

Поляризационные сингулярности в частично когерентных комбинированных пучках

К. В. Фельде, А. А. Чернышов, Г. В. Богатырева⁺, П. В. Полянский¹⁾, М. С. Соскин*

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича, 58012 Черновцы, Украина

⁺Национальный технический университет Украины “Киевский политехнический институт”, 03056 Киев, Украина

*Институт физики НАН Украины, 03680 Киев, Украина

Поступила в редакцию 19 августа 2008 г.

Предсказаны и обнаружены экспериментально векторные сингулярности в частично поляризованных комбинированных полях, сформированных в результате некогерентной суперпозиции поляризованно ортогональных пучков. Такими сингулярностями являются контуры с нулевой степенью поляризации (U -контуры), при пересечении которых состояние поляризации скачкообразно изменяется на ортогональное, и изолированные точки с единичной степенью поляризации (P -точки), расположенные в центрах вихрей ортогонально поляризованной компоненты комбинированного пучка. Такие сингулярности адекватно описываются в терминах комплексной степени поляризации с представлением в стоковом пространстве. Показано, что элементы поля, соответствующие экстремумам комплексной степени поляризации, формируют векторный скелетон частично когерентного неоднородно поляризованного поля.

PACS: 42.25.Ja, 42.25.Kb, 42.30.Ms

Центральным объектом сингулярной оптики строго когерентных, неоднородно поляризованных полей, возникающих, к примеру, в результате стационарного многократного рассеяния лазерного излучения, являются C -точки (точки поля с циркулярной поляризацией, в которых азимут поляризации не определен) и L -линии (линии, вдоль которых поляризация линейна, с плавно изменяющимся азимутом поляризации, и не определено направление вращения электрического вектора). Совокупность C -точек и L -линий подчиняется известным знаковым принципам и образует векторный скелетон когерентного поляризованно неоднородного поля [1–4]: определив характеристики поля в C -точках и на L -линиях, можно качественно предсказать поведение поля, в частности изменение состояния поляризации, и на других его участках. Данное свойство поляризованных сингулярностей проистекает из их структурной устойчивости по отношению к малым возмущениям начальных условий либо возмущениям пучка в процессе распространения (*genericity* [5]). В работе [6] исследовались также нетипичные (*nongeneric*) поляризованные сингулярности, возникающие при когерентном смещении взвешенных поляризованно ортогональных Лагерр–Гауссовых (ЛГ) мод с различными радиальными индексами. Универсальные теоретический и экспериментальный

методы исследования векторных сингулярностей базируются на определении параметров Стокса как функции пространственных координат в анализируемом поперечном сечении поля с последующим определением пространственных распределений азимута поляризации и эллиптичности и выделением сингулярных элементов поля.

Новая проблема возникает в случае *некогерентного* смещения поляризованно ортогональных пучков, хотя бы один из которых содержит фазовые сингулярности (оптические вихри [7]) – точки в поперечном сечении пучка, где амплитуда поля равна нулю, а фаза не определена, причем при переходе через такую точку фаза поля скачкообразно изменяется на π . При некогерентном соосном сложении такого пучка с ортогонально поляризованной плоской волной (либо с ортогонально поляризованным другим вихревым пучком) обычные сингулярности (оптические вихри, а также C -точки и L -линии) в комбинированном пучке отсутствуют. Почти всюду в поперечном сечении комбинированного пучка реализуются “смешанные” состояния поля в смысле квантовой механики и статистической электродинамики [8, 9], соответствующие частичной поляризации комбинированного пучка, причем степень поляризации, в общем случае, является функцией пространственных координат. “Чистые” состояния поля имеют место лишь в точках, соответствующих вихрям сингулярного пучка. В этих точках степень поляризации достигает

¹⁾e-mail: polyanskii@itf.cv.ua

максимального (единичного) значения, а состояние поляризации соответствует поляризации второй (ненулевой) компоненты комбинированного пучка. При этом возникает вопрос: может ли быть описанным такое частично когерентное [10], к тому же поляризационно неоднородное, поле в аспекте сингулярной оптики? В частности, можно ли построить векторный скелетон такого поля, подобный совокупности C -точек и L -линий для строго когерентного поля? Как известно [11, 12], фазовыми сингулярностями может обладать произвольный комплексный параметр поля, а не только комплексная амплитуда когерентной монохроматической волны. Для решения сформулированной проблемы необходимо построить комплексный параметр поля, который включал бы в себя как эллипсометрические характеристики (азимут поляризации и угол эллиптичности), достаточные для описания полностью поляризованных пучков, так и степень поляризации.

В данной работе мы покажем, что классическое понятие степени поляризации может быть обобщено к комплексному поляризационному параметру, представимому в стоксовом пространстве. На этой основе будет введен новый тип поляризационных сингулярностей, а именно, фазовые сингулярности комплексной степени поляризации (КСП), и продемонстрированы основные закономерности возникновения и эволюции таких сингулярностей в частично когерентных векторных полях. Отметим, что вводимое нами понятие КСП не совпадает с понятием комплексной степени взаимной поляризации (КСВП) [13], которая является двухточечной поляризационной характеристикой поля.

Традиционно степень поляризации света вводится как действительная неотрицательная величина [8, 9, 14–16]:

$$P = \frac{I_p}{I_p + I_u}; \quad 0 \leq P \leq 1, \quad (1)$$

где I_p , I_u – интенсивности полностью поляризованной и полностью неполяризованной компонент пучка, либо в терминах параметров Стокса

$$P = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}, \quad (2)$$

где $s_i = S_i/S_0$ $i = 1, 2, 3$ – нормированные параметры Стокса; $S_0 = I_0 + I_{90}$, $S_1 = I_0 - I_{90}$, $S_2 = I_{+45} - I_{-45}$, $S_3 = I_r - I_l$. В неоднородно поляризованных полях все параметры Стокса – функции пространственных координат (x, y) . Для полностью поляризованного пучка (либо для точки в поперечном сечении неоднородно поляризованного строго когерентного пучка) $P = 1$; для частично поляризованного

пучка $0 < P < 1$, а для полностью неполяризованного пучка $P = 0$. Параметры Стокса могут быть как положительными, так и отрицательными. Так, нормированные второй, третий и четвертый параметры Стокса пучков с ортогональными состояниями поляризации имеют вид $\{s_1, s_2, s_3\}$ и $\{-s_1, -s_2, -s_3\}$. Таким образом, параметры Стокса содержат информацию о конкретном состоянии поляризации пучка: азимуте поляризации $\alpha = 0.5 \arctg(S_2/S_1) \equiv 0.5 \arctg(s_2/s_1)$ ($-\pi/2 \leq \alpha < \pi/2$) и угле эллиптичности $\beta = 0.5 \arcsin(S_3/S_0) \equiv 0.5 \arcsin s_3$ ($-\pi/4 \leq \beta \leq \pi/4$). Однако эта информация утрачивается при определении степени поляризации пучка через квадратурные величины (2).

Для построения КСП воспользуемся представлениями, развитыми в [16]. В случае, когда амплитуда пучка неактуальна и интерес представляет исключительно состояние поляризации, пучок может быть описанным так называемой круговой комплексной поляризационной переменной:

$$\chi_{r,l} = (E_r/E_l) = (|E_r|/|E_l|) e^{i(\varphi_r - \varphi_l)}, \quad (3)$$

где E_r и E_l – компоненты кругового вектора Джонса. Переменная $\chi_{r,l}$ является функцией двух действительных аргументов: отношения амплитуд право- и левоциркулярно поляризованных компонент пучка, $|E_r|/|E_l|$, и разности фаз между ними, $\varphi_r - \varphi_l$. В собственной системе координат эллипса поляризации переменная $\chi_{r,l}$ может быть выражена через азимут поляризации и угол эллиптичности:

$$\chi_{r,l} = \operatorname{tg}(\beta + \pi/4) e^{-i2\alpha}. \quad (4)$$

Поляризационная переменная однозначно определяет состояние поляризации полностью (в общем случае эллиптически) поляризованного пучка на круговой комплексной плоскости [16] и, в стереографической проекции, на сфере Пуанкаре единичного радиуса. Использование сферы Пуанкаре предпочтительно, поскольку допускает изображение не только полностью поляризованных пучков (на сфере), но и частично поляризованных пучков (внутри сферы), причем начало координат соответствует нулевой степени поляризации: $s_1 = s_2 = s_3 = 0$, см. рис.1; точки вне сферы Пуанкаре не представляют какого-либо состояния поляризации. Использование КСП, определяемой как

$$\mathcal{P} = P\chi_{r,l}, \quad (5)$$

и соответствующего вектора поляризации в стоксовом пространстве $\mathbf{s} = s_1\mathbf{i} + s_2\mathbf{j} + s_3\mathbf{k}$ ($|\mathbf{s}| = P$) позволяет представлять в этом пространстве пучки с произвольным состоянием и произвольной степенью поляризации.

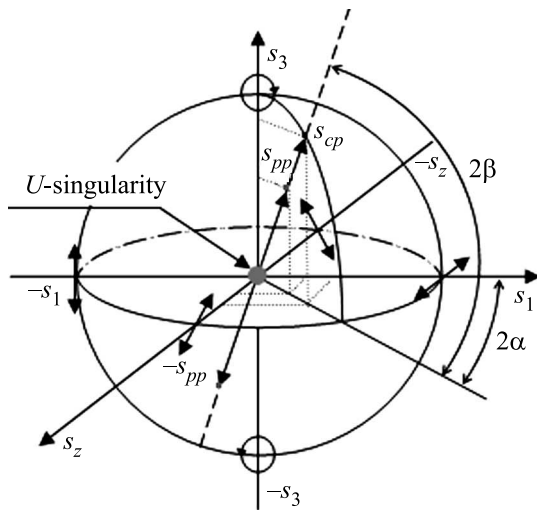


Рис.1. Представление полностью и частично поляризованных пучков в стоксовом пространстве: точки на сфере Пуанкаре изображают полностью поляризованное поле; внутри сферы – частично поляризованное поле; начало координат – неполяризованное поле. s_{cp} и s_{pp} – векторы поляризации полностью ($P = 1$) и частично ($P = 0.64$) поляризованных полей. Переход от s_{pp} к $-s_{pp}$ совершается через U -сингулярность

Укажем на существенное различие движения изображающей точки в стоксовом пространстве, соответствующее движению в поперечном сечении пучка, в случаях строго когерентных и частично когерентных полей. В когерентных полях изображающая точка движется исключительно по сфере, так что, например, переход от C_r -точки, соответствующей правоциркулярной поляризации, к C_l -точке, соответствующей левоциркулярной поляризации, неизбежно сопровождается пересечением окружности большого диаметра – экватора сферы Пуанкаре (L -контура). В случае же некогерентного смещения поляризации изображающая точка движется вдоль диаметра сферы Пуанкаре, проходящего через начальную точку. При этом на элементах поля, где интенсивности двух поляризационно ортогональных (и взаимно некогерентных) пучков равны, КСП претерпевает фазовую сингулярность: $P = 0$, а состояние поляризации не определено. При переходе через такой элемент поля знаки второго, третьего и четвертого нормированных параметров Стокса синхронно изменяются на противоположные. Для векторов s_{pp} и $-s_{pp}$ (см. рис.1) $0.5 \sum_{i=0}^3 s_i^{(pp)} s_i^{(-pp)} = 0$, что является признаком ортогональности состояний поляризации [6].

Таким образом, центр сферы Пуанкаре соответствует особому типу векторных сингулярностей, отсутствующих в строго когерентных неоднородно по-

ляризованных полях, который может быть назван U -(*unpolarized*) сингулярностью или фазовой сингулярностью КСП. Точки сферы Пуанкаре, описывающие полностью поляризованное поле в точках, где амплитуда одного из парциальных пучков зануляется, соответствует P -(*polarized*) сингулярности. В совокупности, U - и P -сингулярности образуют векторный скелетон частично когерентного комбинационного пучка.

Экспериментальный алгоритм построения такого скелетона состоит в измерении координатных распределений интенсивностей, соответствующих шести состояниям поляризации (см. (2)), и построении координатного распределения КСП

$$P = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \times \left[\operatorname{tg} (0.5 \arcsin s_3 + \pi/4) \exp \left(-i \arctg s_2/s_1 \right) \right]. \quad (6)$$

Затем определяются элементы поля, в которых КСП приобретает предельные значения.

На рис.2 показан результат компьютерного моделирования U -сингулярностей для случая некогерентного сложения поляризационно ортогональных мод ЛГ01 и ЛГ11 с соотношением мощностей 1:0.45 [6, 10]. На рисунке показаны распределения интенсивности и КСП в сечении комбинационного пучка в направлении контролируемого сдвига Δ между центрами мод (вихрями) в долях безразмерной радиальной координаты ρ/w_z , являющейся характерным поперечным масштабом ЛГ моды. Внешний U -контур на кольце $\rho/w_z \approx 1.5$ соответствует занулению модуля КСП; внутренний U -контур имеет такой же смысл, но реализуется при весьма низких значениях КСП в окрестности кольца $\rho/w_z \approx 0.15$ и потому не идентифицируется на графиках в левой колонке. Видно, что даже при относительно больших поперечных сдвигах (вплоть до $\Delta \approx 0.4\rho/w_z$) оба U -контура претерпевают лишь незначительную деформацию. При дальнейшем разнесении центров мод из бесконечности справа возникает новая U -сингулярность, которая при некотором значении Δ смыкается с внешним из первоначальных U -контуров. Однако такое пересечение U -контуров оказывается неустойчивым: при дальнейшем смещении мод образуется новый U -контур, замыкающийся на бесконечности. Интересно, что при изменении значений Δ в нешироких пределах от $0.45\rho/w_z$ до $0.5\rho/w_z$ координатное распределение интенсивности в комбинационном пучке (показано слева) остается почти неизменным, тогда как КСП претерпевает полный цикл эволюции. Знаки “ \pm ” соответствуют преобладанию поляризации моды ЛГ01 и ЛГ 11, соответственно. Из рисунка видно,

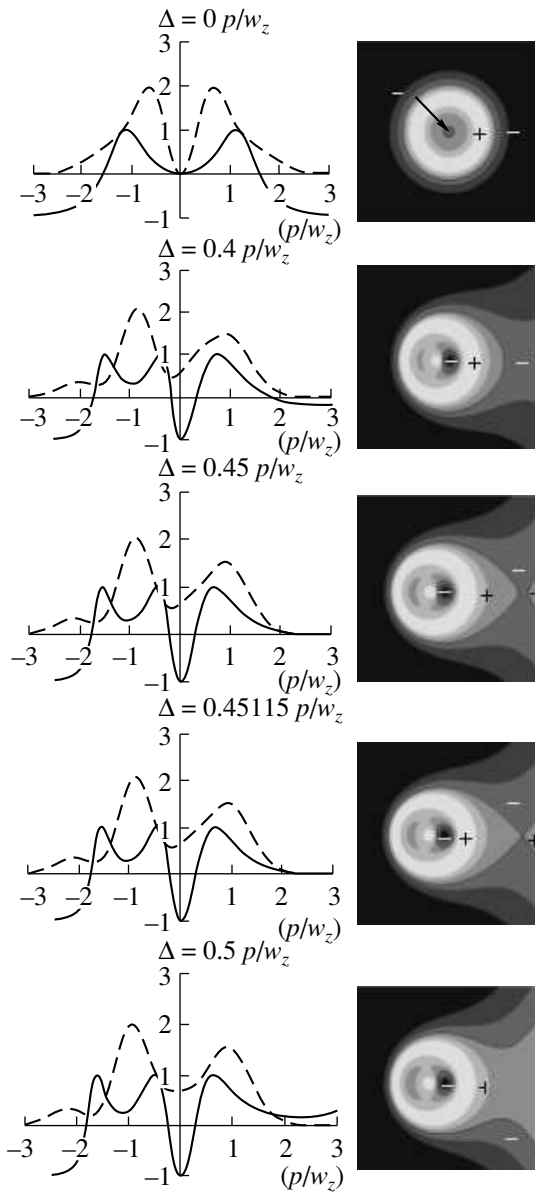


Рис.2. Распределения интенсивности комбинированного пучка (штриховая линия) и КСП (сплошная линия) в направлении смещения центров мод ЛГ01 и ЛГ11 (слева) и U -сингулярности в поперечном сечении пучка (справа) в функции величины смещения Δ в долях безразмерного параметра ρ/w_z . Знаки “ \pm ” соответствуют ортогональным состояниям (частичной) поляризации

что во всех случаях выполняется следующий знаковый принцип: U -сингулярности разделяют области с ортогональными состояниями поляризации.

Схема экспериментального восстановления U - и P -сингулярностей и векторного скелетона частично когерентных неоднородно поляризованных комбинированных пучков приведена на рис.3. В нижнем плече интерферометра задается разность хода, су-

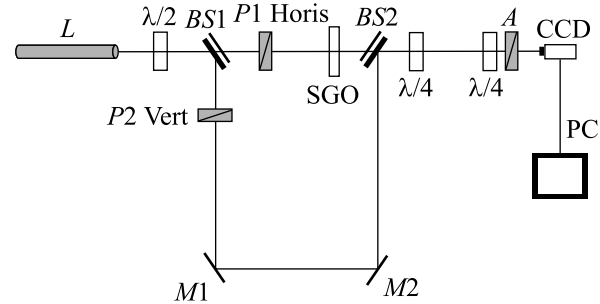


Рис.3. Экспериментальная схема: L – лазер, $\lambda/2$ и $\lambda/4$ полуволновая и четвертьволновые пластинки, соответственно; $BS1$, $BS2$ – светоделители; $P1$, $P2$ – поляризаторы; $M1$, $M2$ – зеркала; SGO – сингулярогенерирующий объект; A – анализатор; CCD – CCD-камера; PC – персональный компьютер

щественно превышающая длину когерентности лазера. Полуволновая пластинка на входе интерферометра служит для плавного контроля соотношения интенсивностей в плечах при постоянной полной интенсивности излучения на выходе интерферометра. В плечах интерферометра установлены поляризаторы, задающие ортогональные формы линейной поляризации; четвертьволновая пластинка на выходе интерферометра, в зависимости от ее ориентации, преобразует поляризации смешиваемых пучков к ортогональным эллиптическим либо циркулярным. В одном из плечей интерферометра располагается объект, генерирующий пучок с фазовыми сингулярностями (компьютерно-синтезированная голограмма для восстановления ЛГ моды либо диффузор для формирования спекл-поля). Четвертьволновая пластинка и линейный анализатор перед CCD -камерой, сопряженной с персональным компьютером, служат для регистрации координатных распределений интенсивности, необходимых для определения параметров Стокса и КСП.

На рис.4 представлены первые экспериментальные результаты по восстановлению векторного скелетона комбинированного пучка, сформированного в результате некогерентной суперпозиции скалярного (однородно поляризованного) спекл-поля (рис.4а) и соосной поляризационно ортогональной плоской волны. Фрагменты рис.4b-d представляют фрагменты параметрической динамики U -сингулярностей в функции отношения средней интенсивности спекл-поля к интенсивности опорной волны, $\langle I_S \rangle / I_R$. При изменении этого отношения количество, размеры и форма U -контуров изменяются, тогда как положение P -точек остается неизменным. Как и следовало ожидать, количество и размеры U -контуров уменьшаются по мере уменьшения отношения I_S / I_R . На приве-

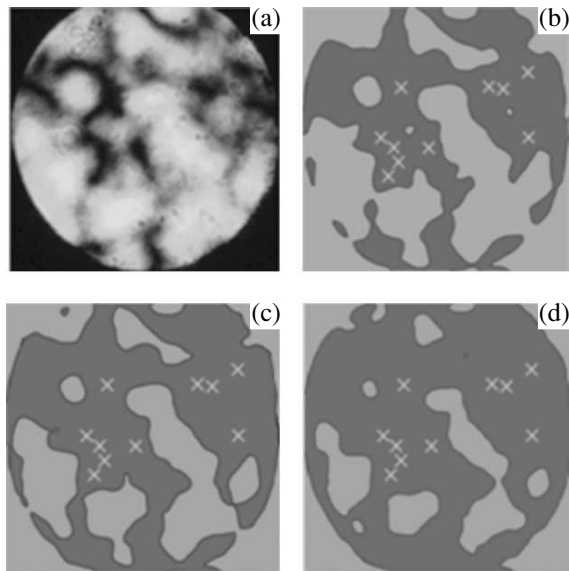


Рис.4. Анализируемый участок спекл-поля (а) и фрагменты параметрической динамики U -сингулярностей в функции отношения средней интенсивности спекл-поля к интенсивности поляризованно ортогональной опорной волны: $\langle I_S \rangle / I_R = 1$ (b), 0.5 (c) и 0.25 (d). Градации серого соответствуют ортогональным формам частичной поляризации. Соответствующие участки разделены U -контурами. Крестиками обозначены P -сингулярности

денных фрагментах видны области, в которых имеют место ситуации, близкие к пересечению U -контуров.

Таким образом, в данной работе введено понятие КСП, позволяющее описывать пучки с произвольными типами, состояниями и степенью поляризации. С использованием понятия КСП впервые проведен анализ нового класса оптических полей, сформированных в результате некогерентной суперпозиции поляризованно ортогональных пучков. Показано, что в таких комбинированных пучках возникают векторные сингулярности, отсутствующие в строго когерентных полях, – U -контур и P -точки, соответствующие экстремумам КСП. Отметим, что U -контур могут возникать при некогерентном сложении пучков, не имеющих фазовых сингулярностей; для возникновения же P -точек необходимо, чтобы нули амплитуды присутствовали хотя бы в одном из пучков. P -сингулярности являются структурно устойчивыми и обнаруживаются при произвольном соотношении интенсивностей смешиваемых пучков, тогда как U -сингулярности возникают лишь в случаях, когда имеют место линии равной интенсивности парциальных пучков, на которых КСП претерпевает фазовую сингулярность: степень поляризации равна нулю, а состояние поляризации не определено.

Экстремумы КСП определяют специфический векторный скелетон частично когерентного, пространственно неоднородно поляризованного поля. В общем случае некогерентного смешения эллиптически (ортогонально) поляризованных пучков экспериментальное восстановление векторного скелетона комбинированного пучка предполагает выполнение полного стокс-поляриметрического анализа поля.

Отметим, что рассмотрение, основанное на формуле (3), проведено в предположении монохроматического излучения. Однако конечный результат, описываемый формулой (6), носит более общий характер. Это является следствием того, что в определении параметров Стокса не фигурируют в явном виде ни длина волны излучения, ни энергия фотона, ни степень когерентности. Сингулярности КСП могут быть обнаружены и при суперпозиции поляризационно ортогональных пучков с разными частотами, несущих фазовые сингулярности, а также полихроматических пучков (пучков белого света). Разумеется, восстановление векторного скелетона таких полей предполагает специальный выбор поляризационных элементов и приемников излучения.

1. J. F. Nye and J. V. Hajnal, Proc. P. Soc. Lond. A **409**, 21 (1987).
2. M. V. Berry and M. R. Dennis, Proc. R. Soc. Lond. A **457**, 141 (2001).
3. I. Freund, Opt. Commun. **201**, 251 (2002).
4. M. S. Soskin, V. G. Denisenko, and R. I. Egorov, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **6**, S281 (2004).
5. J. F. Nye, *Natural Focusing and Fine Structure of Light*, IoP Publ., Bristol, 1999.
6. Г. В. Богатырева, К. В. Фельде, П. В. Полянский, М. С. Соскин, Опт. и спектр. **97**, 833 (2004).
7. M. S. Soskin and M. V. Vasnetsov, Prog. Opt. **42**, 219 (2001).
8. W. A. Shurcliff, *Polarized Light*, Harvard Univ. Press, Cambridge, Massachusetts, 1962.
9. J. R. Klauder and E. C. G. Sudarshan, *Fundamental of Quantum Optics*, W. A. Benjamin, Inc, New York, 1968.
10. G. V. Bogatyryova, Ch. V. Felde, P. V. Polyanskii et al., Opt. Lett. **28**, 878 (2003).
11. M. Berry, M. Dennis, and M. Soskin, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **6**, S155 (2004).
12. P. V. Polyanskii, in *Optical Correlation Applications and Techniques*, Ed. O. Angelsky, SPIE Press A **168**, Bellingham, 2007.
13. J. Ellis and A. Dogariu, Opt. Lett. **29**, 536 (2004).
14. E. L. O'Neil, *Introduction to Statistical Optics*, Addison-Wesley, Massachusetts, 1963.
15. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th ed., Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1997.
16. R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized Light* (North-Holland, Amsterdam, 1977).