$ , сводится к уравнению в частных производных

$$\sigma_{xx} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \frac{d\sigma_{xy}}{dx} \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{d\sigma_{xx}}{dx} \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

и граничным условиям

$$\begin{aligned} j_y |_{y=\pm W/2} &= 0, \\ \phi |_{x=\pm L/2} &= \mp \phi_0/2. \end{aligned} \quad (4)$$

Прежде чем привести результаты численного расчета для интересующего нас случая конечного образца с  $L > W$ , покажем, какой результат можно было

<sup>1)</sup>e-mail: dorozh@issp.ac.ru

бы ожидать. Для этого мы переформулируем задачу с неоднородным магнитным полем, рассмотренную в работе [3], на случай  $\sigma_{xy} \approx n_s e c / H_z$ , монотонно меняющейся вдоль оси  $x$ . Рассмотрим бесконечно длинную полоску, вытянутую вдоль этой оси, и аналогично [3] будем искать решение специального вида, удовлетворяющее условию  $j_y = 0$  не только на границах полоски  $y = \pm W/2$ , но и при всех значениях  $y$ . Нетрудно убедиться, основываясь на том, что в соответствии с уравнением (1) плотность тока  $j_x$  является только функцией  $y$ , что такая задача имеет решение только в случае, когда комбинация компонент тензора магнетосопротивления  $(d\rho_{xy}/dx)/\rho_{xx} = k$  не зависит от координаты  $x$ . Решение для плотности тока имеет в этом случае экспоненциальный вид

$$j_x = \frac{Ik}{2 \sinh(kW/2)} e^{-ky}, \quad (5)$$

соответствующий шнурованию тока при  $|kW| \gg 1$  около одного края образца ( $I$  – полный ток через образец). Величина  $|kW|$  может быть велика даже при малом относительном изменении  $\rho_{xy}$  на масштабе, равном ширине образца  $W$ , за счет большой величины отношения  $|\rho_{xy}|/\rho_{xx} = |-\sigma_{xy}|/\sigma_{xx}$ . В случае линейного изменения магнитного поля с координатой  $x$ , рассмотренном в работе [3], величина  $k = (d\rho_{xy}/dx)/\rho_{xx}$  в рамках теории Друде действительно является константой и полученное решение (5) является точным. Изменение знака  $k$ , происходящее при изменении знака магнитного поля, переводит шнур тока с одной стороны полоски на другую.

При условии  $j_y = 0$  холловское электрическое поле  $E_y = -\partial\phi/\partial y = -\rho_{xy}(x)j_x$ , и в результате разность потенциалов  $U_{xy}(x) = \phi(x, y = W/2) - \phi(x, y = -W/2)$  между точками, расположенными на разных сторонах полоски друг против друга, определяется локальным значением холловского сопротивления  $\rho_{xy}$ :  $U_{xy}(x) = \rho_{xy}(x)I$ . Для дальнейшего нам понадобится формула для разности потенциалов, измеряемой между точками, находящимися на одной стороне образца на расстоянии  $l$  друг от друга:  $U_{xx}^{\pm}(x_0) = \phi(x = x_0 - l/2, y = \pm W/2) - \phi(x_0 + l/2, y = \pm W/2) = j_x \int_{x_0 - l/2}^{x_0 + l/2} \rho_{xx} dx$ . Эти величины обычно используются для вычисления “удельного сопротивления” по формуле  $\rho_{\pm}^* = (W/l)U_{xx}^{\pm}/I$ , которое теперь зависит от стороны образца, на которой проводится измерение  $U_{xx}$ :

$$\rho_{\pm}^* = \frac{\exp(\mp kW/2)}{2 \sinh(kW/2)} \frac{W}{l} [\rho_{xy}(x_0 + l/2) - \rho_{xy}(x_0 - l/2)]. \quad (6)$$

Таким образом, при  $|kW| \gg 1$  величина  $\rho^*$  оказывается пропорциональной разности холловских сопротивлений, а коэффициент пропорциональности может быть либо экспоненциально малым, либо примерно равным геометрическому фактору  $W/l$  в зависимости от стороны образца, с которой измеряется разность потенциалов, используемая для определения  $\rho^*$ .

Нетрудно убедиться, что в интересующем нас случае  $|\sigma_{xy}|/\sigma_{xx} \gg 1$ ,  $(d\rho_{xy}/dx)/\rho_{xx} \approx (d\sigma_{xy}/dx)/\sigma_{xx}$ , так что  $k$  фактически будет константой при линейном законе изменения  $\sigma_{xy} = \sigma_{xy}^{(0)}(1 + \alpha x)$  и не зависящей от координат величине  $\sigma_{xx}$ . Именно такой случай мы сначала рассмотрим более подробно. Далее на нескольких примерах будет показано, что основные качественные результаты остаются справедливыми и при наиболее очевидных модификациях модели: введении координатной зависимости  $\sigma_{xx}(x)$  и нелинейной зависимости  $\sigma_{xy}(x)$ . Вопрос о применимости этой модели к реальным экспериментам будет обсужден ниже. Сделанный выше анализ может служить ориентиром для численных расчетов при замене величины  $k$  на  $\alpha\sigma_{xy}^{(0)}/\sigma_{xx}$ . В частности, величина  $\rho_{\pm}^*$  при  $x_0 = 0$  и  $\alpha l \ll 1$  принимает вид

$$\rho_{\pm}^* \approx \frac{\alpha W \exp(\mp \alpha \sigma_{xy}^{(0)} W / 2 \sigma_{xx})}{\sigma_{xy}^{(0)} 2 \sinh(\alpha \sigma_{xy}^{(0)} W / 2 \sigma_{xx})}. \quad (7)$$

Задача, определяемая уравнениями (3) и (4), записанными в конечных разностях на прямоугольной сетке, решалась численно итерационным методом для  $\sigma_{xy}(x) = \sigma_{xy}^{(0)}(1 + \alpha x)$  и не зависящей от координат величины  $\sigma_{xx}$ . На рис.1 сплошными линиями изображены вычисленные эквипотенциалы для конечного прямоугольного образца с соотношением сторон  $L/W = 5$ . В силу соотношения  $|\sigma_{xy}| \gg \sigma_{xx}$  ток примерно параллелен эквипотенциалам, а величина плотности тока пропорциональна градиенту потенциала, то есть плотности линий. Рис.1 естественно воспроизводит упоминавшийся во введении результат о концентрации тока в углах прямоугольного образца. Нас же интересует концентрация тока, происходящая около одной (в данном случае нижней) стороны образца. Видно также, что на большей части длины образца вблизи его середины эквипотенциальные линии примерно параллельны его сторонам, так что условие  $j_y = 0$ , априори наложенное при аналитическом анализе, хорошо выполняется уже в сравнительно коротком ( $L/W = 5$ ) образце. Более наглядно этот факт демонстрирует рис.2. Действительно, заметное отклонение  $j_y$  от нуля происходит только вблизи концов образца ( $x = \pm 2.5$ ). Результаты

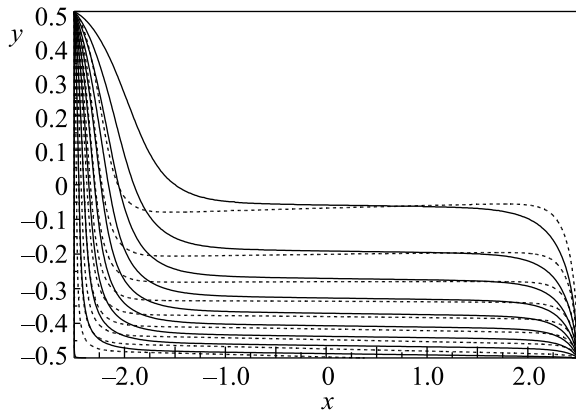


Рис.1. Распределение электрического потенциала в прямоугольном образце при  $\sigma_{xy}(x) = \sigma_{xy}^{(0)}(1 + \alpha x)$  для  $\sigma_{xy}^{(0)} = 1$ ,  $\alpha = 0.02$ ,  $L = 5$ ,  $W = 1$ . Сплошные линии соответствуют не зависящей от координат величине  $\sigma_{xx} = 0.004$ , а пунктирные — постоянному отношению  $\sigma_{xy}/\sigma_{xx}$  ( $\sigma_{xx}$  при этом меняется по закону  $\sigma_{xx}(x) = \sigma_{xx}^{(0)}(1 + \alpha x)$ ,  $\sigma_{xx}^{(0)} = 0.004$ ). Эквипотенциальные линии снизу вверх соответствуют значениям потенциала  $\phi = (0.4, 0.3, \dots, -0.3, -0.4)\phi_0$

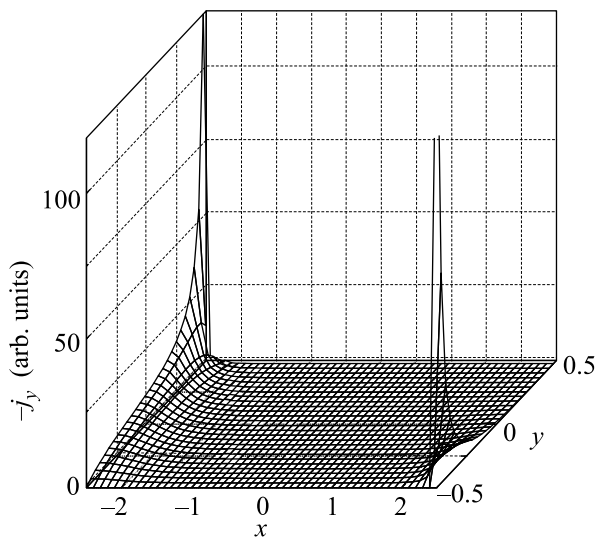


Рис.2. Зависимость от координат компоненты тока  $j_y$  для случая не зависящей от  $x$  величины  $\sigma_{xx} = 0.004$ . Параметры вычислений такие же, как для рис.1

для величин  $\rho_{\pm}^* = [\phi(x = -1, y = \pm 0.5) - \phi(x = 1, y = \pm 0.5)]/2I$ , соответствующих измерениям с различных сторон образца, приведены на рис.3. Вставка к рис.3 показывает, что  $\rho_{\pm}^*$ , определенная из разности потенциалов на верхней границе образца (рис.1) экспоненциально падает при уменьшении  $\sigma_{xx}$  и хорошо описывается формулой (7), полученной для бесконечно длинного образца при  $j_y = 0$ . Величина  $\rho_{-}^*$  при малых значениях  $\sigma_{xx}$  становится равной разности холловских сопротивлений между точками

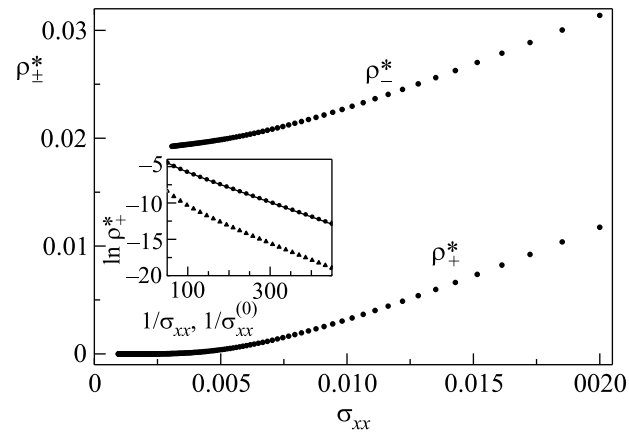


Рис.3. Зависимость от  $\sigma_{xx}$  (в случае, когда  $\sigma_{xx}$  не зависит от координаты  $x$ ) величин  $\rho_{\pm}^* = [\phi(x = -1, y = \pm 0.5) - \phi(x = 1, y = \pm 0.5)]/2I$ , определенных из значений падения напряжений на верхней (нижняя кривая) и нижней (верхняя кривая) сторонах образца, показанного на рис.1. На вставке круглыми точками зависимость  $\rho_{+}^*(\sigma_{xx})$  перестроена в координатах  $(\sigma_{xx}^{-1}, \ln \rho_{+}^*)$ . Там же приведена сплошная линия, построенная по формуле (7), которая полностью совпадает с результатами вычислений. Треугольниками представлена расчетная зависимость  $\rho_{+}^*$  от  $1/\sigma_{xx}^{(0)}$  для случая линейной координатной зависимости  $\sigma_{xx}(x) = \sigma_{xx}^{(0)}(1 + \alpha x)$ . Параметры такие же, как для рис.1

измерения (с точностью до геометрического фактора  $W/l$ ). Чтобы продемонстрировать общность сделанных выводов, были выполнены расчеты для двух других случаев. В первом случае, при линейной зависимости  $\sigma_{xx}$  от координаты  $x$ :  $\sigma_{xx}(x) = \sigma_{xx}^{(0)}(1 + \alpha x)$ , сохраняющей, как в теории Друде, постоянным отношение  $\sigma_{xy}/\sigma_{xx} = \sigma_{xy}^{(0)}/\sigma_{xx}^{(0)} = \text{const}$ . Соответствующее распределение потенциала и зависимость величины  $\rho_{+}^*$  от  $\sigma_{xx}^{-1}$  приведены на рис.1 и вставке к рис.3, соответственно. Как видно, эффект шнурования и близкая к экспоненциальной зависимость  $\rho_{+}^*(\sigma_{xx}^{-1})$  полностью воспроизводятся в этом случае. Сильное нарушение условия  $j_y = 0$  происходит во втором примере, где выбрана нелинейная (кубическая) зависимость  $\sigma_{xy}(x)$  (см. рис.4). Из этого рисунка очевидно шнурование тока около нижней границы образца, однако ширина шнура и плотность тока в нем теперь зависят от координаты  $x$ . На вставке в полулогарифмическом масштабе приведена величина  $\rho_{+}^*$  для этого случая, также демонстрирующая сильную зависимость от  $\sigma_{xx}^{-1}$ . В обоих примерах  $\rho_{-}^* \rightarrow (1/2)(\rho_{xy}(x = 1) - \rho_{xy}(x = -1))$  при  $\sigma_{xx} \rightarrow 0$ . Кроме того, аналогично аналитическим результатам, при изменении знака магнитного поля происходит перемещение шнура к противоположной

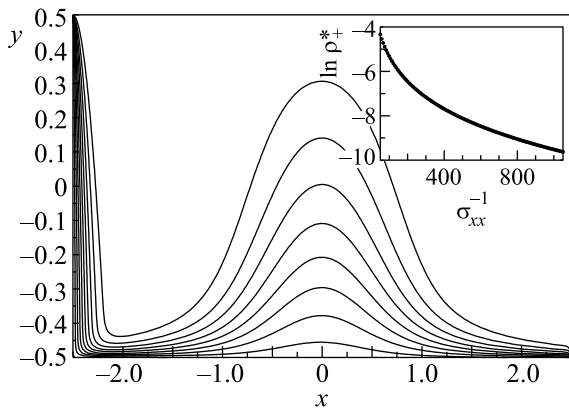


Рис.4. Распределение потенциала для случая кубической зависимости  $\sigma_{xy}(x) = \sigma_{xy}^{(0)} [1 + 0.2(x/2.5)^3]$  и  $\sigma_{xy}^{(0)} = 1$ ,  $\sigma_{xx} = 0.004$ . На вставке приведена зависимость от  $\sigma_{xx}^{-1}$  величины  $\ln \rho_+^*$  ( $\rho_+^* = [\phi(x = -1, y = 0.5) - \phi(x = 1, y = 0.5)]/2I$ )

стороне образца, что приводит к перемене значений  $\rho_{\pm}^*$ :  $\rho_{\pm}^*(H_z) = \rho_{\mp}^*(-H_z)$ .

Перейдем теперь к обсуждению применимости полученных результатов к реальным экспериментам. На наш взгляд, рассмотренная нами модель может быть использована для описания эффектов в режиме индуцированных СВЧ излучением состояний с близкими к нулю значениями магнетосопротивления и магнетопроводимости. Действительно, при не слишком высоких частотах излучения такие состояния возникают в магнитных полях, где отсутствуют осцилляции Шубникова – де Гааза, хотя выполняется соотношение  $|\sigma_{xy}| \gg \sigma_{xx}$ . Так что есть основания для классического рассмотрения задачи о распределении тока. Факт отсутствия осцилляций Шубникова-де Гааза в гетероструктурах GaAs/AlGaAs с высокой подвижностью электронов при  $|\sigma_{xy}| \gg \sigma_{xx}$  обычно объясняется наличием в образцах длиннопериодных флуктуаций потенциала и связанных с ним флуктуаций плотности электронов, приводящих к размыванию осцилляций. Так что существенная роль длиннопериодных флуктуаций плотности электронов в таких образцах является неплохо установленной. Более того, для объяснения все большего количества результатов приходится привлекать предположение о существовании монотонного изменения плотности электронов в образцах. В качестве примера можно сослаться на недавнюю работу [7] по наблюдению квантования магнетосопротивления в режиме дробного квантового эффекта Холла, в которой для объяснения результатов было использовано предположение о наличии в образце градиента плотности электронов  $n_s$  в 1% на см. Естественно, что наличие градиента плотности ведет к появлению градиента  $\sigma_{xy} \approx n_s e c / H_z$ . Осо-

бенностью индуцированных излучением состояний с близкими к нулю значениями  $\sigma_{xx}$  и  $\rho_{xx}$  является тот факт, что их положение по магнитному полю определяется соотношением между циклотронной частотой и частотой излучения и не зависит от плотности электронов. Хотя для этих состояний зависимость  $\sigma_{xx}$  и  $\rho_{xx}$  от плотности электронов неизвестна, на сегодняшний день нет ни экспериментальных, ни теоретических оснований полагать, что она может быть сильной. А только очень сильная зависимость  $\sigma_{xx}$  и  $\rho_{xx}$  от  $n_s$  способна качественно повлиять на полученные нами результаты, связанные со шнурованием тока. Действительно, рассмотренный выше пример с постоянной величиной отношения  $\sigma_{xy}/\sigma_{xx}$ , соответствующий прямой пропорциональности  $\sigma_{xx} \propto n_s$ , показывает полное качественное соответствие случаю отсутствия зависимости  $\sigma_{xx}$  от  $n_s$ . Таким образом, рассмотренная нами модель вполне соответствует экспериментальным условиям, существующим в образцах с градиентом плотности электронов вдоль направления тока, находящихся в индуцированном облучением состоянии с близкими к нулю значениями  $\sigma_{xx}$  и  $\rho_{xx}$ . Полученные нами результаты объясняют наблюдения, опубликованные в работе [4], когда в состоянии с близким к нулю магнетосопротивлением с одной стороны образца измеряемая разность потенциалов стремится к нулю, а с другой – демонстрирует конечное значение. При изменении знака магнитного поля стороны как бы меняются местами. К сожалению, в работе [4] не приведены количественные значения магнетосопротивления, которые могли бы позволить оценить величину градиента плотности в исследованных образцах. Существенным результатом нашей работы является близкая к экспоненциальной зависимость величины “магнетосопротивления” от  $\sigma_{xx}^{-1}$ . Такая зависимость трансформирует степенную температурную зависимость величины  $\sigma_{xx}$  в сильную экспоненциальную для  $\rho_+^*(T)$ . Возможно, именно этот факт является объяснением близких к активационным температурных зависимостей магнетосопротивления в минимумах индуцированных излучением гигантских осцилляций магнетосопротивления [4–6]. Более подробный анализ такой возможности будет опубликован позже. Отметим только, что до сих пор не было предложено никакой модели, которая могла бы объяснить столь сильную температурную зависимость.

Таким образом, выполненные нами анализ и расчеты показывают, что целый ряд результатов, полученных в режиме индуцированных излучением состояний с близкими к нулю значениями магнетосопротивления и магнетопроводимости, могут быть

объяснены шнурованием тока, связанным с наличием в исследованных образцах градиента плотности электронов. В частности, возможно объяснение сильной температурной зависимости магнетосопротивления, которая до сих пор представлялась загадочной.

В период между завершением работы над статьей и правкой корректуры авторам стала известна недавняя работа [8], в которой интерпретация экспериментальных результатов по дробному квантовому эффекту Холла [7] была дана на основе классического рассмотрения, качественно аналогичного нашему. Существенно однако, что в работе [7] не обсуждались возможности проявления неоднородности плотности электронов в эффектах, индуцированных микроволновым излучением.

Авторы благодарны Российскому фонду фундаментальных исследований и ИНТАС за поддержку этой работы.

- 
1. R. W. Rendell and S. M. Girvin, Phys. Rev. B **23**, 6610 (1981).
  2. Н. А. Усов, Ф. Р. Улинич, Письма в ЖЭТФ **40**, 306 (1984).
  3. A. V. Chaplik, Письма в ЖЭТФ **72**, 723 (2000).
  4. R. L. Willett, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **93**, 026804 (2004).
  5. R. G. Mani, J. H. Smet, K. von Klitzing et al., Nature **420**, 646 (2002).
  6. M. A. Zudov, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **90**, 046807 (2003).
  7. W. Pan, J. S. Xia, H. L. Stormer et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 066808 (2005).
  8. R. Pan, N. R. Cooper, and A. Stern, Phys. Rev. B **73**, 235333 (2006).