

# Магнитные блоховские состояния и транспорт носителей в двумерных полупроводниковых решеточных структурах со спин-орбитальным взаимодействием

А. А. Перов<sup>1)</sup>, Л. В. Солнышкова

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
Россия, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 10 сентября 2008 г.

После переработки 22 сентября 2008 г.

Установлены законы квантования холловского кондактанса полностью заполненных магнитных подзон Ландау двумерного электронного газа со спин-орбитальным (СО) взаимодействием Дрессельхауза, находящегося в периодическом электростатическом поле сверхрешетки и перпендикулярном магнитном поле. Спин-орбитальное взаимодействие перемешивает состояния различных магнитных подзон и изменяет закон квантования холловского кондактанса по сравнению со случаем бесспиновых частиц. Расчеты проведены для двумерных электронов в структурах как со слабым (AlGaAs/GaAs), так и с достаточно сильным (GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As) спин-орбитальным взаимодействием и зеемановским расщеплением. Установлено, что распределение холловского кондактанса по магнитным подзонам зависит от геометрических параметров сверхрешеток и мгновенно изменяется при касании соседних подзон в спектре. Показано, что в реальных полупроводниковых структурах с достаточно сильным СО взаимодействием закон квантования холловского кондактанса отличается от закона квантования, рассчитанного Таулессом с сотрудниками [Phys. Rev. Lett. 49, 405 (1982)] для систем в отсутствие СО взаимодействия и эффекта Зеемана.

PACS: 71.70.-d, 78.70.Pt

Квантовые состояния двумерных электронов, находящихся в периодическом электростатическом поле поверхностной сверхрешетки и перпендикулярном магнитном поле изучались теоретически и экспериментально на протяжении нескольких последних десятилетий [1–3]. Первые экспериментальные исследования эффекта формирования магнитных энергетических подзон в гетероструктурах *n*-типа с поверхностной сверхрешеткой были отражены в работе [2]. Впоследствии данный эффект был изучен в статьях [3] и [4], где исследовался магнитотранспорт в структурах с поверхностной сверхрешеткой. Однако результаты экспериментальных исследований базировались на теоретических моделях, не учитывающих спин-орбитального расщепления.

В работе Таулесса с сотрудниками [1] было получено аналитическое выражение, позволяющее рассчитать холловский кондактанс газа невзаимодействующих двумерных электронов в периодическом потенциале. В частности, было показано, что в подобных системах холловский кондактанс, измеренный в единицах  $e^2/h$ , имеет целочисленное значение, когда уровень Ферми находится между магнитными под-

зонами. Этот результат имеет топологическую природу [5] и не зависит от вида периодического потенциала.

Теоретические исследования магнитотранспорта в 2D электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием показывают, что в сильных магнитных полях, когда наблюдается целочисленный квантовый эффект Холла, при достаточно большой константе спин-орбитального (СО) взаимодействия в холловском сопротивлении образуются новые плато [6], и происходит расщепление SdH пика  $\rho_{xx}$  [7].

В работе [8] была решена проблема Харпера-Ховштадтера для двумерных электронных систем с СО взаимодействием Рашбы, помещенных в периодический потенциал и перпендикулярное магнитное поле. Здесь аналитически и численно исследованы магнитные блоховские состояния 2D электронов в присутствии СО взаимодействия и зеемановского расщепления. Также было получено распределение спиновой плотности в элементарной ячейке и вычислены средние значения проекций спина в квантовых состояниях, определяемых квазиимпульсом электрона.

В данной работе исследуется транспортная проблема, а именно, квантовый эффект Холла в двумерном электронном газе с СО взаимодействием Дрес-

<sup>1)</sup>e-mail: perov@phys.unn.ru

сельхауза в присутствии периодического электростатического поля сверхрешетки и постоянного однородного магнитного поля, перпендикулярного к плоскости 2D газа. Расчеты квантовых состояний носителей проводились нами для двух полупроводниковых структур как со слабым, так и достаточно сильным СО взаимодействием с учетом эффекта Зеемана. Было установлено, что правила квантования холловского кондактанса зависят от геометрических параметров структуры (при фиксированном значении числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку) и изменяются, когда соседние магнитные подзоны в спектре касаются друг друга. Как будет показано далее, в системах со слабым СО взаимодействием, когда спин-орбитальное и зеемановское расщепления меньше, чем расщепление уровней Ландау, обусловленное действием периодического потенциала, имеет место вложенная структура спектра магнитных подзон, причем для всех значений квазиимпульса электрона вырождение в спектре отсутствует. Было установлено, что при уменьшении периода сверхрешетки закон квантования холловского кондактанса магнитных подзон изменяется в тот момент, когда соседние подзоны касаются друг друга. В структурах, где СО и зеемановское расщепления уровней Ландау превосходят по величине расщепление за счет действия на электрон периодического потенциала, нами было установлено новое правило квантования холловского кондактанса полностью заполненных магнитных подзон, отличающееся от случая бесспиновых частиц [1].

Все вычисления в данной работе производились в модели, не учитывающей наличие потенциала беспорядка. Мы предполагаем, что, так же как и в отсутствие спин-орбитального взаимодействия, наличие беспорядка приводит к возрастанию числа локализованных квантовых состояний. Таким образом, делокализованные состояния соседних уровней Ландау отделены по энергии локализованными состояниями, и плато холловского кондактанса имеют место независимо от наличия СО расщепления. Как было отмечено авторами работы [9], аргументы Лафлина [10] остаются справедливыми и для систем со спин-орбитальным взаимодействием, так что холловский кондактанс каждого полностью заполненного уровня Ландау равен  $e^2/h$ .

Данная статья организована следующим образом. Первая часть посвящена расчетам энергетического спектра и спинорных блоховских волновых функций электрона в двух реальных полупроводниковых структурах с поверхностной сверхрешеткой, помещенных в однородное перпендикулярное магнитное

поле. Рассчитано положение магнитных подзон Ландау в зависимости от величины магнитного поля, а также законы дисперсии в магнитных подзонах при числе квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки равном трем. Во второй части анализируется структура кривизны Берри магнитных подзон в магнитной зоне Бриллюэна и обсуждаются результаты численных расчетов правил квантования холловского кондактанса газа электронов в случаях слабого и сильного СО взаимодействия.

В рамках предлагаемой модели гамильтониан электрона, совершающего квантовомеханическое движение в двоякопериодическом электростатическом поле поверхностной сверхрешетки и постоянном магнитном поле с учетом СО взаимодействия Дрессельхауза и зеемановского расщепления, имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + V(x, y). \quad (1)$$

В выражении (1) функция  $V(x, y) = V_0 \left[ \cos(2\pi x/a) + \cos(2\pi y/a) \right]$  моделирует периодический потенциал сверхрешетки с периодом  $a$ . В качестве “нулевого” гамильтониана  $\hat{H}_0$  выбран гамильтониан электрона в магнитном поле с учетом зеемановского сдвига и спин-орбитального взаимодействия Дрессельхауза:

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m^*} (\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A}/c)^2 + \hat{H}_D - g\mu_B H \hat{\sigma}_z,$$

$$\hat{H}_D = \frac{\beta}{\hbar} [\hat{\sigma}_x \hat{p}_x - \hat{\sigma}_y (\hat{p}_y - eA_y/c)].$$

Здесь  $\hat{p}_{x,y}$  – проекции оператора импульса  $\hat{\mathbf{p}}$ ,  $m^*$  – эффективная масса электрона,  $\hat{\sigma}_i$  ( $i = x, y, z$ ) – матрицы Паули,  $\beta$  – параметр СО взаимодействия,  $\mu_B$  – магнетон Бора. Векторный потенциал постоянного магнитного поля выбран нами в калибровке Ландау  $\mathbf{A}_0 = (0, H \cdot x, 0)$ . Структура квантовых состояний рассматриваемой системы зависит от параметра  $\Theta = \Phi/\Phi_0 = |e|Ha^2/2\pi\hbar c$  – числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки ( $\Phi_0$  – квант магнитного потока).

В представлении гамильтониана  $\hat{H}_0$  при рациональном значении параметра  $\Theta = p/q$  ( $p$  и  $q$  – взаимно простые числа) собственная функция гамильтониана (1), определяющая состояние электрона в  $\mu$ -й магнитной подзоне при заданном значении квазиимпульса, представляет собой двухкомпонентный спинор:

$$\Psi_{\mathbf{k},\mu}(x, y) = \begin{pmatrix} \Psi_{1\mathbf{k},\mu}(x, y) \\ \Psi_{2\mathbf{k},\mu}(x, y) \end{pmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{l=-L/2}^{L/2} \sum_{n=1}^p e^{ik_x(lqa+nqa/p)} e^{2\pi iy(lp+n)/a} \times \\
&\times \left[ \sum_{S=1}^{\infty} A_{S_n}^{\mu}(\mathbf{k}) \Psi_{S_n \mathbf{k}}^{+}(x, y) + B_{S_n}^{\mu}(\mathbf{k}) \Psi_{S_n \mathbf{k}}^{-}(x, y) + \right. \\
&\quad \left. + B_{0n}^{\mu}(\mathbf{k}) \Psi_{0n \mathbf{k}}^{-} \right]. \quad (2)
\end{aligned}$$

Нормированные базисные спиноры

$$\begin{aligned}
\Psi_{0n \mathbf{k}}^{(-)}(x, y) &= \exp ik_y y \begin{pmatrix} \phi_0[\xi_{ln}] \\ 0 \end{pmatrix}, \\
\Psi_{S_n \mathbf{k}}^{(+)}(x, y) &= \frac{\exp ik_y y}{\sqrt{1 + |D_S|^2}} \begin{pmatrix} D_S \phi_S[\xi_{ln}] \\ \phi_{S-1}[\xi_{ln}] \end{pmatrix}, \\
\Psi_{S_n \mathbf{k}}^{(-)}(x, y) &= \frac{\exp ik_y y}{\sqrt{1 + |D_S|^2}} \begin{pmatrix} \phi_S[\xi_{ln}] \\ D_S \phi_{S-1}[\xi_{ln}] \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

есть собственные функции гамильтониана  $\hat{H}_0$ , отвечающие его собственным значениям  $E_S^{\pm} = \hbar\omega_c S \mp \sqrt{(E_0^-)^2 + 2S\beta^2/l_H^2}$  ( $S = 1, 2, 3, \dots$ ). Здесь  $D_S = (-i\sqrt{2S}\beta/l_H)/(E_0^- + \sqrt{(E_0^-)^2 + 2S\beta^2/l_H^2})$ ,  $\phi_S[\xi]$  – собственные функции гармонического осциллятора,  $l_H = \sqrt{c\hbar/|e|H}$  – магнитная длина,  $E_0^- = \hbar\omega_c/2 - g\mu_B H$  – энергия состояния электрона при  $S=0$  в отсутствие поля сверхрешетки,  $\omega_c = |e|H/m^*c$  – циклотронная частота,  $\xi_{ln} = (x - x_0 - lqa - nqa/p)/l_H$ ,  $x_0 = c\hbar k_y/|e|H$ .

Поскольку спинорная волновая функция (2) одновременно является собственной функцией гамильтониана (1) и оператора магнитной трансляции, она обязана удовлетворять обобщенным периодическим условиям Блоха в магнитном поле (условиям Пайерлса):

$$\begin{aligned}
\Psi_{\mathbf{k}, \mu}(x + qa, y + a) &= \\
&= \Psi_{\mathbf{k}, \mu}(x, y) \exp(ik_x qa) \exp(ik_y a) \exp(2\pi iy/a).
\end{aligned}$$

Квазиимпульс электрона  $\mathbf{k}$  определен в магнитной зоне Бриллюэна (МЗБ)

$$-\pi/qa \leq k_x \leq \pi/qa, \quad -\pi/a \leq k_y \leq \pi/a.$$

Подстановка волновой функции (2) в стационарное уравнение Шредингера с гамильтонианом (1) приводит к необходимости решения бесконечной системы линейных алгебраических уравнений для коэффициентов  $A_{S_n}^{\mu}(\mathbf{k})$  и  $B_{S_n}^{\mu}(\mathbf{k})$ . В случае, когда амплитуда периодического потенциала  $V_0$  есть величина порядка энергии спин-орбитального расщепления и имеет

место неравенство  $\Delta E_{SO} \simeq V_0 \leq \hbar\omega_c$ , система уравнений сводится к системе бесконечного числа несвязанных между собой групп  $2p$ -уравнений. Каждая такая группа описывает магнитные блоховские состояния электрона в  $2p$ -магнитных подзонах, отвечающих при фиксированном значении числа  $S$  энергиям  $E_S^+$  и  $E_S^-$  отдельного уровня Ландау, расщепленного вследствие эффекта Зеемана и СО взаимодействия. Спин-орбитальное взаимодействие перемешивает состояния чистых уровней Ландау, а действие на электрон периодического поля сверхрешетки снимает вырождение состояний по центру орбиты в магнитном поле. В результате каждый расщепленный по спину уровень Ландау при рациональном  $\Theta$  расщепляется полем сверхрешетки на  $2p$  магнитных подзон  $E_{\mu}(\mathbf{k})$  ( $\mu = 1, 2, \dots, 2p$ ).

Расчеты квантовых состояний проводились нами для двух полупроводниковых структур с различной величиной СО взаимодействия. Одной из рассмотренных систем является 2D электронный газ в гетеропереходе с периодическим потенциалом сверхрешетки в структуре AlGaAs/GaAs. Данная структура характеризуется малой величиной константы СО взаимодействия и малым  $g$ -фактором. Параметры другой системы соответствуют гетероструктуре GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As, где константа СО расщепления и  $g$ -фактор имеют достаточно большие значения.

Нами были рассчитаны положения магнитных подзон для различных рациональных значений  $\Theta = p/q$ , а также законы дисперсии  $E_{\mu}(\mathbf{k})$  в магнитной зоне Бриллюэна. На рис.1 показана зависимость положения магнитных подзон электрона от величины напряженности внешнего магнитного поля, пропорциональной числу квантов магнитного потока  $p/q$ . В первом случае (рис.1a) система представляет собой 2D электронный газ в гетеропереходе AlGaAs/GaAs с поверхностной сверхрешеткой с периодом  $a = 80$  нм и амплитудой периодического потенциала  $V_0 = 1$  мэВ. Данная структура в расчетах характеризуется малым значением константы СО взаимодействия Дрессельхауза  $\beta = 1.0 \cdot 10^{-12}$  эВ м и относительно малым значением  $g$ -фактора Ландэ  $g = -0.44$ . Эффективная масса электрона в структуре AlGaAs/GaAs была выбрана равной  $m^* = 0.067m_0$ .

Параметры другой системы (рис.1b) соответствуют гетероструктуре GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As, где константа Дрессельхауза и  $g$ -фактор достигают значений  $\beta = 1.0 \cdot 10^{-11}$  эВ м и  $g = -4.0$ , соответственно. Эффективная масса электрона в In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As выбрана равной  $m^* = 0.05m_0$ . Стрелками отмечены магнитные подзоны при  $p/q = 3/1$ , в которых были рассчитаны законы дисперсии, и вычислен холловск-

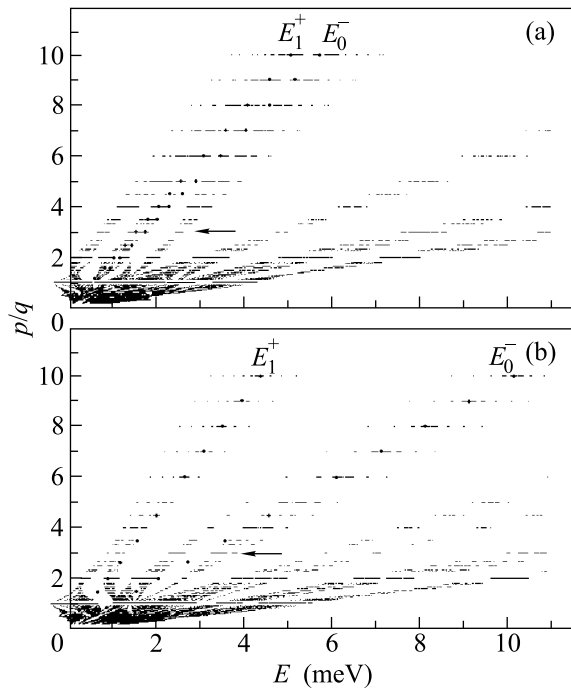


Рис.1. Зависимость положения магнитных подзон от величины магнитного поля, пропорциональной числу квантов потока через элементарную ячейку сверхрешетки: (а) для электронов в структуре AlGaAs/GaAs:  $m^* = 0.067m_0$ ,  $V_0 = 1$  мэВ,  $a = 80$  нм,  $\beta = 1.0 \cdot 10^{-12}$  эВ·м,  $g = -0.44$ ; (б) для электронов в структуре GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As:  $m^* = 0.067m_0$ ,  $V_0 = 1$  мэВ,  $a = 80$  нм,  $\beta = 1.0 \cdot 10^{-11}$  эВ·м,  $g = -4.0$ . Стрелками отмечены шесть магнитных подзон при  $p/q = 3/1$ , в которых рассчитаны законы дисперсии

кий кондактанс. Точками большего размера отмечено положение уровней энергии  $E_0^-$  и  $E_1^+$  в отсутствие периодического потенциала сверхрешетки.

Законы дисперсии  $E_\mu(\mathbf{k})$  в магнитной зоне Бриллюэна при трех квантах магнитного потока через элементарную ячейку сверхрешетки в структурах AlGaAs/GaAs и GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As показаны на рис.2а и б, соответственно. Стрелками на рис.2а обозначены положения уровня Ферми, при которых в дальнейшем нами будут рассчитаны значения холловского кондактанса полностью заполненных магнитных подзон. Здесь и в дальнейшем рассматриваются магнитные подзоны низшей пары не возмущенных полем сверхрешетки уровней  $E_0^-$  и  $E_1^+$ . Расчетные параметры систем здесь те же, что и на рис.1. Анализ результатов, представленных на рис.1а и рис.2а, позволяет утверждать, что уровни при  $p/q = 3/1$  расщепляются на шесть магнитных подзон вследствие действия на электрон периодического поля сверхрешетки. Заметим, что расщепление, обусловленное СО взаимодействием и эффектом Зе-

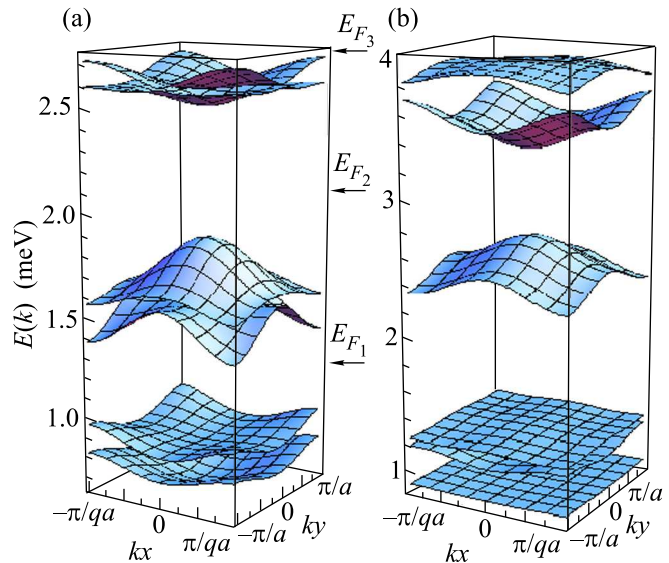


Рис.2. Законы дисперсии электрона в магнитных подзонах при  $p/q = 3/1$ : (а) три пары магнитных подзон для структуры AlGaAs/GaAs, из которых две (вторая и третья снизу) имеют вложенную структуру; б) шесть магнитных подзон электрона в структуре GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As. Стрелками обозначены положения уровня Ферми, при которых полностью заполнены низшая пара магнитных подзон ( $E_{F1}$ ), вторая ( $E_{F2}$ ) и третья ( $E_{F3}$ ) пары вложенных подзон. Расчетные параметры те же, что и на рис.1а,б

емана, здесь достаточно мало из-за малых значений константы Дрессельхауза и  $g$ -фактора в GaAs. Таким образом, вырождение состояний электрона по спину снимается, и формируются три пары магнитных подзон, из которых две (вторая и третья снизу) имеют вложенную структуру (см рис.2а). В результате, на рис.1а эти шесть подзон видны как четыре подзоны. Также в работе были рассчитаны энергии в шести магнитных подзонах ( $p/q = 3/1$ ) для системы AlGaAs/GaAs с периодом сверхрешетки  $a < 80$  нм. Было установлено, что с уменьшением периода сверхрешетки при выбранном значении числа квантов магнитного потока через элементарную ячейку вложенная структура магнитных подзон исчезает. Так, при значении периода решетки  $a = 35$  нм третья и четвертая подзоны касаются друг друга, и при дальнейшем уменьшении периода все подзоны становятся разделенными между собой энергетическими щелями. Как будет показано далее, такая перестройка энергетического спектра приводит к изменению закона квантования холловского кондактанса полностью заполненных подзон Ландау.

В структуре GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As все шесть магнитных подзон при  $p/q = 3/1$  отделены друг от друга энергетическими щелями вследствие сильного СО

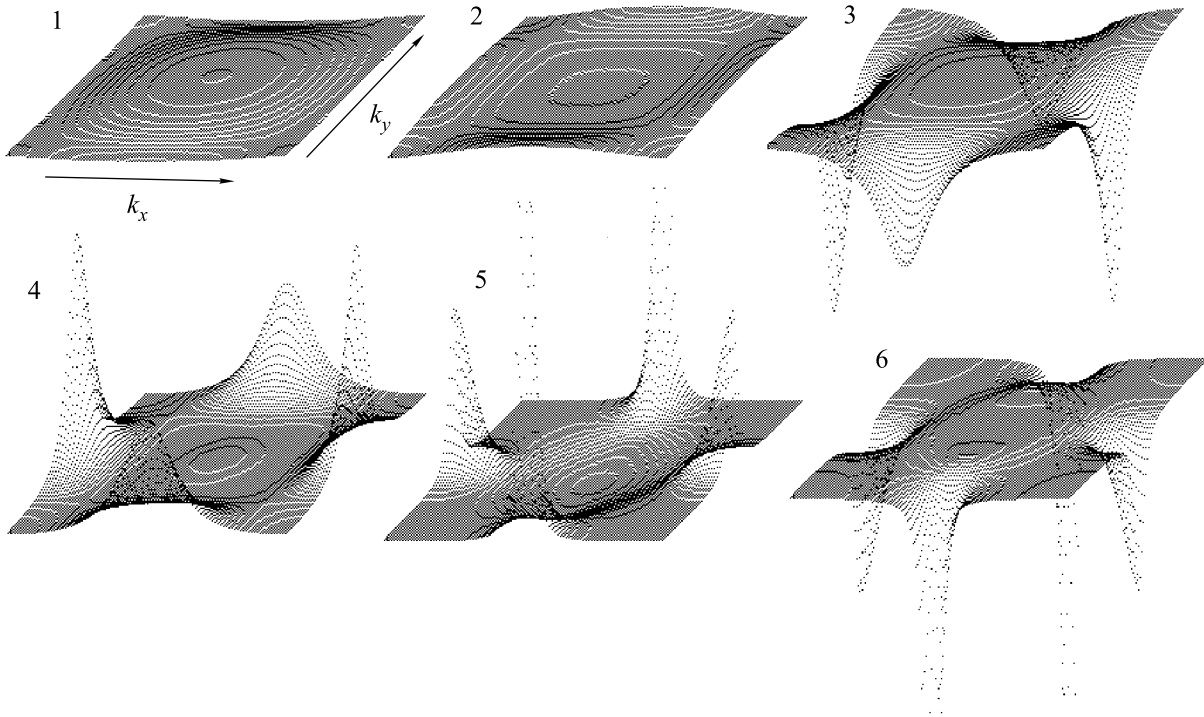


Рис.3. Кривизна Берри  $\Omega_\mu(\mathbf{k})$  магнитных подзон электрона в структуре AlGaAs/GaAs с параметрами:  $m^* = 0.067m_0$ ,  $V_0 = 1$  мэВ,  $a = 80$  нм,  $\beta = 1.0 \cdot 10^{-12}$  эВ·м,  $g = -0.44$ . Цифрами отмечены номера магнитных подзон

взаимодействия и зеемановского расщепления невозмущенных дискретных уровней  $E_0^-$  и  $E_1^+$ . Наличие таких небольших энергетических щелей в спектре приводит к особому виду кривизны Берри, которая определяет закон квантования холловского контактанса полностью заполненных магнитных подзон.

Квантовый эффект Холла в двумерных периодических структурах имеет топологическую природу. Нами было изучено влияние спин-орбитального расщепления на топологические инварианты (первые числа Черна) магнитных подзон, определяющие их холловский контактанс. В случае, когда к системе приложено слабое электрическое поле, результирующий ток носителей, направленный перпендикулярно приложенному электрическому полю, может быть рассчитан исходя из формулы Кубо. При этом выражение для величины холловского контактанса принимает вид

$$\sigma_{xy} = -ie^2\hbar \sum_{E_\nu(\mathbf{k}) < E_F < E_\mu(\mathbf{k})} \times \frac{(v_y)_{\nu\mathbf{k},\mu\mathbf{k}}(v_x)_{\mu\mathbf{k},\nu\mathbf{k}} - (v_x)_{\nu\mathbf{k},\mu\mathbf{k}}(v_y)_{\mu\mathbf{k},\nu\mathbf{k}}}{[E_\nu(\mathbf{k}) - E_\mu(\mathbf{k})]^2}, \quad (3)$$

где суммирование производится по всем состояниям, лежащим ниже и выше уровня Ферми  $E_F$ . Индексы  $\nu$  и  $\mu$  нумеруют магнитные подзоны. С учетом СО

взаимодействия оператор скорости в проекции на оси  $x$  и  $y$  определяется выражениями

$$v_x = \frac{\partial H}{\partial p_x} = \begin{pmatrix} -i\hbar\nabla_x/m^* & \beta/\hbar \\ \beta/\hbar & -i\hbar\nabla_x/m^* \end{pmatrix}, \quad (4a)$$

$$v_y = \frac{\partial H}{\partial p_y} = \begin{pmatrix} -i\hbar\nabla_y/m^* - \omega_c x & i\beta/\hbar \\ -i\beta/\hbar & -i\hbar\nabla_y/m^* - \omega_c x \end{pmatrix}. \quad (4b)$$

С учетом выражения (3) холловский контактанс полностью заполненной  $\mu$ -й магнитной подзоны может быть записан в следующей форме:

$$\sigma_{xy}^\mu = \frac{e^2}{2\pi\hbar} \int \Omega_\mu(\mathbf{k}) d^2\mathbf{k} = \frac{e^2}{\hbar} \int [-l_H^2 + \Omega_\mu^{(1)}(\mathbf{k})] d^2\mathbf{k}. \quad (5)$$

Интегрирование здесь производится по полностью заполненным состояниям электрона в магнитной зоне Бриллюэна, а функция  $\Omega_\mu(\mathbf{k})$  есть  $z$ -компонента кривизны Берри, интеграл от которой по замкнутому контуру  $C$  в  $\mathbf{k}$ -пространстве представляет собой фазу Берри  $\gamma_\mu(C)$ . Кривизна Берри  $\Omega_\mu(\mathbf{k})$  определяется выражением [11]

$$\Omega_\mu(\mathbf{k}) = i \left( \left\langle \frac{\partial u_{\mathbf{k},\mu}}{\partial k_x} \frac{\partial u_{\mathbf{k},\mu}^*}{\partial k_y} \right\rangle - \text{c.c.} \right). \quad (6)$$

В нашем случае функция  $u_{\mathbf{k},\mu}(x, y)$  есть периодическая часть спиновой магнитной блоховской функции (2):  $u_{\mathbf{k},\mu}(x, y) = \Psi_{\mathbf{k},\mu}(x, y) \times \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r})$ . Первый член в квадратных скобках в выражении (5) определяет “идеальный” холловский кондактанс одной магнитной подзоны, равный  $e^2/ph$ . В то же время [10], каждая полностью заполненная магнитная подзона дает вклад в холловский кондактанс на целую величину, кратную  $e^2/h$ . В результате интеграл от  $\Omega_{\mu}(\mathbf{k})$  по магнитной зоне Бриллюэна, деленный на  $2\pi$ , всегда целое число, называемое топологическим числом Черна.

В представлении гамильтониана  $\hat{H}_0$  становится возможным получить следующее выражение для величины  $\Omega_{\mu}^{(1)}(\mathbf{k})$ :

$$\Omega_{\mu}^{(1)}(\mathbf{k}) = i \sum_{\mu \neq \nu} \left[ \frac{\sum_{mm'} d_m^{\mu*}(\mathbf{k}) d_{m'}^{\nu}(\mathbf{k}) \frac{\partial H_{mm'}}{\partial k_x}}{E_{\mu}(\mathbf{k}) - E_{\nu}(\mathbf{k})} \times \right. \\ \left. \times \frac{\sum_{ll'} d_l^{\nu*}(\mathbf{k}) d_{l'}^{\mu}(\mathbf{k}) \frac{\partial H_{ll'}}{\partial k_y}}{E_{\mu}(\mathbf{k}) - E_{\nu}(\mathbf{k})} - \text{с.с.} \right]. \quad (7)$$

Здесь  $H_{mm'}$  – матричные элементы гамильтониана (1),  $d_m(\mathbf{k})$  – его собственные векторы ( $m, m' = 1, \dots, 2p$ ), связанные с коэффициентами  $A_{Sn}(\mathbf{k})$  и  $B_{Sn}(\mathbf{k})$  в выражении (2).

Результаты расчетов функций  $\Omega_{\mu}(\mathbf{k})$  в различных магнитных подзонах представлены на рис.3 для структуры AlGaAs/GaAs. Расчетные параметры указаны в подписи к рисунку. Из сравнения данных, приведенных на рис.2а и рис.3, следует, что максимум модуля функций  $\Omega_{\mu}(\mathbf{k})$  в  $\mathbf{k}$ -пространстве реализуется в тех точках МЗБ, где энергетические щели, разделяющие подзоны, наименьшие.

Распределения значений холловского кондактанса 2D электронного газа по магнитным подзонам в зависимости от положения уровня Ферми представлены на рис.4а и б для структур AlGaAs/GaAs и GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As, соответственно. Здесь число квантов магнитного потока через элементарную ячейку решетки выбрано равным трем. Расчетные параметры здесь те же, что и на рис.1а,б. В системах со слабым спин-орбитальным взаимодействием (рис.1а, рис.2а), где СО и зеемановский вклады в расщепление уровня Ландау меньше величины расщепления, обусловленного действием периодического поля сверхрешетки, квант холловского тока несущая низшая подзона и третья пара вложенных друг в друга магнитных подзон (рис.4а). С уменьшением периода сверхрешетки при фиксированном числе квантов магнитного потока через ее элементарную ячейку закон квантования холловского кондактанса сущест-

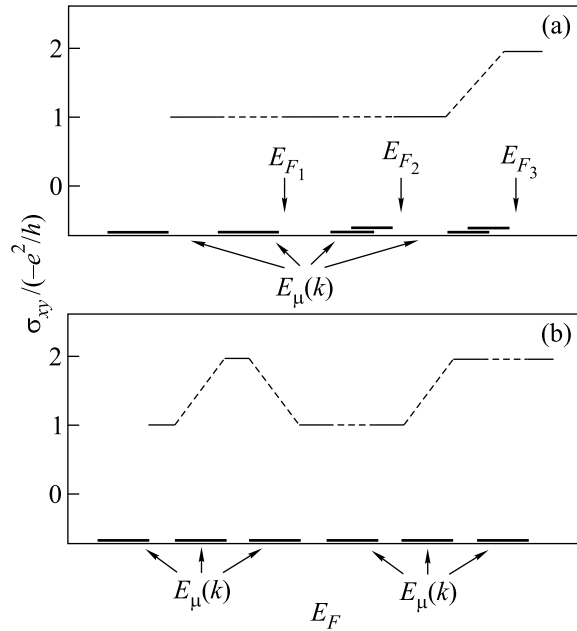


Рис.4. Закон квантования холловского кондактанса 2D электронного газа в шести полностью заполненных магнитных подзонах при  $p/q = 3/1$ : (а) в структуре AlGaAs/GaAs; (б) в структуре GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As

венно изменяется. При критическом значении периода  $a = 35$  нм третья и четвертая магнитные подзоны мгновенно касаются друг друга в некоторой точке магнитной зоны Бриллюэна. При этом изменяются как вид законов дисперсии электрона  $E_{\mu}(\mathbf{k})$ , так и форма кривизны Берри  $\Omega_{\mu}(\mathbf{k})$  магнитных подзон. В результате топологические инварианты (первые числа Черна) подзон электронного спектра, определяющие их холловский кондактанс, также мгновенно меняют свои значения. В решеточной структуре AlGaAs/GaAs при  $p/q = 3/1$ ,  $a = 35$  нм,  $V_0 = 1$  мэВ,  $g = -0.44$ , и  $\beta = 10^{-12}$  эВ·м нами было установлено новое правило квантования холловского кондактанса по магнитным подзонам в единицах  $(-e^2/h)$ : 1, 1, -1, 0, 1, 0. Таким образом, даже в системах со слабым спин-орбитальным взаимодействием при определенных геометрических параметрах сверхрешетки возможна реализация качественно новых законов квантования холловского кондактанса двумерного электронного газа, обусловленная изменением топологических характеристик квантовых состояний носителей. В случае, когда спин-орбитальное и зеемановское расщепления сравнимы с характерной энергией Ландау (структура GaAs/In<sub>0.23</sub>Ga<sub>0.77</sub>As), распределение холловского кондактанса по магнитным подзонам в единицах  $(-e^2/h)$  определяется последовательностью чисел: 1, 1, -1, 0, 1, 0 (см. рис.4б).

Холловский ток здесь несут первая, вторая, третья и пятая магнитные подзоны.

Таким образом, в данной работе с учетом спин-орбитального взаимодействия и зеемановского расщепления рассчитаны квантовые состояния электронов в двумерных полупроводниковых сверхрешетках, помещенных в перпендикулярное магнитное поле. Установлены новые правила квантования холловского кондактанса двумерного электронного газа в рассматриваемой системе, обусловленные наличием спина электронов. Расчеты распределений холловского кондактанса проведены для случая полного заполнения носителями магнитных подзон. Показано, что распределения холловского кондактанса носителей по магнитным подзонам могут существенно отличаться от рассчитанных ранее законов его квантования в моделях бесспиновых частиц.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 06-02-16561) и Министерства образования и науки РФ (грант ФЦП "Развитие научного потенциала высшей школы 2006–2008 г.г." РНП.2.1.1.2363).

1. D. J. Thouless, M. Kohmoto, M. P. Nightingale, and M. den Nijs, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 405 (1982).
2. T. Schlosser, K. Ensslin, J. P. Kotthaus, and M. Holland, *Semicond. Sci. Technol.* **11**, 1582 (1996).
3. C. Albrecht, J. H. Smet, K. von Klitzing et al., *Phys. Rev. Lett.* **86**, 147 (2001); M. C. Geisler, J. H. Smet, V. Umansky et al., *ibid.* **92**, 256801 (2004).
4. M. C. Geisler, *Conference Workbook of the 15th International Conference on Electronic Properties of Two-Dimensional Systems*, Nara, Japan, 2003 (unpublished), p. 149.
5. H. A. Усов, *ЖЭТФ* **94**, 305 (1988).
6. V. Ya. Demikhovskii and A. A. Perov, *Phys. Rev. B* **75**, 205307 (2007).
7. X. F. Wang and P. Vasilopoulos, *Phys. Rev. B* **67**, 085313 (2003).
8. V. Ya. Demikhovskii and A. A. Perov, *Europhys. Lett.* **76**, 477 (2006).
9. Shun-Qing Shen, Michael Ma, X. C. Xie, and Fu Chun Zhang, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 256603 (2004).
10. R. B. Laughlin, *Phys. Rev. B* **23**, 5632 (1981).
11. Ming-Che Chang and Qian Niu, *Phys. Rev. B* **53**, 7010 (1996).