

Измерения турбулентной магнитной вязкости в потоке жидкого галлия

С. А. Денисов, В. И. Носков, Р. А. Степанов, П. Г. Фрик¹⁾

Институт механики сплошных сред Уральского отд. РАН, 614013 Пермь, Россия

Поступила в редакцию 14 мая 2008 г.

После переработки 26 июня 2008 г.

Проведены прямые измерения эффективной проводимости (магнитной вязкости) в турбулентном потоке жидкого металла. Нестационарный турбулентный поток сплава галлия возбуждался в замкнутом тороидальном канале с диэлектрическими стенками. Пиковые значения числа Рейнольдса достигали значения $Re \approx 10^6$, что соответствует магнитному числу Рейнольдса $Rm \approx 1$. Проводимость металла в канале определялась по сдвигу фаз вынужденных гармонических колебаний в последовательном колебательном контуре, индуктивностью которого являлась намотанная на канал тороидальная катушка. Максимальное отклонение эффективной проводимости турбулентной среды от омической проводимости металла составило порядка 1%.

PACS: 47.65.-d, 52.65.Kj, 91.25.Cw

1. Введение. Важнейшей фундаментальной проблемой магнитной гидродинамики остается задача о генерации космических магнитных полей. Эти поля порождаются потоками проводящей среды в недрах планет, конвективных оболочках звезд или галактических дисках и характеризуются огромными значениями числа Рейнольдса, не оставляющими сомнений в турбулентном характере течений. Основные успехи в описании космических динамо достигнуты на сегодня в рамках теории динамо средних полей, активное развитие которой началось с работ Штеенбека, Краузе и Редлера [1] четыре десятилетия назад. Уравнения динамо средних полей получаются при применении подхода Рейнольдса к уравнениям магнитной гидродинамики и в простейшем случае однородной, изотропной (не зеркально симметричной) турбулентности сводятся к виду

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \mathbf{B}) + \alpha (\nabla \times \mathbf{B}) + (\eta + \beta) \Delta \mathbf{B},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{U} и \mathbf{B} описывают усредненные (крупномасштабные) поля скорости и индукции магнитного поля, $\eta = 1/\sigma\mu$ – коэффициент магнитной вязкости (σ – электрическая проводимость, μ – магнитная проницаемость среды). Величины α и β представляют собой турбулентные коэффициенты переноса, описывающие влияние мелкомасштабных турбулентных пульсаций на динамику средних полей (см. книги [2, 3]). α описывает генерационные эффекты (альфа-

эффект составляет основу большинства моделей динамо средних полей), а β – вклад турбулентности в диффузию крупномасштабного магнитного поля. В кинематическом приближении поле скорости, α и β считаются заданными и при определенных условиях приводят к появлению растущего решения уравнения (1) – эффекту динамо.

Сложившаяся на сегодня ситуация в динамо средних полей представляется парадоксальной – уравнения (1) в течение десятилетий являются базой для построения моделей МГД-динамо в разнообразных космических системах, хотя до последнего времени не было даже попыток прямых измерений входящих в него коэффициентов турбулентного переноса для каких-либо реальных течений. Относительно альфа-эффекта считается, что наиболее простое его проявление должно опираться на действие спиральной турбулентности, и для коэффициента используется оценка $\alpha \approx \tau\chi/3$ (χ – средняя спиральность потока, τ – корреляционное время). Однако единственное лабораторное подтверждение турбулентного альфа-эффекта было получено в течении, в котором мелкомасштабная спиральность обеспечить его не может, а сам эффект вызван совместным действием градиента турбулентных пульсаций и крупномасштабной завихренности [4]. Измерения были выполнены на установке, используемой в данной работе.

Бета-эффект кажется более простым – ожидается, что в турбулентном потоке коэффициент диффузии магнитного поля, обратно пропорциональный проводимости среды, должен расти по аналогии с турбу-

¹⁾ Peter Frick; e-mail: frick@icmm.ru, rodion@icmm.ru

лентной вязкостью. Несмотря на то, что эффект считается почти очевидным, регистрация малых вариаций проводимости в турбулентном потоке чрезвычайно сложна, и до сегодняшнего дня не существует достоверных прямых измерений эффективной электрической проводимости турбулентного потока проводящей жидкости. Единственная попытка таких измерений описана в работе [5], но полученные результаты вызывают сомнения как по уровню наблюдавшихся изменений проводимости, так и по оценкам погрешности выполненных измерений. Цель данной работы – провести измерения эффективной проводимости низкотемпературного сплава галлия в условиях турбулентного течения в замкнутом тороидальном канале.

2. Экспериментальная установка. Экспериментальная установка представляет собой жесткую конструкцию, на которой установлен вращающийся тороидальный канал (радиус осевой тора $R = 0.0875$ м, радиус сечения $r_1 = 0.0225$ м) с диэлектрическими стенками (конструкционный текстолит), заполненный сплавом галлия (Ga-87,5%, Sn-10,5%, Zn-2%), температура плавления которого 19°C . Канал крепится на горизонтальной оси, на которой установлены шкив привода, диск тормозной системы легкового автомобиля и кольца скользящих контактов [6, 4]. Канал вращается с частотой до 55 оборотов в секунду. Течение в канале генерируется путем резкого торможения – время торможения составляет не более 0.1 с и воспроизводится для заданной скорости вращения с точностью не хуже 7%.

Исследования эволюции нестационарного потока воды в таком канале показали, что максимальная средняя по сечению скорость потока относительно стенок канала U достигается в момент полной остановки канала и составляет порядка 70% от линейной скорости движения оси канала перед торможением [7]. Это означает, что число Рейнольдса $Re = Ur_1/\nu$ (ν – кинематическая вязкость сплава) для возбуждаемого таким способом потока достигает в максимуме значения $Re \approx 10^6$, что соответствует магнитному числу Рейнольдса $Rm = Ur_1/\eta \approx 1$.

Идея эксперимента сводится к использованию зависимости индуктивности L тороидальной, охватывающей канал с галлием катушки, от электрической проводимости металла. При этом катушка является частью последовательного RLC-контура, в котором возбуждаются гармонические колебания, рис.1. Ожидаемые изменения проводимости малы (не более процента), поэтому измеряемой величиной выбран сдвиг фазы между напряжением и током контура на резонансной частоте.

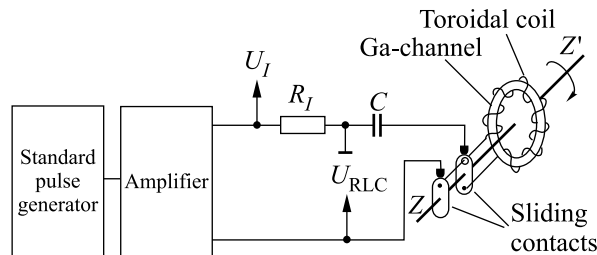


Рис.1. Схема эксперимента

Для реализации метода на канал намотана тороидальная катушка из медного провода ($\varnothing = 0.8$ мм, $N = 192$ витка, сопротивление $R_L = (1.60 \pm \pm 0.07)$ Ом, к которой подводится ток через пару медно-графитовых скользящих контактов. Токовый резистор $R_I = (0.5 \pm 0.025)$ Ом и емкость C контура собраны из термостабильных составляющих. Канал с катушкой теплоизолированы пенополистиролом и защищены от электромагнитных помех кожухом, выполненным из магнитомягкой стали. Источником питания контура (R_L, L, C) служит маломощный звуковой усилитель, на вход которого подается синусоидальный сигнал с высокостабильного генератора стандартных сигналов. Непосредственно измеряемыми величинами являются падение напряжения на контуре U_{RLC} и падение напряжения на токовом резисторе U_I .

Сдвиг фазы между напряжением и током контура (с точностью до π) совпадает со сдвигом между измеряемыми сигналами. Наблюдаемые сдвиги фаз лежали в основном в диапазоне $10^{-4} - 10^{-3}$ рад и изменялись на временах, превосходящих период колебаний не более чем на порядок. Поэтому эволюция сдвига фазы рассчитывалась методами вейвлет-анализа и усреднялась по серии реализаций.

Заполненный сплавом галлия тороидальный канал при достаточной длине $2\pi R \gg r_1$ можно рассматривать как цилиндрический сердечник соленоида. Распределение магнитного поля по радиусу $b(r)$ в сердечнике соленоида из N витков радиуса r_0 с переменным током силой I и частотой ω описывается формулой

$$b(r) = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R} \frac{J_0(ar)}{J_0(ar_0)}, \quad a = \sqrt{i\omega\sigma\mu_0}, \quad (2)$$

где μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, J_n – функции Бесселя.

Выражение (2) позволяет вычислить магнитный поток и получить для индуктивности соленоида с сердечником формулу

$$L = \frac{\mu_0 N^2 r_0^2}{2R} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 + 2 \frac{r_1 J_1(ar_1)}{ar_0^2 J_0(ar_1)} \right]. \quad (3)$$

Вынужденные электрические колебания в рассматриваемом контуре описываются дифференциальным уравнением второго порядка с переменными коэффициентами L , \dot{L} и неизвестной априори зависимостью $L(t)$. Однако в квазистатическом случае (малые изменения $L(t)$ за период колебаний) сдвиг фазы между напряжением и током приближенно выглядит как

$$\theta \simeq \arctan \frac{\omega \Re(L) - (\omega C)^{-1}}{R_L + \omega \Im(L)}. \quad (4)$$

Действительная часть индуктивности $\Re(L)$ определяет частоту резонанса ($\theta = 0$), а мнимая $\Im(L)$ – тепловые потери в канале.

Вблизи резонанса зависимость (4) имеет линейный вид по логарифмическим приращениям параметров R , r_0 , r_1 , и σ :

$$\begin{aligned} \delta\theta &\simeq \frac{\omega \Re(\delta L)}{R_L + \omega \Im(L)} \simeq \\ &\simeq \frac{q}{1 + qA_2/A_1} \left(-\frac{\delta R}{R} + \xi_0 \frac{\delta r_0}{r_0} + \xi_1 \frac{\delta r_1}{r_1} + \xi_\sigma \frac{\delta \sigma}{\sigma} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\xi_0 = 2/A_1, \quad \xi_1 = 2A_3/A_1, \quad \xi_\sigma = (1 + A_3)/A_1 - 1,$$

$$q = (R_L \omega C)^{-1}, \quad A_1 = 1 - \left(1 - 2\Re \frac{J_1(z)}{zJ_0(z)} \right) \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2,$$

$$A_2 = 2\Im \frac{J_1(z)}{zJ_0(z)} \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2, \quad A_3 = \Re \left(\frac{r_1 J_1(z)}{r_0 J_0(z)} \right)^2,$$

$$z = (1 + i)r_1/s, \quad s = (2/\mu_0 \sigma \omega)^{1/2},$$

s – толщина скин-слоя.

Все коэффициенты перед приращениями параметров являются функциями частоты ω . В эксперименте приращения зависят от динамики канала с катушкой, течения галлиевого сплава и от процессов тепловыделения как в канале (индукционный разогрев сплава, нагрев при затухании течения), так и вне его (омический разогрев катушки). Поэтому для проверки формулы (5) был проведен тестовый тепловой эксперимент на покоящемся канале: определялась зависимость $\delta\theta(T)$ при стационарном индукционном разогреве канала. Цель теста – определить температурный коэффициент сопротивления сплава $\rho^{-1} d\rho/dT$ по этой зависимости и известным коэффициентам теплового расширения сплава, материалов стенки канала и проволоки катушки.

Измерения проводились на двух резонансных частотах: 166.12 Гц ($C_{166} = 2420 \mu\text{F}$) и 963.90 Гц ($C_{964} = 88 \mu\text{F}$), величины скин-слоя для которых составляют около 20 и 8 мм соответственно. Результаты измерений показаны на рис.2. По ним для темпера-

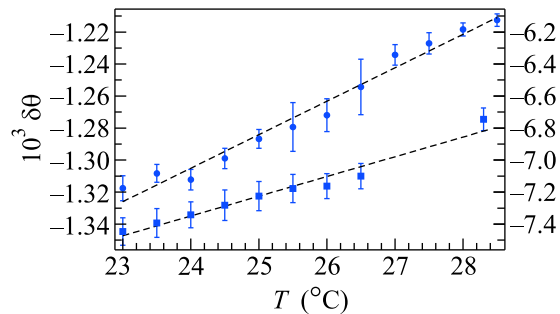


Рис.2. Зависимость сдвига фазы от температуры галлия в канале. Верхний график – частота 166 Гц (шкала слева), нижний – 963 Гц (шкала справа)

турного коэффициента сопротивления получены значения $(1.02 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$ и $(0.98 \pm 0.07) \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$, близкие к табличному $(1.04 \pm 0.05) \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$ [8].

Чувствительность системы измерений зависит от частоты резонанса ω : при низких частотах магнитное поле проникает глубже в канал и более эффективно взаимодействует с турбулентным потоком. Однако добротность контура при этом падает. Обе частоты удовлетворяют условию квазистационарности, и именно они использовались в дальнейшем во всех динамических измерениях.

3. Результаты и выводы. Типичный характер эволюции сдвига фазы между током и напряжением показан на рис.3. До начала торможения виден постоянный сдвиг фазы. Наличие начального сдви-

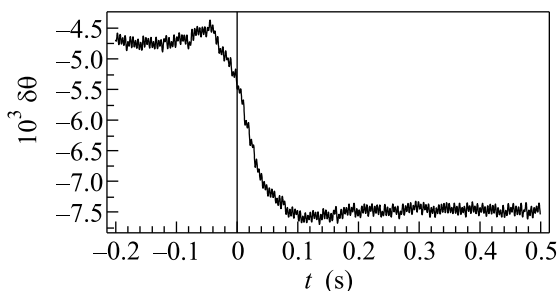


Рис.3. Изменение сдвига фазы θ со временем. Частота вращения канала 55c^{-1} . Время $t = 0$ соответствует моменту полной остановки канала

га фазы при равномерном вращении объясняется деформацией канала под действием центробежных сил, которые изменяют геометрию канала и катушки и, как следствие, индуктивность системы. При вращении пустого канала сдвиг фазы отсутствует, то есть

наблюдаемая деформация обусловлена только центробежными силами, действующими на жидкий металл. В дальнейших измерениях возникающий за счет деформации сдвиг фазы вычитался в соответствии с регистрируемой в течение всего движения скоростью вращения.

На рис.4 представлена эволюция сдвига фаз за вычетом вклада деформации, полученная для разных

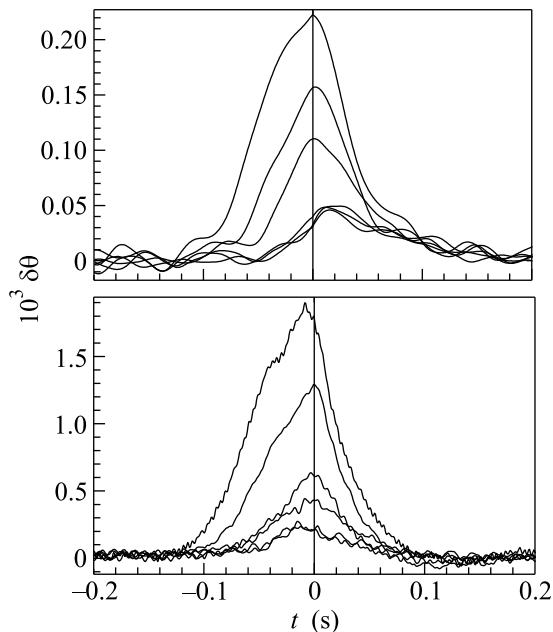


Рис.4. Изменение сдвига фаз $\delta\theta$ за вычетом деформационного вклада со временем при различных начальных частотах вращения тора (сверху вниз 55, 50, 45, 40 и 35 c^{-1}). Резонансные частоты 166 Гц (вверху) и 964 Гц (внизу)

значений начальной частоты вращения. Каждая кривая представляет результат усреднения по 20-ти реализациям. Видно, что с началом торможения в канале развивается турбулентное течение, которое имеет максимум интенсивности в момент полной остановки канала. В этот момент сдвиг фазы также достигает максимума. После остановки канала турбулентность вырождается вместе со средним течением и сдвиг фазы падает до уровня шума.

Нестационарность рассматриваемого течения и отсутствие данных об эволюции средней скорости металла в канале не позволяют получить непосредственно по измеренным кривым зависимость проводимости от числа Рейнольдса. Однако исследование нестационарных течений воды [7] в аналогичном тороидальном канале показали, что в рассматриваемом интервале чисел Рейнольдса максимальная скорость жидкости относительно стенок канала пропорциональна начальной скорости вращения

канала. На рис.5 показаны значения относительного изменения эффективной проводимости металла, полученные для различных скоростей вращения ка-

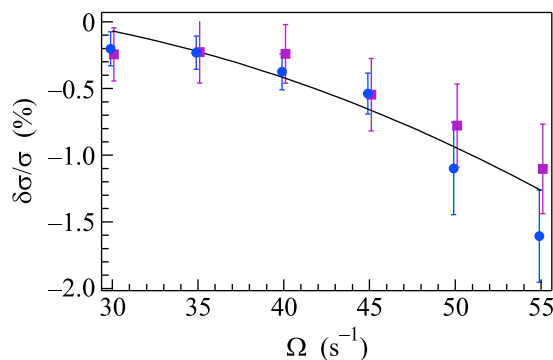


Рис.5. Зависимость максимального относительного отклонения проводимости металла в канале от начальной частоты вращения канала Ω . Частота резонанса 166 Гц (квадратики), 954 Гц (кружки)

нала по максимальным значениям сдвига фазы для каждой кривой рис.4.

Проведенные измерения показали, что эффективная проводимость металла при турбулентном течении падает с ростом числа Рейнольдса (магнитная вязкость растет), что соответствует общим представлениям о поведении турбулентных коэффициентов переноса. Из теории динамо средних полей в условиях однородной изотропной турбулентности следует выражение для коэффициента β в общем виде [9]:

$$\beta = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{\eta k^4}{(\eta k^2)^2 + \varpi^2} W(k, \varpi) dk d\varpi, \quad (6)$$

где $W(k, \varpi)$ – спектральная плотность энергии турбулентных пульсаций скорости, k – волновое число, ϖ – частота. При параметризации свойств турбулентности через корреляционный масштаб λ и корреляционное время τ выражение (6) имеет две асимптотические оценки при предельных значениях отношения диффузионного времени к корреляционному времени $q = \lambda^2/\eta\tau$.

В пределе низкой проводимости ($q \rightarrow 0$) можно получить оценку

$$\beta = (\eta/9)\text{Rm}_t^2, \quad (7)$$

включающую в себя турбулентное число Рейнольдса $\text{Rm}_t = u\lambda/\eta$, где u есть среднеквадратичная скорость пульсаций. В пределе высокой проводимости ($q \rightarrow \infty$) получается оценка

$$\beta = \frac{\tau}{3} \langle u^2 \rangle, \quad (8)$$

аналогичная широко используемой в полуэмпирических моделях турбулентности оценке турбулентной вязкости $\nu_t \approx C \langle u^2 \rangle^2 / \varepsilon \approx C \tau \langle u^2 \rangle$, где ε – скорость диссипации кинетической энергии.

Оценки вида (8) отнюдь не означают, что турбулентная вязкость (ν_t или β) растет с числом Рейнольдса по квадратичному закону, так как время τ зависит от интенсивности и масштаба турбулентных пульсаций. Если записать $\tau \approx l/u$ и предположить, что турбулентность близка к однородной и в ней доминирует масштаб l , то зависимость $\beta(u)$ становится линейной. В пристеночных потоках это не так – хорошо известно, например, что при больших числах Рейнольдса турбулентная вязкость в трубе растет по закону $\nu_t \sim \text{Re}^{1/2}$ [10].

Следует отметить, что существуют и другие турбулентные эффекты помимо тех, что включены в уравнение (1). Например, явление турбулентного диамагнетизма, так называемый γ -эффект, приводит к выталкиванию магнитного поля из областей с повышенной интенсивностью турбулентных движений [11]. Однако в описанном эксперименте его проявление может только ослаблять наблюдаемый эффект, так как уменьшает взаимодействие магнитного поля с потоком в канале. Кроме того, при наличии среднего движения в турбулентной электродвижущей силе появляются дополнительные слагаемые, пропорциональные вращению или сдвигу скорости и по своей природе описывающие анизотропные эффекты [12, 13], но для данного эксперимента их весовые коэффициенты существенно меньше изотропных [14] и поэтому их вкладом можно пренебречь. В конечном счете проведенный анализ дает все основания полагать, что явление турбулентной магнитной вязкости является наиболее вероятным и единственным объяснением полученных экспериментальных результатов.

Таким образом, в исследованном развитом турбулентном течении металла ($\text{Re} \approx 10^6$) измеренные изменения магнитной вязкости в диапазоне магнитных чисел Рейнольдса $\text{Rm} < 1$ и $q \approx 0.1$ описываются зависимостью $\beta \sim (\text{Rm})^2$. По-видимому, при выходе на большие магнитные числа Рейнольдса степень будет падать, так как нет оснований ожидать, что при $\text{Rm} \rightarrow \text{Re} \gg 1$ поведение турбулентной магнитной вязкости будет существенно отличаться от поведения своего кинематического аналога. Нет также оснований распространять полученную зависимость и на турбулентные характеристики электропроводной среды в случае однородной турбулентности. Тем не менее, учитывая сложность измерений рассмотренной характеристики в реальных потоках и пол-

ное отсутствие экспериментальных данных, измерения эффективной электрической проводимости турбулентной среды даже для одного частного случая представляются очень важным этапом в экспериментальном обосновании современных представлений о МГД-динамо.

Очевидно, что большой интерес представляют экспериментальные исследования бета-эффекта при значительно больших магнитных числах Рейнольдса ($\text{Rm} \gg 1$). Выход на такие режимы станет возможным после изготовления канала больших геометрических размеров с гораздо более жестким материалом стенок и перехода со сплава галлия на жидкий натрий – значительно более легкий и хорошо проводящий металл.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и администрации Пермского края (проекты РФФИ #06-01-00234 и РФФИ #-Урал-07-01-96007), а также гранта Президента России # МК-4338.2007.1.

1. M. Steenbek, F. Krause, and K.-H. Rädler, *Z. Naturforsch. Ser.e* **21**, 369 (1966).
2. Г. Моффат, *Возбуждение магнитного поля в проводящей среде*, М.: Мир, 1980.
3. Я. Б. Зельдович, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов, *Магнитные поля в астрофизике*, Москва-Ижевск: ИКИ, 2006.
4. R. Stepanov, R. Volk, S. Denisov et al., *Phys. Rev. E* **73**, 046310 (2006).
5. A. V. Reighard and M. R. Brown, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2794 (2001).
6. V. Noskov, S. Denisov, P. Frick et al., *Eur. Phys. J. B* **41**, 561 (2004).
7. С. А. Денисов, В. И. Носков, А. Н. Сухановский, П. Г. Фрик, *Изв. РАН: Механика жидкости и газа* **6**, 73 (2001).
8. С. П. Яценко, *Галлий, Взаимодействие с металлами*, М.: Наука, 1974.
9. F. Krause and K.-H. Rädler, *Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory*, Berlin: Akademie-Verlag, 1980.
10. Г. Шлихтинг, *Теория пограничного слоя*, М.: Мир, 1969.
11. Я. Б. Зельдович, *ЖЭТФ* **31**, 154 (1956).
12. L. L. Kitchatinov, V. V. Pipin, and G. Rüdiger, *Astronomische Nachrichten* **315**, 157 (1994).
13. К.-Н. Рädler and R. Stepanov, *Phys. Rev. E* **73**, 056311 (2006).
14. К.-Н. Рädler and R. Stepanov, *Geophys. and Astrophys. Fluid Dynamics* **100**, 379 (2006).