Письма в ЖЭТФ, том 88, вып. 8, с. 577 – 580

Преобразование электромагнитного излучения на движущихся неоднородностях среды

Н. Н. Розанов[1)]

ФГУП "НПК "Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова", 199034 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 23 июня 2008 г.

После переработки 8 сентября 2008 г.

Проведен анализ возможности существенного повышения частоты электромагнитного излучения за счет доплеровского сдвига на неоднородностях нелинейной среды, наводимых импульсами интенсивного встречного излучения и движущихся со световыми скоростями. Показано, что эффективность параметрической перекачки резонансно увеличивается при приближении скорости движения неоднородности к фазовой скорости высокочастотного излучения.

PACS: 03.50.De, 42.65.Tg

Для электродинамики сплошных сред актуален, главным образом, случай медленного движения, когда малым параметром служит отношение скорости движения среды V к скорости света в вакууме c [1, 2]. Действительно, в лабораторных условиях для макроскопических тел сложно достичь заметных значений параметра V/c. Однако в нелинейнооптических средах с малыми временами релаксации импульсы интенсивного лазерного излучения могут наводить движущиеся со световыми скоростями неоднородности, которые для слабого диагностирующего излучения играют роль быстро движущихся тел. Примерами служат излучение Вавилова–Черенкова от сгустка света, распространяющегося в прозрачной среде [3], и гигантский доплеровский сдвиг в низкочастотную область при рассеянии излучения на попутном лазерном импульсе или солитоне [4]. Интерес здесь представляет не только наблюдение новых эффектов, но и возможность их использования для преобразования характеристик излучения. Задачей данного сообщения служит анализ условий эффективного повышения частоты излучения (на порядки величины) при его рассеянии на неоднородностях, движущихся, главным образом, во встречном направлении со световой скоростью.

Здесь мы ограничимся рассмотрением распространения плоских электромагнитных волн вдоль оси z при линейной поляризации излучения, когда отличны от нуля только x-компоненты электрической напряженности и индукции E и D и y-компоненты напряженности магнитного поля и магнитной индукции H и B. Эти величины подчиняются уравнениям Максвелла (t – время):

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t}, \quad \frac{\partial E}{\partial z} = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}. \tag{1}$$

Для сравнения с последующим обратимся сначала к классической задаче Эйнштейна об отражении излучения от движущегося зеркала [5]. Пусть волна падает из вакуума нормально на полубесконечный диэлектрик, граница которого движется со скоростью V, то есть положение границы $z_b = Vt$. На движущейся границе раздела непрерывными должны быть две величины [1]:

$$E - \frac{V}{c}B, \quad H - \frac{V}{c}D. \tag{2}$$

Обозначим через ω_i, ω_r и ω_t частоты падающего, отраженного и прошедшего излучений, соответственно. В области $z < Vt$ (вакуум) решение (1) имеет вид

$$\begin{gathered} E = D = E_i \exp\{i(k_i z - \omega_i t)]+ E_r \exp\{i(-k_r z - \omega_r t)], \\ H = B = E_i \exp\{i(k_i z - \omega_i t)] - E_r \exp\{i(-k_r z - \omega_r t)], \end{gathered} \tag{3}$$

а при $z > Vt$ (диэлектрик, материальные соотношения Минковского [1])

$$\begin{gathered} E = E_t \exp\{i(k_t z - \omega_t t)], \\ B = \frac{k_t}{\omega_t/c} E_t \exp\{i(k_t z - \omega_t t)] \text{ и т.д.} \end{gathered} \tag{4}$$

Здесь E_i, E_r, E_t и k_i, k_r, k_t – амплитуды и волновые числа падающей, отраженной и прошедшей в диэлектрик волн, соответственно. При этом

$$k_i = \frac{\omega_i}{c}, \quad k_r = \frac{\omega_r}{c},$$
$$k_t = \frac{\omega_t/c}{1 - \frac{V^2}{c^2}\varepsilon_t\mu_t}\left[(1-\varepsilon_t\mu_t)\frac{V}{c} + \sqrt{\varepsilon_t\mu_t}\left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right)\right], \tag{5}$$

[1)]e-mail: nrosanov@yahoo.com

где ε_t и μ_t – диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрика на частоте ω_t (тем самым учитывается дисперсия, что важно при значительном доплеровском сдвиге частоты; здесь мы считаем также ε_t и μ_t положительными). После перехода к системе координат, движущейся вместе с диэлектриком, привлечения решения задачи Френеля об отражении плоской волны от границы раздела двух сред и обратного преобразования Лоренца к исходной системе координат получаем известные выражения для частот

$$\omega_r = \omega_i \frac{1-\dfrac{V}{c}}{1+\dfrac{V}{c}},$$

$$\omega_t\left\{1-\frac{V/c}{1-\dfrac{V^2}{c^2}\varepsilon_t\mu_t}\left[\frac{V}{c}(1-\varepsilon_t\mu_t)+ +\sqrt{\varepsilon_t\mu_t}\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)\right]\right\} = \omega_i\left(1-\frac{V}{c}\right). \quad (6)$$

Примечателен также вид амплитудного коэффициента отражения:

$$r \equiv \frac{E_r}{E_i} = r_0 \frac{1-\dfrac{V}{c}}{1+\dfrac{V}{c}}, \quad r_0 = -\frac{\sqrt{\varepsilon_t/\mu_t}-1}{\sqrt{\varepsilon_t/\mu_t}+1}. \quad (7)$$

Например, для "идеального" зеркала ($|\varepsilon_t/\mu_t| \gg 1$) будет $|r_0| = 1$ и коэффициент отражения превышает единицу при $V < 0$ (зеркало движется навстречу излучению). Такой вывод согласуется с законом сохранения энергии, так как на зеркало действует сила светового давления и для поддержания движения зеркала необходимо совершать работу. Можно сказать, что механическая энергия здесь переходит в электромагнитную. Близкий по смыслу эффект параметрического возбуждения колебаний в электрическом RLC-контуре за счет периодического изменения расстояния между обкладками конденсатора широко используется в радиотехнике [6].

В лабораторных условиях сложно добиться релятивистского движения зеркала или среды (в плазме релятивистские скорости электронов достигаются для специфических "кильватерных волн" [7]). Однако возможен другой подход. Пусть среда (диэлектрик) неподвижна, но ее характеристики зависят от координаты и времени. К предыдущей задаче близок случай резкого (ступенчатого) изменения этих характеристик, причем координата скачка движется с постоянной скоростью V, то есть при $z < Vt$ значения проницаемостей имеют вид ε_1, μ_1, а при $z > Vt$ они равны ε_2, μ_2. Более точно, с учетом дисперсии, следует полагать, что $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(\omega_t)$, $\mu_2 = \mu_2(\omega_t)$ и различать $\varepsilon_i = \varepsilon_1(\omega_i)$, $\mu_i = \mu_1(\omega_i)$ и $\varepsilon_r = \varepsilon_1(\omega_r)$, $\mu_r = \mu_1(\omega_r)$. Теперь
при $z < Vt$

$$\begin{gathered} E = E_i \exp[i(k_i z - \omega_i t)] + E_r \exp[i(-k_r z - \omega_r t)], \\ H = \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} E_i \exp[i(k_i z - \omega_i t)] - \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\mu_r}} \exp[i(-k_r z - \omega_r t)], \\ D = \varepsilon_i E_i \exp[i(k_i z - \omega_i t)] + \varepsilon_r E_r \exp[i(-k_r z - \omega_r t)], \\ B = \sqrt{\varepsilon_i\mu_i} E_i \exp[i(k_i z - \omega_i t)] - \\ - \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} E_r \exp[i(-k_r z - \omega_r t)], \end{gathered} \quad (8)$$

а при $z > Vt$

$$\begin{gathered} E = E_t \exp[i(k_t z - \omega_t t)], \\ H = \sqrt{\frac{\varepsilon_t}{\mu_t}} E_t \exp[i(k_t z - \omega_t t)], \\ D = \varepsilon_t E_t \exp[i(k_t z - \omega_t)], \\ B = \sqrt{\varepsilon_t\mu_t} E_t \exp[i(k_t z - \omega_t)]. \end{gathered} \quad (9)$$

Отметим отличия вида материальных уравнений в (8) и (9) от имеющих место для движущегося диэлектрика. Условия на границе скачков характеристик среды приведены в [8], и в нашем случае они совпадают с условиями непрерывности величин (2) при $z = Vt$. Отсюда вытекают следующие соотношения для частот:

$$\omega_r = \omega_i \frac{1-\dfrac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}}{1+\dfrac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}, \quad \omega_t = \omega_i \frac{1-\dfrac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}}{1-\dfrac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_t\mu_t}}. \quad (10)$$

Для амплитудного коэффициента отражения теперь находим

$$r \equiv \frac{E_r}{E_i} = r_0 \frac{1-\dfrac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}}{1+\dfrac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}}, \quad r_0 = -\frac{\sqrt{\varepsilon_2/\mu_2}-\sqrt{\varepsilon_i/\mu_i}}{\sqrt{\varepsilon_2/\mu_2}+\sqrt{\varepsilon_i/\mu_i}}. \quad (11)$$

Отсюда следует, что при движении скачка навстречу падающему излучению коэффициент отражения может существенно превышать единицу, если скорость движения скачка приближается к фазовой скорости $c/\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}$ волны с частотой ω_r. Это также отвечает параметрическому возбуждению встречной волны. Заметим, что для так называемых "левосторонних сред", у которых диэлектрическая и магнитная проницаемости отрицательны, следовало бы изменить в выражении для r (11) знак перед квадратными корнями, что эквивалентно изменению знака скорости V (резонанс при попутном движении падающего излучения и скачка) и отвечает замене светового давления на притяжение в таких средах [9].

Противоположный вариант плавного профиля движущейся неоднородности можно рассмотреть как предел кусочно-постоянного профиля (многослойная система) при стремлении к нулю шага ступенек (см. [10]). Выражения для частотных сдвигов при этом сохраняются, а амплитудный коэффициент отражения в случае слабого отражения имеет вид

$$r \approx -\frac{1}{Y_0^{(+)} + Y_0^{(-)}} \times$$

$$\times \frac{1 - \dfrac{V}{c} n_0^{(+)}}{1 + \dfrac{V}{c} n_0^{(-)}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} Y^{(+)'}(z) \exp(ik_0^{(+)} z) dz =$$

$$= \frac{ik_0^{(+)}}{Y_0^{(+)} + Y_0^{(-)}} \frac{1 - \dfrac{V}{c} n_0^{(+)}}{1 + \dfrac{V}{c} n_0^{(-)}} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \delta Y^{(+)}(z) \exp(ik_0^{(+)} z) dz. \tag{12}$$

Здесь штрих означает дифференцирование по z, $Y = \sqrt{\varepsilon/\mu}$, $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, индексы $(\pm)$ отвечают распространению излучения в положительном и отрицательном направлениях оси z, индекс нуль соответствует частоте падающего излучения. Последнее выражение в (12) справедливо для локализованной неоднородности, у которой $\delta Y^{(+)}(z) = Y^{(+)}(z) - Y^{(+)}(\infty) \to 0$ при $z \to \pm\infty$. Из (12) следует тот же вывод о резонансном увеличении коэффициента отражения при приближении скорости движения неоднородности к фазовой скорости на частоте отраженного излучения, что подтверждает общий характер рассматриваемого эффекта.

Для достижения существенного эффекта необходимо, чтобы неоднородности двигались с высокими (световыми) скоростями. Это можно реализовать, наводя неоднородность в среде с малоинерционной оптической нелинейностью интенсивными импульсами (солитонами) лазерного излучения, скорость распространения которых близка к групповой. Интенсивные импульсы могут иметь поляризацию, ортогональную поляризации слабого излучения, и сдвинутую частоту, ввиду чего интерференционные эффекты будут подавлены (это необходимо для оправдания модели, но не столь существенно для эксперимента). Например, в среде с керровской нелинейностью импульс с пиковой интенсивностью I наведет неоднородность показателя преломления $\delta n = n_2 I$, причем в сильно нелинейных средах коэффициент керровской нелинейности достигает величины $n_2 = 2 \cdot 10^{-12}$ см^2/Вт [11]. Поэтому для используемых в эксперименте фемтосекундных импульсов реальны значения $\delta n = 0.1$ и более, что отвечает заметному коэффициенту отражения. Резкость фронтов импульсов не влияет на величину доплеровских сдвигов частоты, но при размытом фронте коэффициент отражения в соответствии с (12) снижается, если протяженность фронта значительно превышает центральную длину волны излучения.

В рассмотренной ситуации происходит существенное преобразование частоты лазерного излучения за счет перекачки энергии импульсов интенсивного излучения, причем рассмотрение отвечает приближению заданной накачки, справедливому при небольших интенсивностях преобразованного излучения. В области высоких частот

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = 4\pi \frac{Ne}{m}, \quad \mu = 1, \tag{13}$$

где N – концентрация электронов, а e и m – их заряд и масса. Для нормированных частот

$$\Omega = \omega_r \Big/ \omega_i \left| 1 - \frac{V}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_i^2}} \right|,$$

$$\Omega_p = \omega_{p1} \Big/ \omega_i \left| 1 - \frac{V}{c} \sqrt{1 - \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_i^2}} \right| \tag{14}$$

при $V > 0$ из (10) следует

$$\Omega = \left[1 - \frac{V}{c} \sqrt{1 - \Omega_p^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)} \right] \Big/ \left[1 - \frac{V^2}{c^2} \right]. \tag{15}$$

В общем случае одной частоте падающего излучения в среде с дисперсией могут отвечать две или несколько частот отраженного излучения, что аналогично эффекту добавочных волн при пространственной дисперсии в области экситонного резонанса [1]. Для кварца в области прозрачности дисперсия показателя преломления хорошо аппроксимируется формулой Селмейра, что позволяет надежно вычислить фазовую и групповую скорости излучения [10]. Полагая $V/c = -0.5$ (встречное распространение), найдем, что для падающего излучения на длине волны 2 мкм в отраженном излучении будет достигаться семикратное увеличение частоты. Возможно и увеличение частоты на несколько порядков величины при выходе в более высокочастотную область прозрачности.

Таким образом, в данном сообщении продемонстрирована возможность существенного повышения частоты электромагнитного излучения за счет параметрического эффекта перекачки энергии от низкочастотного сильного излучения при выполнении условия волнового синхронизма – близости скорости распространения импульсов сильного излучения к фазовой скорости высокочастотной (из-за большой величины доплеровского сдвига) волны отраженного излучения. Эффект качественно отличается от известных нелинейнооптических явлений, так как реализуется только при наличии неоднородностей, движущихся со световыми скоростями (в обычных для нелинейной оптики приближениях медленно меняющихся амплитуд или однонаправленного распространения этот эффект отсутствует, аналогично тому, как полуклассическое ВКБ-приближение не описывает обратного отражения от неоднородностей). Эффект родственен черенковскому [3], но, по крайней мере, принятое здесь одномерное описание справедливо при противоположном условии, когда скорость движения неоднородности меньше фазовой скорости излучения. Ограничение уровня преобразования возникает вследствие истощения накачки (ослабления интенсивных лазерных импульсов). Нежелательное дисперсионное расплывание импульсов устраняется в солитонном режиме [11]. Важная для экспериментов задача согласования фазовой и групповой скоростей излучения может быть решена как в одномодовых световодах [11], так и, по-видимому, наиболее эффективно в микроструктурированных волокнах [12].

Ранее в [13] (см. также [14, 15]) рассматривалась задача о доплеровском преобразовании частоты при отражении слабого излучения от интенсивного импульса самоиндуцированной прозрачности в газе трехуровневых атомов. Для частотного сдвига в [13] получена формула (19), которая совпадает с нашей формулой (10), если считать совпадающими показатели преломления на частотах падающего и отраженного излучений. Это возможно только в пренебрежении дисперсией, что не оправдано при интересующем нас значительном различии этих частот. Из приведенного в [13] выражения для коэффициента отражения (32) следует, что он всегда меньше единицы. Это не согласуется с нашим основным выводом о неограниченном увеличении коэффициента отражения при приближении скорости движения неоднородности к фазовой скорости на частоте отраженного излучения, что, видимо, связано с игнорированием в [13] предпороговых проявлений эффекта Вавилова–Черенкова.

Автор благодарен рецензенту за важную ссылку [13]. Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований # 07-02-12164-офи и Минобрнауки # РНП 2.1.1.1189.

---

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
2. Н. Н. Розанов, Г. Б. Сочилин, УФН **176**, 421 (2006).
3. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ **42**, 1360 (1962).
4. Н. Н. Розанов, Ал. С. Киселев, Ан. С.Киселев, Опт. и спектр. **105**, 278 (2008).
5. А. Эйнштейн, *Собрание научных трудов*, т. **1**, М.: Наука, 1965.
6. А. А. Харкевич, *Нелинейные и параметрические явления в радиотехнике*, М.: Гос. изд. техн.-теор. лит., 1956.
7. G. A. Mourou, T. Tajima, and S. V. Bulanov, Rev. Mod. Phys. **78**, 309 (2006).
8. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, М.: Наука, 1970.
9. В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
10. Н. Н. Розанов, Опт. спектр. (в печати).
11. Ю. С. Кившарь, Г. П. Агравал, *Оптические солитоны*, М.: Физматлит, 2005.
12. А. М. Желтиков, *Оптика микроструктурированных волокон*, М.: Наука, 2004.
13. В. И. Рупасов, Квантовая электрон. **9**, 2127 (1982).
14. Л. А. Островский, Изв. вузов, сер. Радиофизика **2**, 833 (1959).
15. Г. Н. Фрейдман, ЖЭТФ **41**, 226 (1961).