

Неустойчивость потенциальных струйных течений

В. П. Гончаров¹⁾

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, 109017 Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 марта 2009 г.

Сформулирована гамильтоновская версия контурной динамики для модели потенциального струйного течения однородной несжимаемой жидкости со свободной поверхностью. В рамках этой модели изучены режимы неустойчивости. Показано, что на роль доминирующих структур претендуют автомодельные решения с компактным носителем. Исследование механизма неустойчивости показало возможность двух сценариев коллапса. Первый происходит без деформации формы и приводит к интенсификации вихревой пелены по закону $(t_0 - t)^{-1}$, где t_0 – время коллапса, второй приводит к формированию особенности для формы поверхности и ослаблению интенсивности вихревой пелены по законам $(t_0 - t)^{-1/5}$ и $(t_0 - t)^{1/5}$, соответственно. Установлен интегральный критерий коллапса.

PACS: 05.45.Yv, 47.10.+g, 47.15.Ki, 47.32.Cd

1. Введение. Задача о струйных движениях тесно связана с неустойчивостью Рэля–Гэйлора и вызывает большой интерес в связи с приложениями в гео- и астрофизике, а также в физике высоких плотностей энергий [1, 2]. Гидродинамические объекты подобного рода возникают как результат проваливания тяжелой жидкости в легкую и являются важными структурными элементами процесса вертикального перемешивания в слоистых и многофазных средах.

Как и для любой другой неустойчивой нелинейной системы, принципиальным является вопрос о возможных финальных режимах, на которые выходит струйное течение в зависимости от начальных данных (интегралов движения). Данная работа вызвана тем, что полученный в работе [3] ответ на этот вопрос оказался не полным, поскольку рассматривались лишь те режимы неустойчивости, которые приводят к интенсификации вихревой пелены. Режимы, которые приводят к формированию особенностей формы поверхности, оказались за рамками цитируемой работы. Хотя на момент написания работы [3] авторы располагали результатами численных экспериментов, указывающими на возможность такого сценария развития неустойчивости, подтвердить подлинность и получить критерий его реализации исключительно численными методами оказалось весьма затруднительно.

Таким образом, цель данной работы – восполнить некоторые пробелы в изучении финальных стадий развития неустойчивости струйных течений.

2. Гамильтоновская версия модели для потенциального струйного течения со свободной границей. В отличие от работы [3], где модель осесимметричного струйного течения рассматривалась в предположении постоянной завихренности и отсутствия силы тяжести, здесь мы рассмотрим аналогичную, но более простую модель, полагая, что течение потенциально и находится под влиянием ориентированной вдоль оси струи силы тяжести с постоянным ускорением g (см. рис.1).

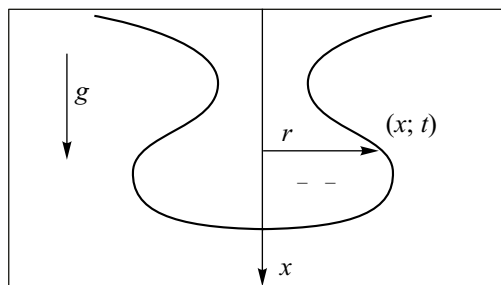


Рис.1. Схема осесимметричного течения в поле тяжести g . По обе стороны контактной границы $\eta(x, t)$ плотность и завихренность принимают значения ρ^\pm и ω^\pm

Естественной системой координат для изучения динамики контактной границы (контура), по обе стороны которой плотность и завихренность принимают разные, но постоянные значения, в осесимметричных течениях являются цилиндрические координаты: радиальная r и осевая x . Для таких течений форма контура $r = \eta(x, t)$ и $\mu(x, t)$ – скачок тангенциальной компоненты импульса на нем являются как раз теми переменными [3, 4], в терминах которых формулируются гамильтоновская версия уравнений движения

¹⁾e-mail: v.goncharov@mtu-net.ru

контура, а соответствующие скобки Пуассона имеют вид

$$\{\eta, \eta'\} = 0, \quad (1)$$

$$\eta\{\eta, \mu'\} = -\partial_x \delta(x - x'), \quad (2)$$

$$\{\mu, \mu'\} = -\nu \partial_x \delta(x - x'). \quad (3)$$

Здесь $\nu = \varrho^+ \omega^+ - \varrho^- \omega^-$ – постоянная характеристика контура, а ϱ^\pm и ω^\pm – соответственно постоянные значения, которые плотность и завихренность принимают по обе стороны контура. Кроме того, обозначение $\delta = \delta(x - x')$ подразумевает дельта-функцию Дирака, ∂_x – оператор дифференцирования.

Так как для потенциальных течений $\nu = 0$, с помощью замены

$$q = \eta^2/2$$

скобки (1)–(3) приводятся к скобкам

$$\{q, q'\} = \{\mu, \mu'\} = 0, \quad \{q, \mu'\} = -\partial_x \delta(x - x'). \quad (4)$$

Полученные скобки соответствуют уравнениям движения

$$\partial_t q = -\partial_x \frac{\delta H}{\delta \mu}, \quad \partial_t \mu = -\partial_x \frac{\delta H}{\delta q}.$$

Дальнейшая процедура заключается в том, что выразить гамильтониан H в терминах переменных q, μ , и осуществляется с помощью краевой задачи [3, 4]. Для рассматриваемых здесь потенциальных струйных течений несжимаемой жидкости единичной плотности ($\varrho^- = 1$) со свободной границей ($\varrho^+ = 0$) такая задача формулируется в терминах функции тока Стокса ψ , и для данной модели выглядит следующим образом:

$$(\partial_x r^{-1} \partial_x + \partial_r r^{-1} \partial_r) \psi = 0, \quad (5)$$

$$(\eta_x \partial_x - \partial_r) \psi|_{r=\eta} = \eta \mu. \quad (6)$$

Учитывая “калибровку” $\psi|_{r=0} = 0$ на оси, общее решение краевой задачи (5), (6) будем искать в виде

$$\psi = r I_1(r\Gamma) A, \quad (7)$$

где $A(x, t)$ – некоторая функция, $I_1(z)$ – модифицированная функция Бесселя первого порядка, Γ – оператор, который определяется соотношением $\Gamma = \partial_x \hat{H}$, а \hat{H} – так называемое преобразование Гильберта:

$$\hat{H} f(x) = \frac{1}{\pi} \int \frac{f(x')}{x - x'} dx', \quad \hat{H}^2 = -1.$$

Подстановка (7) в краевое условие (6) приводит к уравнению

$$\partial_x I_0(\eta\Gamma) \hat{H} A = -\mu, \quad (8)$$

решение которого относительно A находится разложением упорядоченного псевдодифференциального оператора $I_0(\eta\Gamma)$ в ряд теории возмущений по степеням $\eta\Gamma$.

Ограничиваясь членами второго порядка по производной ∂_x , из уравнения (8) легко найти приближенное решение

$$\Gamma A = - \left(1 + \frac{1}{4} \partial_x \eta^2 \partial_x \right) \mu. \quad (9)$$

Гамильтониан H вычислим, исходя из интеграла полной энергии

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \int dx \int_0^\eta r^{-1} (\psi_r^2 + \psi_x^2 - 2gx) dr = \\ &= -\frac{1}{2} \int (\mu \eta I_1(\eta\Gamma) A + gx \eta^2) dx, \end{aligned} \quad (10)$$

с точностью до линейных членов по q и μ , не влияющих на уравнения движения. Отметим, что по этой причине, в отличие от E , гамильтониан H может быть величиной любого знака в зависимости от начальных данных.

Подставляя (9) в (10), находим гамильтониан

$$H = \frac{1}{2} \int \left(q \mu^2 - \frac{1}{4} q^2 \mu_x^2 - 2gqx \right) dx. \quad (11)$$

Неоднородный член, обусловленный действием силы тяжести, можно исключить. С этой целью перейдем в систему координат, движущуюся вдоль оси x с ускорением g , что равносильно преобразованию $x \rightarrow x - gt^2/2$, и, кроме того, сделаем замену

$$\lambda = \mu - tg.$$

Это преобразование не изменяет скобки Пуассона, но, поскольку зависит явно от времени, изменяет гамильтониан (11), исключая из него неоднородность

$$H = \frac{1}{2} \int \left(q \lambda^2 - \frac{1}{4} q^2 \lambda_x^2 \right) dx. \quad (12)$$

В итоге соответствующие уравнения движения приобретают вид

$$\partial_t q = -\partial_x \frac{\delta H}{\delta \lambda} = -\partial_x \left(q \lambda + \frac{1}{4} \partial_x (q^2 \lambda_x) \right), \quad (13)$$

$$\partial_t \lambda = -\partial_x \frac{\delta H}{\delta q} = -\partial_x \left(\frac{1}{2} \lambda^2 - \frac{1}{4} q \lambda_x^2 \right). \quad (14)$$

Кроме гамильтониана H , эти уравнения сохраняют интегралы

$$Q = \int q dx, \quad \Lambda = \int \lambda dx, \quad P = \int q \lambda dx,$$

где Q и Λ являются аннуляторами скобок (4), а P – интеграл полного импульса – сохраняется в силу трансляционной инвариантности H .

3. Стационарные решения. Рассмотрим стационарные решения $q = q(x - ct)$, $\lambda = \lambda(x - ct)$, соответствующие возмущениям, распространяющимся с постоянной скоростью c без деформации профиля вдоль оси x . После подстановки таких решений в уравнения (13), (14) и интегрирования, эти уравнения принимают вид

$$q\lambda^2 - 2cq\lambda + c_2q + c_1\lambda + c_3 = 0, \quad (15)$$

$$\lambda^2 - 2c\lambda - \frac{1}{2}q\lambda_x^2 + c_2 = 0, \quad (16)$$

где c_1, c_2, c_3 – константы интегрирования.

Ограничимся решениями, которые заданы на компактном носителе и имеют конечный радиальный размер $0 \leq \eta \leq a$. Для уравнений (15), (16) соответствующий класс решений реализуется при выборе параметров

$$c_1 = a^2(c - b), \quad c_2 = b^2, \quad c_3 = 0,$$

где b – значение λ , при котором $\eta = a$.

Поскольку величины $q, b\lambda$ всегда положительны и $|b| \geq |c|$, решение ищется в предположении, что

$$\lambda = bu^2, \quad c = b \cos 2\varphi,$$

где φ и u – параметры ($0 \leq \varphi \leq \pi/2, 0 \leq u < \infty$). В этом случае из (15), (16) легко найти

$$q = a^2 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{Im} \left(\frac{e^{2i\varphi}}{u^2 - e^{2i\varphi}} \right), \quad q^2 u_x^2 = a^2 \sin^2 \varphi,$$

откуда следует, что

$$x = a \cos^{-1} \varphi \operatorname{Im} (e^{i\varphi} \operatorname{arctg} (e^{i\varphi} u^{-1})).$$

Таким образом, решение находится в параметрическом виде и описывает возмущение, которое задано на компактном носителе $0 \leq x \leq l = a\pi/2$.

По форме это возмущение напоминает каплю (см. рис.2). Интенсивность вихревой пелены λ , которая распределена по ее поверхности, изменяется от 0 на переднем фронте $x = l$, до $\lambda = \infty$ на заднем, $x = 0$. В окрестности этой точки $\lambda \approx x^{-2}$ и соответственно $\eta \approx x$.

Вычисленные на этих решениях инварианты движения P, Q являются конечными величинами и определяются выражениями

$$P = \frac{\pi}{8} (5b - 2c) a^3, \quad Q = \frac{\pi}{8} a^3.$$

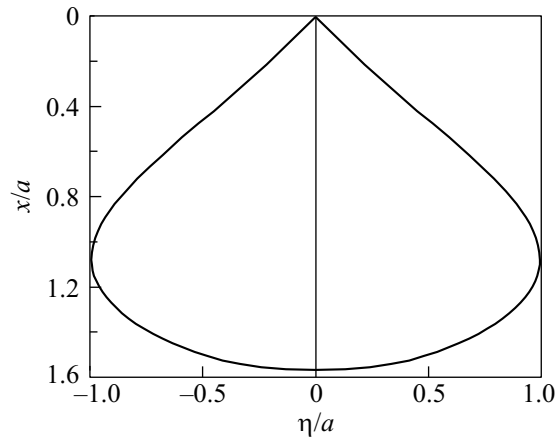


Рис.2. Стационарное решение в форме капли

Отметим, что два других интеграла движения H и Λ при этом расходятся, но так, что их линейная комбинация

$$\Pi = H + \frac{1}{4}c_1\Lambda = cP - \frac{1}{2}c_2Q$$

– так называемая “доступная энергия” – остается конечной величиной.

Отсутствие стационарных решений с конечными интегралами движения означает, что в данной модели развитие неустойчивости не может приводить начального возмущения к распаду на систему частиц-подобных возмущений, распространяющихся с постоянной скоростью. Отметим, что для равновихреных струйных течений такой процесс возможен [3, 5], что, в частности, подтверждает и численный эксперимент (см. рис.3).

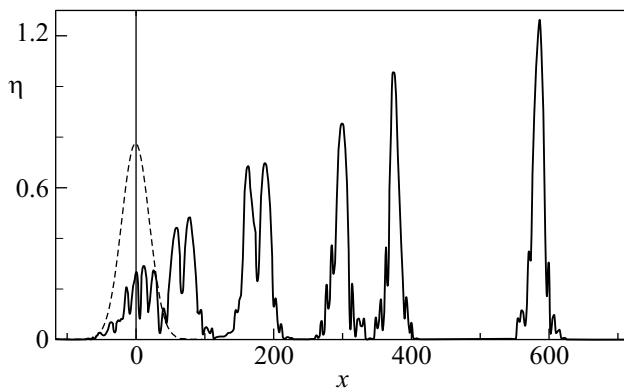


Рис.3. Дезинтеграция осесимметричного равновихренного струйного течения. Пунктирной линией отмечен начальный профиль

4. Автомодельные решения. Рассмотрим теперь автомодельные решения, которые не нарушают

закона сохранения $Q = \text{const}$ и, следовательно, предполагают, что

$$q = \beta^{-1}(t)\hat{q}(z), \quad \lambda = \alpha(t)\hat{\lambda}(z),$$

где $z = x/\beta(t)$ – автомодельная переменная, а $\beta(t)$ и $\alpha(t)$ – некоторые функции времени.

Существование таких решений накладывает ограничения на структурные функции $\hat{q}(z)$ и $\hat{\lambda}(z)$, которые, как показывает анализ, должны определяться полиномами по z второго и первого порядков, соответственно.

Учитывая это обстоятельство, в качестве решения рассмотрим анзац

$$\hat{q} = R^2 - z^2, \quad \hat{\lambda} = 2z, \quad (17)$$

где R – положительная константа. Отметим, что при $\beta > 0$ анзац описывает возмущение, сосредоточенное на компактном носителе $|z| \leq R$.

Прямая подстановка показывает, что (17) оказывается точным решением, если β и α удовлетворяют уравнениям

$$\dot{\beta} = 2\alpha(1 - \beta^{-3}), \quad \dot{\alpha} = -3\alpha^2\beta^{-4}. \quad (18)$$

Можно показать, что эти уравнения являются следствием канонических уравнений движения

$$\dot{\beta} = \frac{\partial h}{\partial \alpha}, \quad \dot{\alpha} = -\frac{\partial h}{\partial \beta},$$

описывающих систему с одной степенью свободы и гамильтонианом

$$h = \alpha^2(1 - \beta^{-3}).$$

Таким образом, анзац (17) осуществляет редукцию исходной бесконечномерной гамильтоновой системы (13), (14) на одномерную каноническую. Следует подчеркнуть, что на решениях (17), (18) все исходные инварианты движения являются конечными величинами и связаны с константами R и h соотношениями

$$P = 0, \quad \Lambda = 0, \quad Q = \frac{4}{3}R^3, \quad H = \frac{8}{15}R^5h.$$

Для классификации решений системы уравнений (18) полезно нарисовать ее фазовый портрет. Из рис. 4 видно, что все фазовое пространство делится прямой $\beta = 1$ на две области – область $0 < \beta < 1$, где $H < 0$, и область $\beta > 1$, где $H > 0$. Интегральные кривые в правой полуплоскости и левой отличаются лишь противоположной ориентацией стрелок, указывающих направление эволюции системы по времени.

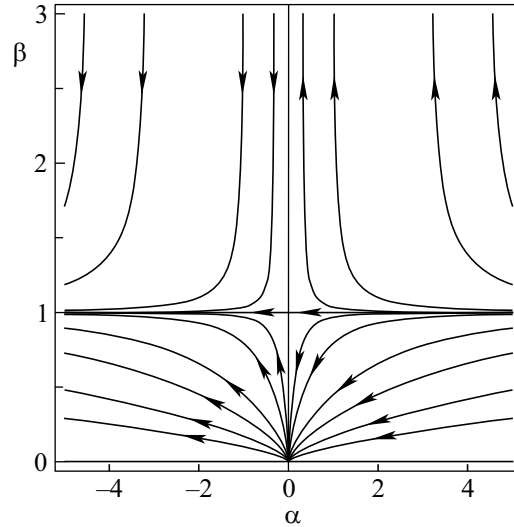


Рис. 4. Фазовый портрет системы уравнений (18)

Это свойство является следствием симметрии относительно преобразования $t \rightarrow -t$ и $\alpha \rightarrow -\alpha$, и говорит об обратимости движений в консервативных системах.

В случае $\beta = 1$, который соответствует режиму $H = 0$, из уравнений (18) для переменной α следует

$$\alpha = \frac{1}{3}(t - t_0)^{-1}.$$

Учитывая что для формы η справедливо соотношение $\eta^2 = 2q$, имеющее место в этом случае решение

$$\hat{q} = -x^2 + R^2, \quad \hat{\lambda} = -\frac{2}{3} \frac{x}{t_0 - t}$$

описывает стационарную поверхность эллипсоида, на которой интенсивность вихревой пелены распределена по линейному закону.

В области $0 < \beta < 1$, где $H < 0$, уравнения (18) допускают аналитическое решение в неявном виде:

$$|h|^{1/2}(t - t_0) = -\frac{1}{6}B\left(\beta^3, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}\right), \\ \alpha = |h|^{1/2}(\beta^{-3} - 1)^{-1/2},$$

где $B(z, n, m)$ – неполная бета-функция.

При $t \rightarrow t_0$ это решение описывает режим коллапса, в котором $\alpha, \beta \rightarrow 0$ по закону

$$\beta \sim (t_0 - t)^{2/5}, \quad \alpha \sim (t_0 - t)^{3/5}.$$

Поскольку в этом режиме продольный размер $L = R\beta \rightarrow 0$, решение описывает эллипсоид, который со временем сплющивается вдоль оси x и расширяется в радиальном направлении, принимая форму “блина”.

Максимальные значения в распределении интенсивности вихревой пелены достигаются на концах струи и при $t \rightarrow t_0$ стремятся к нулю.

В области $\beta > 1$, где $H > 0$, решение уравнений (18) можно представить в виде

$$|h|^{1/2} (t - t_0) = \frac{1}{12} B \left(\beta^{-3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \beta (1 - \beta^{-3}),$$

$$\alpha = |h|^{1/2} (1 - \beta^{-3})^{-1/2}.$$

При $t \rightarrow \infty$ из этих соотношений следует, что

$$\beta \sim t, \quad \alpha \sim |h|^{1/2}.$$

Так как в этом случае продольный размер $L = R\beta \rightarrow \infty$, решение описывает сужающуюся эллипсоидальную струю, которая со временем вытягивается вдоль оси x . Максимальные значения интенсивности вихревой пелены, которые достигаются на концах, при этом стремятся к постоянному значению.

5. Достаточный критерий коллапса. Результаты предыдущего раздела и численные эксперименты позволяют сделать вывод, что для рассматриваемой модели существует несколько сценариев развития неустойчивости, которые в зависимости от начальных данных приводят или не приводят к формированию особенностей для формы поверхности. В связи с этим возникает вопрос о возможности классификации режимов эволюции в соответствии с интегралами движения. Частичный ответ на этот вопрос можно получить, если установить достаточный критерий коллапса. Обычно такой критерий находят в рамках подхода [6], основанного на использовании соответствующих мажорирующих неравенств.

Гамильтониан (12) представим как разность

$$H = I_1 - I_2 \quad (19)$$

двух положительно определенных интегралов I_1, I_2 :

$$I_1 = \frac{1}{2} \int q \lambda^2 dx, \quad I_2 = \frac{1}{8} \int q^2 \lambda_x^2 dx,$$

и введем положительно определенную величину

$$\Delta x^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2. \quad (20)$$

Здесь Δx^2 представляет собой центральный момент второго порядка для распределения q , а угловые скобки обозначают операцию усреднения:

$$\langle f \rangle = Q^{-1} \int f q dx, \quad Q = \int q dx.$$

Рассмотрим эволюцию величины Δx^2 по времени t . Дважды дифференцируя (20), на основании

уравнений движения (13), (14) можно установить справедливость равенства

$$\partial_t \langle x \rangle = Q^{-1} P$$

и найти затем, что

$$Q \partial_t^2 \Delta x^2 = Q \partial_t^2 \langle x^2 \rangle - 2Q^{-1} P^2,$$

где

$$Q \partial_t^2 \langle x^2 \rangle = 4I_1 - 2I_2 - \frac{1}{4} \int (qq_x^2 \lambda_x^2 + q^2 q_x \lambda_x \lambda_{xx} + q^3 \lambda_{xx}^2) dx. \quad (21)$$

Чтобы найти оценку для правой части выражения (21) воспользуемся неравенством Коши–Буняковского

$$\left(\int q^2 \lambda_x^2 dx \right)^2 = \left(\int \lambda \partial_x (q^2 \lambda_x) dx \right)^2 =$$

$$= \left(\int \lambda q^{1/2} (2q^{1/2} q_x \lambda_x + q^{3/2} \lambda_{xx}) dx \right)^2 \leq$$

$$\leq \left(\int q \lambda^2 dx \right) \int (4qq_x^2 \lambda_x^2 + 4q^2 q_x \lambda_x \lambda_{xx} + q^3 \lambda_{xx}^2) dx.$$

Так как из этого неравенства следует, что

$$8I_2^2 I_1^{-1} \leq \int (qq_x^2 \lambda_x^2 + q^2 q_x \lambda_x \lambda_{xx} + \frac{1}{4} q^3 \lambda_{xx}^2) dx,$$

из выражения (21) находим

$$Q \partial_t^2 \langle x^2 \rangle \leq 4I_1 - 2I_2 - 2I_2^2 I_1^{-1} - \frac{3}{16} \int q^3 \lambda_{xx}^2 dx.$$

Учитывая, что интегралы I_1, I_2 и гамильтониан H связаны соотношением (19), и $I_1, I_2 \geq 0$, легко показать, что

$$Q \partial_t^2 \langle x^2 \rangle \leq 6H. \quad (22)$$

Неравенство (22) позволяет установить оценку

$$Q \partial_t^2 \Delta x^2 \leq 2(3H - Q^{-1} P^2),$$

интегрируя которую мы приходим к неравенству

$$Q \Delta x^2 \leq (3H - Q^{-1} P^2) t^2 + C_1 t + C_2,$$

где C_1 и C_2 – константы интегрирования, определяемые начальными условиями. Отсюда следует достаточный критерий коллапса

$$H < \frac{1}{3} Q^{-1} P^2. \quad (23)$$

Отметим, что полученный результат находится в полном соответствии с результатами раздела 4. Более того, так как для автомодельных решений, рассмотренных в этом разделе, полный импульс $P = 0$, критерий $H < 0$, который следует из (23), оказывается в этом случае строгим.

Заключение. Проведенное исследование показывает, что в отличие от равнозавихренных для потенциальных струйных течений с числом Агвуда, близким к 1 (большой контраст плотности на контактной границе), развитие неустойчивости не приводит к его распаду на стационарные частицеподобные возмущения, распространяющиеся с постоянной скоростью. Вместо них на роль доминирующих структур, описывающих развитие неустойчивости, претендуют автомодельные решения – нестационарные возмущения эллипсоидальной формы.

В зависимости от интеграла движения H , эти возмущения со временем либо сплющиваются ($H < 0$) вдоль оси x , либо вытягиваются ($H > 0$) вдоль этой оси, либо не деформируются ($H = 0$). Во всех трех режимах на поверхности эллипсоида поддерживается линейное распределение вихревой пелены таким об-

разом, что при $H = 0$ со временем ее интенсивность на концах эллипсоида растет, при $H < 0$ убывает, а при $H > 0$ остается постоянной.

Установлен достаточный критерий коллапса, позволяющий судить о режиме неустойчивости струйных течений по трем интегралам движения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 09-05-00274), программы президиума РАН “Математические методы в нелинейной динамике”, гранта Президента РФ НШ – # 755.2008.5 и гранта РФФИ-Франция # 07-05-92211-НЦНИЛ.

1. Н. А. Иногамов, А. Ю. Демьянов, Э. Е. Сон, *Гидродинамика перемешивания*, М.: Изд-во МФТИ, 1999.
2. Н. А. Иногамов, А. М. Опарин, *ЖЭТФ* **124**, 1308 (2003).
3. В. П. Гончаров, В. И. Павлов, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 459 (2006).
4. В. П. Гончаров, В. И. Павлов, *Гамильтонова вихревая и волновая динамика*, М.: Геос, 2008.
5. В. П. Гончаров, *ЖЭТФ* **132**, 1226 (2007).
6. Е. А. Кузнецов, *Изв. вузов. Радиофизика* **56**, 342 (2003).

Поляризация фотонов, испускаемых в процессе резонансного когерентного возбуждения релятивистских ионов в условиях плоскостного каналирования

В. В. Балашов¹⁾, В. К. Долинов, А. А. Соколик*

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына при Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

* Институт спектроскопии РАН, 142190 Троицк, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 2 марта 2008 г.

Недавнее наблюдение сильной анизотропии характеристического рентгеновского излучения при резонансном когерентном возбуждении релятивистских ионов Fe^{24+} в условиях плоскостного каналирования в кристалле кремния ставит метод резонансного когерентного возбуждения в ряд кандидатов в источники поляризованного рентгеновского излучения. На основе аппарата матрицы плотности мы выполнили расчеты параметров Стокса излучения. Поведение поляризационных характеристик излучения в различных направлениях объяснено исходя из рассмотрения свойств возбуждающей ион резонансной части поля кристалла, которая имеет вид эллиптически поляризованного электрического поля.

PACS: 32.90.+a, 34.90.+q, 42.25.Ja, 61.85.+p

Резонансное когерентное возбуждение ионов при каналировании в монокристаллах (РКВ, или эффект Окорокова) возникает, когда одна из гармоник пространственно периодического поля кристалла действует на движущийся ион с резонансной частотой, соответствующей энергии возбуждения связанного электрона иона (см. [1] и цитируемая там литература). Анизотропный характер электромагнитного поля кристалла, действующего на движущийся ион, указывает на возможность выстраивания углового момента иона в процессе РКВ и, как следствие, возникновения угловой анизотропии характеристического рентгеновского излучения, испускаемого ионом. Яркое подтверждение наличия анизотропии излучения в недавнем эксперименте [2] при РКВ гелиеподобных ионов Fe^{24+} с энергией 423 МэВ/н в условиях каналирования в плоскостном канале ($2\bar{2}0$) кристалла кремния делает актуальным вопрос о его поляризации в различных направлениях, а значительная величина анизотропии вместе с довольно большим выходом фотонов в расчете на один входящий ион ставит РКВ в ряд кандидатов в источники поляризованного излучения рентгеновского диапазона [2]. В настоящем письме рассматривается вопрос о степени и характере поляризации излучения при РКВ в условиях плоскостного каналирования. Для вычисления

наблюдаемых характеристик процесса РКВ мы используем аппарат матрицы плотности, позволяющий рассматривать единым образом когерентное взаимодействие иона с электромагнитным полем кристалла и некогерентные (релаксационные) процессы, главную роль среди которых играют спонтанное высвечивание возбужденного иона и столкновения иона с электронами и атомами мишени. Такой подход был успешно применен к теоретическому описанию экспериментальных данных по РКВ как нерелятивистских так и релятивистских ионов (см. [3] и цитируемую литературу). В данной работе мы произвели расчеты поляризационных характеристик фотонов, испускаемых в различных направлениях в процессе каскадного возбуждения-девозбуждения $1s^2 : ^1S_0 \rightarrow 1s2p : ^1P_1 \rightarrow 1s^2 : ^1S_0$ гелиеподобных ионов Fe^{24+} с энергией 423 МэВ/н в канале ($2\bar{2}0$) кристалла кремния толщиной 21 мкм в условиях РКВ, соответствующих экспериментальной работе [2].

Эволюция состояния электронной оболочки иона задается в нашем подходе матрицей плотности ρ , удовлетворяющей обобщенному кинетическому уравнению [4]

$$i \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \rho] + R\rho, \quad (1)$$

где гамильтониан $H = H_0 + V$ складывается из гамильтониана свободного иона H_0 и оператора его взаимодействия $V = -e\varphi + (e/2mc)(\mathbf{p}\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{p})$ со ска-

¹⁾e-mail: balvse@anna19.sinp.msu.ru