Письма в ЖЭТФ, том 88, вып. 3, с. 248 – 253

Диамагнетизм экситонного диэлектрика

Э. Г. Батыев[1)]

Институт физики полупроводников Сибирского отд. РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 12 мая 2008 г.

После переработки 2 июля 2008 г.

Показано, что диамагнитная восприимчивость экситонного диэлектрика в точности совпадает с диамагнитной восприимчивостью Ландау для нормального (металлического) состояния, то есть выше точки перехода диэлектрик – металл. Рассматривается орбитальная часть отклика на магнитное поле в пределе сильного перекрытия электрон-дырочных пар. Вычисления проделаны для абсолютного нуля температур по теории возмущений.

PACS: 71.35.Ee, 71.35.Lk, 75.20.–g

В [1] было показано, что в системе электронов и дырок возможен эффект Купера из–за кулоновского притяжения между электронами и дырками и образование бозе–конденсата электрон–дырочных пар, что приводит к упорядоченному состоянию типа сверхпроводящего. Сверхтекучее движение в такой системе возможно (если нет так называемой фиксации фазы), но такое движение не сопровождается электрическим током, и поэтому говорят не о сверхпроводнике, а об экситонном диэлектрике (excitonic insulator [2]), в котором электрический ток может возникнуть только при наличии возбуждений. Диэлектрическая постоянная такой системы была вычислена в работе [3].

Однако, по-видимому, есть возможность использовать экситонный диэлектрик в качестве двухпроводной сверхпроводящей линии электропередачи (в двумерном случае [4]), а также в качестве сверхпроводника [5].

Один из интересных вопросов – это отклик на магнитное поле. Этот вопрос (наряду с другими) изучался в работе [2], в которой был сделан вывод, что в такой системе нет эффекта Мейсснера (то есть нет экранирования внешнего магнитного поля). Но вопрос о величине магнитной восприимчивости остался открытым.

Можно ожидать, что этот отклик будет диамагнитного типа (имеется в виду орбитальная часть отклика). Достаточно вспомнить об отклике нейтрального атома с нулевым моментом (электрон-дырочная пара тоже с нулевым моментом). Так оно и будет, очевидно, в пределе, когда можно говорить об отдельных парах, то есть когда расстояние между ними больше размера пары. Но не очевидно, что будет в противоположном пределе.

В настоящей работе рассматривается сильное перекрытие пар, решается задача об отклике такого экситонного диэлектрика на магнитное поле и найдена величина магнитной восприимчивости. Подчеркнем, что речь идет об орбитальной части отклика.

Модель. Задача решается в простейшей постановке, когда можно использовать теорию возмущений. Гамильтониан системы

$$H = H_{\mathrm{ex}} + H_{\mathrm{mag}}, \tag{1}$$

где H_{ex} – исходный гамильтониан экситонного диэлектрика, H_{mag} – взаимодействие с магнитным полем.

1). Для того чтобы можно было пользоваться теорией возмущений, необходимо, чтобы векторный потенциал $\mathbf{A}$ был конечен и мал во всем пространстве. Для однородного магнитного поля так выбрать векторный потенциал невозможно, поэтому используется такой прием: пусть векторный потенциал есть периодическая функция с большим периодом (много больше характерного размера в экситонном диэлектрике, то есть больше размера пары). Именно,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_0 \cos(qx)\ , \qquad \mathbf{A}_0 \parallel y.$$

Здесь $\mathbf{A}_0$ – постоянный вектор. Или можно записать

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_0 \cos(\mathbf{qr}), \qquad \mathbf{A}_0 \perp \mathbf{q}. \tag{2}$$

Величины A_0 и q – это малые параметры задачи. При таком подходе удается сделать вывод и о магнитной восприимчивости для однородного магнитного поля.

2). Об операторе H_{ex}. Во-первых, будем рассматривать только один тип электронов и один тип дырок (это можно для спаривания с противоположными

[1)] e-mail: batyev@isp.nsc.ru

спинами, для других проекций спинов – аналогично). Во-вторых, как обычно, оставляем только ту часть взаимодействия, которая описывает взаимодействие с противоположными импульсами, что соответствует паре с нулевым суммарным импульсом. Это значит, что оператор H_{ex} имеет вид

$$H_{ex} = \sum_{\mathbf{p}} \Big\{ \xi_1(\mathbf{p}) a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} + \xi_2(\mathbf{p}) b^+_{-\mathbf{p}} b_{-\mathbf{p}} \Big\} + \\ + \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} W(\mathbf{p}-\mathbf{p}') a^+_{\mathbf{p}} b^+_{-\mathbf{p}} b_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'}. \qquad (3)$$

Операторы рождения и уничтожения $a^+_{\mathbf{p}}$, $a_{\mathbf{p}}$ ($b^+_{\mathbf{p}}$, $b_{\mathbf{p}}$) относятся к электронам (дыркам) с импульсом $\mathbf{p}$. Величина $\xi_{1,2}(\mathbf{p})$ – это энергия частицы, отсчитанная от соответствующей энергии Ферми, V – объем (площадь в двумерном случае). Концентрации электронов и дырок одинаковы:

$$\xi_1(p_F) = \xi_2(p_F) = 0$$

(p_F – фермиевский импульс). Спектры изотропные с разными эффективными массами.

Для гамильтониана (3) идеально подходит приближение самосогласованного поля, для которого оператор взаимодействия H_i (последняя часть (3)) представляется в виде

$$H_i \to \sum_{\mathbf{p}} \Big\{ a^+_{\mathbf{p}} b^+_{-\mathbf{p}} \Delta(\mathbf{p}) + \text{H.c.} \Big\} - \\ - \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p},\mathbf{p}'} W(\mathbf{p}-\mathbf{p}') < a^+_{\mathbf{p}} b^+_{-\mathbf{p}} >< b_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'} >, \\ \Delta(\mathbf{p}) \equiv \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p}-\mathbf{p}') < b_{-\mathbf{p}'} a_{\mathbf{p}'} > . \qquad (4)$$

Здесь символ $< ... >$ означает усреднение по состоянию системы.

Часть гамильтониана h, соответствующая электрону с импульсом $\mathbf{p}$ и дырке с импульсом $-\mathbf{p}$, имеет вид

$$h = \xi_1 a^+ a + \xi_2 b^+ b + \Delta(a^+ b^+ + ba). \qquad (5)$$

Это для вещественного параметра порядка Δ (индексы опущены). Диагонализация производится обычным образом (преобразованиями Боголюбова):

$$a = u\alpha + v\beta^+, \qquad b = u\beta - v\alpha^+; \\ (u^2,\ v^2) = \frac{1}{2}\Big\{1 \pm \frac{\xi}{E}\Big\}, \qquad uv = -\frac{\Delta}{2E}; \qquad (6) \\ E(\mathbf{p}) = \sqrt{\xi^2(\mathbf{p}) + \Delta^2(\mathbf{p})}, \quad \xi = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2}.$$

Оператор h через операторы квазичастиц перепишется в виде

$$h \to E_1(\mathbf{p}) \alpha^+_{\mathbf{p}} \alpha_{\mathbf{p}} + E_2(\mathbf{p}) \beta^+_{-\mathbf{p}} \beta_{-\mathbf{p}} + \Big[\xi(\mathbf{p}) - E(\mathbf{p}) \Big], \qquad (7)$$

$$E_{1,2} = \pm \frac{\xi_1 - \xi_2}{2} + E.$$

В результате вместо (3) имеем

$$H_{ex} = \sum_{\mathbf{p}} \Big\{ E_1(\mathbf{p}) \alpha^+_{\mathbf{p}} \alpha_{\mathbf{p}} + E_2(\mathbf{p}) \beta^+_{-\mathbf{p}} \beta_{-\mathbf{p}} \Big\} + \text{const}. \qquad (8)$$

Наконец, уравнение для параметра порядка (4) при нулевой температуре имеет вид

$$\Delta(\mathbf{p}) = -\frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}'} W(\mathbf{p}-\mathbf{p}') \frac{\Delta(\mathbf{p}')}{2\, E(\mathbf{p}')}. \qquad (9)$$

3). О взаимодействии с магнитным полем. Для одной частицы это взаимодействие $\hat{h}_1$ имеет вид

$$\hat{h}_1 = \frac{-e}{2\mu c} \Big(\hat{\mathbf{p}} \mathbf{A} + \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}} \Big) + \frac{e^2}{2\mu c^2} \mathbf{A}^2,$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ – оператор импульса, μ – масса частицы, c – скорость света, e – заряд. Для рассматриваемой системы частиц

$$H_{\text{mag}} = \int d\mathbf{r} \Psi^+_1(\mathbf{r}) \Big\{ \frac{-e}{m_1 c} \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}} + \frac{e^2}{2 m_1 c^2} \mathbf{A}^2 \Big\} \Psi_1(\mathbf{r}) + \\ + \int d\mathbf{r} \Psi^+_2(\mathbf{r}) \Big\{ \frac{e}{m_2 c} \mathbf{A} \hat{\mathbf{p}} + \frac{e^2}{2 m_2 c^2} \mathbf{A}^2 \Big\} \Psi_2(\mathbf{r}).$$

Здесь учтено, что $(\mathbf{A}\mathbf{q}) = 0$ и что заряд дырки равен $-e$ (заряд электрона e), $\Psi_{1,2}$ – обычные полевые операторы для электронов и дырок, например:

$$\Psi_1(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}).$$

Переходя к операторам a, b, получим для H_{mag} выражение

$$H_{mag} = H_1 + H_2,$$

$$H_1 = \sum_{\mathbf{p}} \frac{-e(\mathbf{p}\mathbf{A}_0)}{2\, c} \Big\{ \frac{a^+_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} a_{\mathbf{p}}}{m_1} + \frac{b^+_{-\mathbf{p}-\mathbf{q}} b_{-\mathbf{p}}}{m_2} \Big\} + \text{H.c.}, \qquad (10)$$

$$H_2 \ \to \ \frac{e^2 A_0^2}{4\, c^2} \sum_{\mathbf{p}} \Big\{ \frac{1}{m_1}\, a^+_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}} + \frac{1}{m_2}\, b^+_{-\mathbf{p}} b_{-\mathbf{p}} \Big\}.$$

Здесь в квадратичной по векторному потенциалу части H_2 оставлен только диагональный вклад, который

только и существен, если действовать по теории возмущений и учитывать поправки к энергии только до второго порядка по A_0.

Поправку от H_1 к энергии будем учитывать во втором порядке теории возмущений. Сначала перейдем к операторам квазичастиц согласно выражениям (6). Получим:

$$H_1 \to \sum_{\mathbf{p}} \frac{-e(\mathbf{p}\mathbf{A}_0)}{2\,c} \times$$

$$\times \left\{ \Big(u_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} v_{\mathbf{p}}/m_1 + u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}/m_2\Big) \alpha^+_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} \beta^+_{-\mathbf{p}} + \right.$$

$$\left. + \Big(u_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} v_{\mathbf{p}}/m_2 + u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}/m_1\Big) \alpha^+_{\mathbf{p}} \beta^+_{-\mathbf{p}-\mathbf{q}} \right\} + \text{H.c.} \quad (11)$$

Здесь оставлены только слагаемые, которые существенны для наших вычислений. В результате во втором порядке теории возмущений имеем поправку к энергии δE_1 от этого оператора:

$$\delta E_1 = -\left(\frac{e}{2\,c}\right)^2 \sum_{\mathbf{p}} \Big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\Big)^2 \times$$

$$\times \left\{ \frac{\big(u_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} v_{\mathbf{p}}/m_1 + u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}/m_2\big)^2}{E_1(\mathbf{p}+\mathbf{q}) + E_2(\mathbf{p})} + \right.$$

$$\left. + \frac{\big(u_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} v_{\mathbf{p}}/m_2 + u_{\mathbf{p}} v_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}/m_1\big)^2}{E_2(\mathbf{p}+\mathbf{q}) + E_1(\mathbf{p})} \right\}. \quad (12)$$

Введем обозначения:

$$\frac{1}{m_1} = \frac{1}{m} + \frac{1}{M}, \qquad \frac{1}{m_2} = \frac{1}{m} - \frac{1}{M}; \quad (13)$$

$$\xi(\mathbf{p}) = \frac{p^2 - p_F^2}{2m}, \qquad \frac{\xi_1 - \xi_2}{2} = \frac{m}{M}\,\xi$$

(p_F – фермиевский импульс). Знак M не существен.

Используя явные выражения для u, v (6), можно записать вместо (12) следующее:

$$\delta E_1 = -\left(\frac{e}{2\,c}\right)^2 \sum_{\mathbf{p}} \Big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\Big)^2 \times$$

$$\times \frac{(E+E')G - (2/M^2)(\xi'-\xi)(\xi'/E' - \xi/E)}{(E+E')^2 - (m/M)^2(\xi'-\xi)^2}; \quad (14)$$

$$G = \frac{1}{m^2}\left\{1 - \frac{\xi\xi' - \Delta\Delta'}{EE'}\right\} + \frac{1}{M^2}\left\{1 - \frac{\xi\xi' + \Delta\Delta'}{EE'}\right\}.$$

Здесь опущены аргументы (штрих соответствует импульсу $\mathbf{p}+\mathbf{q}$).

Что касается H_2, то его вклад можно написать сразу:

$$\delta E_2 \equiv < H_2 > = V\,\frac{e^2 A_0^2}{4mc^2}\,n. \quad (15)$$

Считаем, что концентрации носителей одинаковы ($n_1 = n_2 = n/2$), так что в основном состоянии имеем вакуум по квазичастицам.

Теперь перейдем к вычислению δE_1, используя выражение (14). Как оказывается, имеются вклады различного типа. В вычислениях всюду будем оставлять только те интегралы, которые существенны вблизи поверхности Ферми. (Учет других вкладов означал бы превышение точности.)

Поскольку $\mathbf{q}$ мало, то можно произвести разложение δE_1 по малым значениям $\mathbf{q}$ вплоть до второго порядка. Учитывая это, а также выделяя части, зависящие от m и M, можно вместо (14) написать следующее:

$$\delta E_1 = \delta E_m + \delta E_M\ ;$$

$$\delta E_m = -\left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \sum_{\mathbf{p}} \frac{\big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\big)^2}{E+E'} \left\{1 - \frac{\xi\xi' - \Delta\Delta'}{EE'}\right\}; \quad (16)$$

$$\delta E_M = -\left(\frac{e}{2Mc}\right)^2 \sum_{\mathbf{p}} \big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\big)^2 \left\{ \frac{EE' - \xi\xi' - \Delta\Delta'}{EE'(E+E')} + \right.$$

$$\left. + \frac{\Delta^2(\xi'-\xi)^2}{4E^5} - \frac{\xi'-\xi}{2E^2}\left(\frac{\xi'}{E'} - \frac{\xi}{E}\right) \right\}. \quad (17)$$

Результаты. При вычислении нулевого порядка по q считаем, что плотность состояний вблизи поверхности Ферми γ и параметр порядка Δ постоянны. Нетрудно убедиться, что нулевой порядок (берется от δE_m) в точности уничтожается с δE_2, то есть

$$\delta E_1(\mathbf{q}=0) + \delta E_2 = 0.$$

Так и должно быть, потому что в случае постоянного векторного потенциала энергия системы не меняется.

Зависимость от $\mathbf{q}$ идет от ξ и от Δ. Для ξ эту зависимость будем записывать, как для идеального газа, а для Δ в естественном предположении, что эта величина максимальна на поверхности Ферми:

$$\xi(\mathbf{p}+\mathbf{q}) = \xi(\mathbf{p}) + \frac{\mathbf{p}\mathbf{q}}{m} + \frac{q^2}{2m},$$

$$\Delta^2(\mathbf{p}) \approx \Delta_0^2\left(1 - \frac{\xi^2(\mathbf{p})}{\omega_0^2}\right) \qquad \Big(\Delta_0 \equiv \Delta(p_F)\Big). \quad (18)$$

Здесь ω_0 – характерная область изменения Δ вблизи поверхности Ферми. По результатам работы [1] эта величина порядка плазменной частоты, которая в модели мала по сравнению с энергией Ферми ($\omega_0 \ll \ll E_F$).

Далее всюду от интегрирования по импульсу будем переходить к интегрированию по ξ. При этом понадобится учесть изменение плотности состояний вблизи поверхности Ферми, так же как и отличие импульса от фермиевского значения:

$$p = \sqrt{2m(E_F + \xi)} \qquad \Big(E_F = p_F^2/2m\Big). \tag{19}$$

Перейдем к вычислению квадратичных по $\mathbf{q}$ вкладов (линейные вклады заведомо отсутствуют). Эти вклады могут быть различного типа. Начнем с вычисления δE_m. Сначала выпишем результат (с учетом выражения (18) для $\xi(\mathbf{p}+\mathbf{q})$) для постоянного параметра порядка δE_{m1} (вклад от изменения параметра порядка обозначим δE_{m2}):

$$\delta E_m = \delta E_{m1} + \delta E_{m2};$$

$$\delta E_{m1} = -2\left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \sum_{\mathbf{p}} \Big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\Big)^2 \times \tag{20}$$

$$\times \left\{ \left(\frac{\mathbf{pq}}{m}\right)^2 \frac{\Delta_0^2\ \left(E^2 - 5\Delta_0^2/4\right)}{E^7} - \frac{q^2}{2m}\ \frac{3\ \Delta_0^2\ \xi}{4\ E^5} \right\}_{\mathbf{p}}.$$

Средние по углам

$$< \big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\big)^2 \big(\mathbf{pq}\big)^2 >_{\theta,\varphi} = \frac{1}{15}\ \big(qA_0p^2\big)^2, \tag{21}$$

$$< \big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\big)^2 >_{\theta,\varphi} = \frac{1}{3}\ (pA_0)^2.$$

Казалось бы, можно было не выписывать второе слагаемое в скобках в выражении (20), потому что оно нечетно по ξ и поэтому при интегрировании исчезает, если плотность состояний считать постоянной вблизи поверхности Ферми и положить $p = p_F$. Но вычисление показывает, что вклад первого слагаемого в скобках при этом в точности обращается в нуль, поэтому надо удержать и второе слагаемое, и везде учесть зависимость от ξ импульса и плотности состояний согласно соотношению (19). Тогда в первом (вместо p^5) и во втором (вместо p^3) слагаемых надо подставить:

$$p^5 \to p_F^5\ \frac{15}{8}\ \left(\frac{\xi}{E_F}\right)^2, \quad p^3 \to p_F^3\ \frac{3}{2}\ \frac{\xi}{E_F}. \tag{22}$$

Учитывая соотношения (21), (22) и переходя к интегрированию по ξ, получим вместо (20) следующее выражение:

$$\frac{\delta E_{m1}}{V} = -2\left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \big(qA_0\big)^2 \times \tag{23}$$

$$\times\gamma \int_0^\infty d\xi \left\{ \frac{\xi^2\Delta_0^2\ \left(E^2 - 5\Delta_0^2/4\right)}{E^7} - \frac{3}{4}\ \frac{\xi^2\Delta_0^2}{E^5} \right\}.$$

Здесь, как обычно, использован переход от суммы к интегралу:

$$\frac{1}{V}\sum_{\mathbf{p}} \ldots \to \gamma \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \ldots \qquad \left(\gamma = \frac{mp_F}{2\pi^2}\right)$$

(γ – плотность состояний на поверхности Ферми). После вычисления интеграла окончательно имеем:

$$\frac{\delta E_{m1}}{V} = \frac{\gamma}{6}\ \left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \big(qA_0\big)^2. \tag{24}$$

Отметим, что интеграл (23) сходится вблизи поверхности Ферми (только такие вклады нас интересуют).

Теперь надо учесть еще поправку к энергии E_{m2} от изменения Δ (см. (18)). Для нее получим:

$$\delta E_{m2} = -2\left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \sum_{\mathbf{p}} \Big(\mathbf{p}\mathbf{A}_0\Big)^2 \left(\frac{\mathbf{pq}}{m}\right)^2 \times \tag{25}$$

$$\times\ \frac{\Delta_0^2}{\omega_0^2}\ \frac{\Delta_0^6 - 15\Delta_0^4\ \xi^2 + 17\Delta_0^2\ \xi^4 - 2\xi^6}{8E^9}.$$

При интегрировании по ξ получается нуль:

$$\delta E_{m2} = 0. \tag{26}$$

Это для вклада, который сходится вблизи поверхности Ферми. Если бы мы попытались учесть изменение импульса и плотности состояний, как в предыдущем случае, то из–за логарифмической расходимости пришлось бы вводить конечные пределы интегрирования по ξ ($|\xi| < \omega_0$), и в результате получилась бы малая по сравнению с (24) величина. Поэтому в δE_m остается только вклад (24).

Разложение δE_M (17) вплоть до второго порядка по q показывает, что эта величина обращается в нуль:

$$\delta E_M \to 0. \tag{27}$$

В результате полное изменение энергии системы в магнитном поле δE имеет вид

$$\frac{\delta E}{V} = \frac{\delta E_{m1}}{V} = \frac{\gamma}{6}\ \left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \big(qA_0\big)^2 \tag{28}$$

(см. выражения (24), (26) и (27)). Вспоминая наш выбор векторного потенциала (2), ответ можно записать через магнитное поле:

$$(qA_0)^2 = \frac{2}{V}\int d\mathbf{r}\ \mathbf{H}^2(\mathbf{r}).$$

Это значит, что для однородного поля $\mathbf{H}$ имеем:

$$\frac{\delta E}{V} = \frac{\gamma}{3}\left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \mathbf{H}^2. \qquad (29)$$

Соответственно, магнитная восприимчивость

$$\chi = -\frac{2\gamma}{3}\left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \qquad (30)$$

(величина m определена в (13)).

Двумерный случай. Этот случай интересен тем, что может быть, по-видимому, реализован в полупроводниковых гетероструктурах с двумерными электронами и дырками, разделенными барьером (см. [4, 6]).

Выражения (20), (26) и (27) годятся и в этом случае. Но в вычислениях надо учесть некоторые изменения.

Во-первых, считаем, что магнитное поле приложено поперек рассматриваемой плоскости, так что $\mathbf{A}_0$ и $\mathbf{q}$ лежат в этой плоскости. Соответственно, для средних по углу вместо (21) имеем:

$$< (\mathbf{pA}_0)^2 (\mathbf{pq})^2 >_\varphi = \frac{1}{8}\left(qA_0p^2\right)^2, \qquad (31)$$

$$< (\mathbf{pA}_0)^2 >_\varphi = \frac{1}{2}\left(pA_0\right)^2.$$

Во-вторых, плотность состояний вблизи поверхности Ферми не содержит импульса, поэтому при вычислении (20) вместо (22) надо написать такие дополнительные множители (вместо p^4 и p^2):

$$p^4 \to p_F^4\left(\frac{\xi}{E_F}\right)^2, \quad p^2 \to p_F^2\,\frac{\xi}{E_F}. \qquad (32)$$

Для δE_{m1} получается результат (24), как в трехмерном случае, если понимать под V площадь системы и под γ двумерную плотность состояний:

$$\gamma \to \gamma_{2D} = m/2\pi.$$

В результате вместо (29) получается:

$$\frac{\delta E_{2D}}{V} = \frac{\gamma_{2D}}{3}\left(\frac{e}{2mc}\right)^2 \mathbf{H}^2. \qquad (33)$$

Обсуждение. Полученный результат (30) справедлив для сильного перекрытия электрон–дырочных пар, потому что использованная модель годится только в этом пределе. Параметр порядка, а вместе с этим и детали взаимодействия, приводящего к спариванию, не вошли в результат. Это особенность рассмотренного случая.

О критерии применимости. Поскольку была использована теория возмущений, то должно быть выполнено условие малости матричного элемента перехода по сравнению с энергией возбуждения, то есть, как это видно из выражения (11), должно быть выполнено условие

$$\frac{|e|p_F A_0}{mc} \ll \Delta \quad \to \quad \frac{|e|\mathbf{H}}{mc} \ll \frac{q\Delta}{p_F}.$$

В то же время, по исходному предположению магнитное поле медленно изменяется на размере пары $\xi_0 \sim v_F/\Delta$ ($v_F = p_F/m$ – фермиевская скорость), то есть $q\xi_0 \ll 1$. Учитывая это в вышеприведенной оценке, окончательно получим:

$$\lambda_{\mathbf{H}} \equiv \sqrt{\frac{c}{|e|\mathbf{H}}} \gg \xi_0. \qquad (34)$$

Таким образом, магнитная длина $\lambda_{\mathbf{H}}$ должна быть больше размера пары ξ_0. Это более сильное условие, чем то, которое можно было бы ожидать, именно, чем условие $|e|\mathbf{H}/mc \ll \Delta$.

Вспоминая выражение для плотности состояний $\gamma = mp_F/2\pi^2$, перепишем результат (30) для магнитной восприимчивости в более привычном виде:

$$\chi = \frac{-1}{3(2\pi)^2}\,\frac{e^2}{\hbar c}\,\frac{v_F}{c}$$

(здесь восстановлена постоянная Планка). Это в точности восприимчивость Ландау для нашей системы. Неожиданный результат: система другая (диэлектрик, а не металл) и квантование Ландау не при чем. Этот результат наводит на мысль, что в нормальном металле с таким рассеянием на примесях, что квантования Ландау нет, будет то же самое (то же значение восприимчивости). Вычисления подтверждают это (подробности в другом месте).

Итак, магнитная восприимчивость при абсолютном нуле температур совпадает с восприимчивостью выше точки перехода (в металлической фазе). Можно ожидать, что при произвольных температурах в упорядоченной фазе восприимчивость будет постоянной, совпадающей с восприимчивостью Ландау.

Можно привести соображение[2)], которое в какой-то мере поясняет результат, полученный для экситонного диэлектрика. Известно, что в сверхпроводнике появляется дополнительный вклад в восприимчивость от орбитального вклада куперовских пар, если они образуются с ненулевым моментом [7] (это сказывается на величине верхнего критического поля H_{c2}). В случае нулевого момента куперовских пар

[2)] Высказано рецензентом.

такого вклада нет. В нашей задаче куперовские пары тоже с нулевым моментом, поэтому от них тоже никакого вклада нет, так что остается только то, что было бы для нормального (металлического) состояния (отвлекаясь от осцилляций магнитного момента, которые имеются в металле при достаточно низких температурах).

В неоднородном поле в системе возникают токи. Непосредственное вычисление плотности тока по теории возмущений дает результат, который совпадает с результатом, следующим из известного соотношения

$$\mathbf{j} = c\,\mathrm{rot}\,\mathbf{M}, \tag{35}$$

где $\mathbf{M}$ – намагниченность.

Ранее был предложен способ получить состояние экситонного диэлектрика с током без диссипации [5]. В неоднородном магнитном поле такое состояние тоже получается согласно (35). В отличие от магнетиков с локальными замкнутыми токами, в данном случае этому току соответствуют реальные потоки частиц – электронов и дырок – в разных направлениях.

Благодарю за обсуждение А.В. Чаплика и М.В. Энтина. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты # 06-02-16923-а и # 08-02-00152-а).

1. Л. В. Келдыш, Ю. В. Копаев, ФТТ **6**, 2791 (1964).
2. D. Jerome, T. M. Rice, and W. Kohn, Phys. Rev. **158**, 462 (1967).
3. Е. В. Бакланов, А. В. Чаплик, ФТТ **7**, 2768 (1965).
4. Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон, ЖЭТФ **44**, 389 (1976).
5. E. G. Batyev, cond–mat. arxiv: 0704. 2972 (2007).
6. J. P. Eisenstein and A. H. MacDonald, Nature **432**, 691 (2004).
7. И. А. Лукьянчук, В. П. Минеев, Письма в ЖЭТФ **44**, 183 (1986).