Письма в ЖЭТФ, том 88, вып. 7, с. 527 – 530

Композитные частицы в квантовых ямах

В. М. Ковалев[+1)], А. В. Чаплик[+*]

[+]Институт физики полупроводников, 630090 Новосибирск, Россия

[*]Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

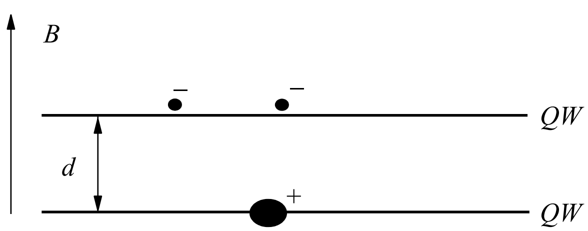
Поступила в редакцию 13 августа 2008 г.

Изучаются связанные состояния композитных частиц в одиночной и двойной квантовых ямах. Найдены спектр и поляризуемость непрямых триона и D^-- центра (отрицательно заряженный донор) в скрещенных электрическом и магнитном полях. В одиночной квантовой яме исследованы связанные состояния биэлектрона и указана возможность его экспериментального обнаружения по магнито-дипольному поглощению электромагнитных волн.

PACS: 71.35.Cc, 78.66.Fd

Введение. Двойные квантовые ямы (ДКЯ) являются одним из ярких примеров успехов современной технологии в создании сложных наноструктур с управляемыми свойствами. В них исследуются как коллективные эффекты (плазменные волны, квантовый эффект Холла), так и элементарные возбуждения, состоящие из нескольких квазичастиц, – экситоны, трионы, многозарядные комплексы [1 – 5]. В работе [6] изучен спектр пространственно непрямого триона в геометрии “экситон + электрон”, то есть электрон и дырка находятся в одном слое в ДКЯ, а “лишний” электрон – в другом. Внешнее магнитное поле в указанной работе не учитывалось.

В данном письме мы хотим обратить внимание на интересные свойства триона в ДКЯ в другой геометрии: “два электрона + дырка” в перпендикулярном структуре магнитном поле B (см. рисунок). В частности, будет рассмотрено связанное состояние



Схематическое изображение изучаемой структуры

двух электронов – биэлектрон – как предельный случай такого триона (разумеется, биэлектрон существует и в одиночной квантовой яме). Мы найдем энергетический спектр и обсудим оптические свойства указанных композитных частиц.

[1)]e-mail: vadimkovalev@isp.nsc.ru

D^- – центр (отрицательно заряженный донор) в ДКЯ. Простые аналитические результаты могут быть получены в случае, когда расстояние между слоями d существенно превышает эффективный боровский радиус a_0. Тогда кулоновское взаимодействие электронов с положительным ионом U_{ei}, находящемся в другом слое, может быть заменено осцилляторным потенциалом:

$$U_{ei} = -\frac{\tilde{e}^2}{\sqrt{\boldsymbol{\rho}_1^2 + d^2}} - \frac{\tilde{e}^2}{\sqrt{\boldsymbol{\rho}_2^2 + d^2}} \approx$$
$$\approx -2\frac{\tilde{e}^2}{d} + \frac{\kappa}{2}(\boldsymbol{\rho}_1^2 + \boldsymbol{\rho}_2^2), \qquad (1)$$

где $\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2$ – векторы положений электронов в плоскости, $\tilde{e}^2 = e^2/\varepsilon$ (ε – фоновая диэлектрическая проницаемость), $\kappa = \tilde{e}^2/d^3$ – эффективный коэффициент жесткости в осцилляторной модели. Полный гамильтониан системы в магнитном поле $\mathbf{B}$ (используем симметричную калибровку) имеет вид

$$\hat{H} = -\sum_{i=1,2} \frac{1}{2m}\left(\boldsymbol{\nabla}_i + \frac{ie}{2c}[\mathbf{B}, \boldsymbol{\rho}_i]\right)^2 + U_{ei} + \frac{\tilde{e}^2}{|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2|}. \qquad (2)$$

Перейдем к переменным $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$, и $\mathbf{R} = (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)/2$. Получим

$$\hat{H} = -\frac{1}{4m}\left(\boldsymbol{\nabla}_R + i\frac{2e}{c}\frac{[\mathbf{B}, \mathbf{R}]}{2}\right)^2 -$$
$$-\frac{1}{m}\left(\boldsymbol{\nabla}_\rho + i\frac{e}{2c}\frac{[\mathbf{B}, \boldsymbol{\rho}]}{2}\right) + \kappa(R^2 + \frac{\rho^2}{4}) + \frac{\tilde{e}^2}{\rho}. \qquad (3)$$

Таким образом, движение центра масс двух электронов и их относительное движение разделяются. Для центра масс имеем: волновая функция $\Psi(\mathbf{R}) = G(R)e^{iL\phi}$, где $L = 0, \pm1, \pm2 ...$ – квантовое число углового момента, ϕ – полярный угол вектора $\mathbf{R}$,

G – радиальная функция, отвечающая осциллятору в магнитном поле с массой частицы $2m$, зарядом $2e$, коэффициентом жесткости 2κ. Соответствующие собственные значения энергии равны:

$$E(N,L)=\frac{\omega_c}{2}L+\sqrt{\frac{\omega_c^2}{4}+\omega_0^2}\,(N+1),$$
$$\omega_0^2=\kappa/m,\ \omega_c=\frac{|e|B}{mc},\ N=0,1,2... \tag{4}$$

Радиальная волновая функция $\varphi(\rho)$ и энергия w относительного движения определяются уравнением

$$-\frac{1}{m}\left(\varphi''+\frac{1}{\rho}\varphi'-\frac{\ell^2}{\rho^2}\varphi\right)+\frac{\omega_c\ell}{2}\varphi+$$
$$+\frac{\tilde{e}^2}{\rho}+\left(\frac{m\omega_c^2}{16}+\frac{\kappa}{4}\right)\rho^2\varphi=w\varphi. \tag{5}$$

Мы ограничимся здесь синглетными состояниями электронной пары, поэтому $\ell=0,\pm2,\pm4...$ Уравнение (5) не допускает решения в известных специальных функциях. Оно может быть решено приближенно в случае относительно малых магнитных полей ($\ell_B\gg a_0$, где ℓ_B – магнитная длина) и не слишком больших значений относительного момента, а именно, должно выполняться условие $\ell^2\ll(\lambda/a_0)^{4/3}$, где $\lambda^2=1/m\Omega$ и $\Omega^2=\omega_c^2/8+\tilde{e}^2/2md^3$. Тогда минимум эффективного потенциала радиального движения находится при $\rho=\rho_0=(\lambda^4/a_0)^{1/3}$, и низколежащие уровни энергии могут быть найдены снова в осцилляторной модели:

$$w^{(0)}(n,\ell)=\frac{\omega_c\ell}{2}+\sqrt{6}\Omega(n+1/2). \tag{6}$$

В следующем приближении учитываем центробежный барьер как перенормировку эффективной константы жесткости осциллятора радиального движения (то есть добавляем к нему вторую производную центробежного потенциала в точке ρ_0). Подчеркнем, что такое приближение имеет более широкую область применимости, чем учет центробежного барьера по теории возмущений, которая требует условия $\ell^2\ll\lambda/a_0$:

$$w^{(1)}(n,\ell)=\frac{\omega_c\ell}{2}+$$
$$+\sqrt{6}\Omega\sqrt{1+\left(\ell^2-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{a_0}{\lambda}\right)^{4/3}}(n+1/2). \tag{7}$$

Учтем теперь электрическое поле $\mathbf{F}$, лежащее в плоскости системы. Оно войдет только в гамильтониан центра тяжести электронов в виде слагаемого $U_F=2|e|\mathbf{FR}$. Фазовое преобразование волновой функции $\Psi=\tilde{\Psi}e^{i\mathbf{KR}'}$, где $\mathbf{R}'=\mathbf{R}-\mathbf{R}_0$, и подбор $\mathbf{R}_0$ из требования исключения линейных по $\mathbf{R}'$ членов приводит к соотношениям $\mathbf{K}=[\mathbf{R}_0,\mathbf{B}]e/c$ и $\mathbf{R}_0=-|e|\mathbf{F}/\kappa$ и к следующему гамильтониану центра масс электронов:

$$\hat{H}_{cm}=-\frac{1}{4m}\Delta_{\mathbf{R}'}-i\frac{eB}{2mc}\frac{\partial}{\partial\phi'}+\left(\kappa+\frac{\omega_c^2}{4}\right)R'^2-\frac{e^2F^2}{\kappa}. \tag{8}$$

Отсюда находим поляризуемость D^--центра: $\alpha=2e^2/\kappa$, которая не зависит от магнитного поля и равна просто удвоенной поляризуемости осциллятора с зарядом e и частотой ω_0. Как мы увидим сейчас, именно по поляризуемости D^--центр кардинально отличается от триона.

Трион в ДКЯ. Будем описывать систему введенными ранее координатами $\boldsymbol{\rho}$ и $\mathbf{R}$ и координатой дырки (в другом слое) $\boldsymbol{\rho}_h$. Вследствие квадратичной зависимости гамильтониана от координат и импульсов относительное движение электронов снова отделяется, и задача сводится к двум частицам (e_1,m_1) и (e_2,m_2), где $e_1=|e|,m_1=m_h$ - масса дырки; $e_2=-2|e|,m_2=2m$, взаимодействующих по закону $U_{int}=\kappa(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)^2/2$, где $\boldsymbol{\rho}_1=\boldsymbol{\rho}_h,\boldsymbol{\rho}_2=\mathbf{R}$. Пусть сначала магнитное поле равно нулю, а электрическое направлено по оси y. Тогда сохраняется x-компонента полного импульса системы P_x, поскольку координаты x_1,x_2 входят лишь в комбинации $x_1-x_2=x$. Вводя координаты центра масс и расстояния между частицами 1 и 2 по оси y: $y_1=Y+m_2y/M$, $y_2=Y-m_1y/M$, $M=m_1+m_2$, приходим к гамильтониану

$$-\frac{1}{2\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\frac{\kappa}{2}(x^2+y^2)-$$
$$-\gamma Fy+\frac{P_x^2}{2M}-\frac{1}{2M}\frac{\partial^2}{\partial Y^2}-QFY; \tag{9}$$

здесь $\mu=m_1m_2/M$, $\gamma=\mu(e_1/m_1-e_2/m_2)$, $Q=e_1+e_2$ – полный заряд. Таким образом, центр масс системы двигается независимо от внутренних координат в однородном поле как частица с зарядом Q. В гамильтониан относительного движения электронов (частица 2) электрическое поле не входит, поэтому поляризуемость системы определятся слагаемым γFy в уравнении (9) и равна

$$\alpha=\frac{\gamma^2}{\kappa}=\left(\frac{e_1}{m_1}-\frac{e_2}{m_2}\right)^2\frac{\mu}{\omega_0^2}. \tag{10}$$

Как и должно быть, $\alpha=0$ для системы частиц с одинаковым отношением заряда к массе (аналог принципа эквивалентности в гравитации). В случае триона получается $\alpha = e^2/\mu\omega_0^2$ (осциллятор с зарядом e, частотой ω_0).

В скрещенных полях ($B \neq 0$) полное отделение внутренних степеней свободы от движения центра масс невозможно. Записывая векторный потенциал в калибровке Ландау $A_x = -By, A_y = A_z = 0$, можно снова убедиться в сохранении x-компоненты полного импульса, который в магнитном поле равен $\hat{\mathbf{P}} = -i\nabla_1 - i\nabla_2 - e_1\mathbf{A}_1/c - e_2\mathbf{A}_2/c + [\mathbf{B}, (e_1\boldsymbol{\rho}_1 + e_2\boldsymbol{\rho}_2)]$. Далее, как показано в работе одного из авторов и Говорова [7], можно свести задачу к трехмерному анизотропному осциллятору и выделить часть полной энергии системы, зависящую от электрического поля:

$$F = \sum_{j=1,2,3} \Omega_j \left(n_j + \frac{1}{2}\right) + \frac{P_x^2}{2M} + \frac{cE}{B}P_x - \frac{Mc^2}{2}\frac{F^2}{B^2}. \tag{11}$$

Частоты Ω_j находятся как корни кубического уравнения (см. уравнение (9) в работе [7]). Нас сейчас интересует вопрос о поляризуемости триона. Формально величина α, найденная из (11) по обычному правилу $\alpha = -\partial^2 E/\partial F^2$, дает Mc^2/B^2, что соответствует аналогичной величине для любой заряженной частицы, дрейфующей в скрещенных полях. Дрейф триона как целого совершается со скоростью $v_x = \partial E/\partial P_x = cF/B$, и в системе отсчета, движущейся вместе с трионом, преобразованное электрическое поле обращается в нуль: $\mathbf{F}' \backsim \mathbf{F} - [\mathbf{B}, \mathbf{V}]/c = \mathbf{F} - [\mathbf{B}, [\mathbf{F}, \mathbf{B}]]/cB^2 = 0$. Поэтому внутренние степени свободы системы не возмущаются, и формально определенная поляризуемость совпадает с таковой для бесструктурной заряженной частицы (и при этом не зависит от ее заряда!). Предельный переход к рассмотренному выше случаю $B = 0$ невозможен, так как (11) и выражение для дрейфовой скорости получены в нерелятивистском приближении $F \ll B$.

Биэлектрон. Связанные состояния двух (а также трех) электронов в поперечном магнитном поле рассматривались в работе [8] (разумеется, речь теперь идет просто о 2D системе, а не о ДКЯ). Авторы [8] считали магнитное поле достаточно сильным, чтобы можно было пренебречь смешиванием уровней Ландау, для чего требовалось условие $\ell_B \ll a_0$. Было показано, что, несмотря на отталкивание, спектр системы дискретный, и были найдены уровни энергии, примыкающие к нулевому уровню Ландау и зависящие от квантового числа азимутального момента относительного движения двух электронов.

Мы здесь обращаем внимание на то, что в противоположном предельном случае относительно слабых магнитных полей $\ell_B \gg a_0$ система из двух электронов также обладает дискретным спектром и является связанной, хотя природа этих связанных состояний существенно отличается от случая сильного поля. Указанные состояния возникают в потенциале, ограничивающем относительное движение частиц со стороны малых ρ кулоновским барьером $\tilde{e}^2/\rho$, а со стороны больших относительных расстояний – магнитной параболой $m\omega_c^2\rho^2/16$. Движение происходит в кольцевой области вблизи $\rho = \rho_0$, где при не слишком больших квантовых числах относительного момента ($\ell^2 \ll (\ell_B/a_0^*)^{4/3}$) ρ_0 определяется соотношением $\rho_0^3 = 8\ell_B^3/a_0^*$. Это точка минимума эффективного потенциала, в котором пренебрегли вкладом центробежного барьера. Хотя ρ_0 зависит от $\tilde{e}^2$, вторая производная $U_{\rm eff}$ в точке ρ_0 определяется только магнитным полем, и мы получаем осцилляторный спектр радиального относительного движения в виде

$$w_n = \frac{\sqrt{3}}{2}\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right), n = 0, 1, 2... \tag{12}$$

В полной аналогии с (7) можно уточнить формулу (12) учетом центробежного барьера.

Согласно теореме Кона, в электродипольном приближении переходы между уровнями относительного движения электронов в магнитном поле запрещены. Однако если поместить образец в волновод в пучность магнитного поля, нормального к плоскости структуры, становятся оптически видимыми магнитодипольные переходы. Магнитное поле в этом случае представимо в виде $B = B_0 + (b_0 e^{i\omega t} + b_0^* e^{-i\omega t})$, то есть возникает ситуация параметрического резонанса. Поглощение ЭМ энергии осуществляется при переходах с правилом отбора $\Delta n = 2$ на частоте $\sqrt{3}\omega_c$. Нетрудно показать, что сила осциллятора этой линии не зависит от постоянной части магнитного поля B_0, так как возмущение пропорционально $B_0 b_0$, а матричный элемент от ρ^2 обратно пропорционален B_0. Таким образом, биэлектрон может быть обнаружен экспериментально в области слабых магнитных полей по поглощению на частоте $\sqrt{3}\omega_c$. Разумеется, в переменном магнитном поле будут переходы и между уровнями центра масс, $E(N, L)$ из уравнения (4) при $\omega_0 = 0$. Правила отбора для них $\Delta L = 0, \Delta N = \pm 2$. Соответствующая частота перехода равна ω_c. Легко видеть, что такая же частота соответствует переходам электродипольного типа и, таким образом, экспериментально можно различить возбуждение внутренних степеней свободы биэлектрона ($\omega_c\sqrt{3}$) от переходов, связанных с движением центра масс (ω_c).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 08-02-00152), гранта Президента РФ (# МК-299.2008.2) и программ РАН.

1. V. I. Yudson, Phys. Rev. Lett. **77**, 1564 (1990).
2. Yu. E. Lozovik and A. M. Ruvinsky, Solid State Phys. **39**, 1981 (1997).
3. L. V. Butov, C. W. Lai, D. S. Chemla et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 216804 (2001).
4. Yu. E. Lozovik, I. V. Ovchinnikov, S. Yu. Volkov et al., Phys. Rev. B **65**, 235304 (2002).
5. Ю. Е. Лозовик, А. М. Рувинский, ФТТ **76**, 2220 (1997).
6. Д. В. Кулаковский, Ю. Е. Лозовик, Письма в ЖЭТФ **76**, 598 (2002).
7. А. О. Говоров, А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **66**, 423 (1997).
8. Ю. А. Бычков, С. В. Иорданский, Г. М. Элиашберг, Письма в ЖЭТФ **33**, 152 (1981).