

Максвелловская релаксация экситонов в двойных квантовых ямах

A. В. Каламейцев⁺, A. В. Чаплик^{+*1)}

⁺Институт физики полупроводников, 630090 Новосибирск, Россия

* Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 16 марта 2009 г.

После переработки 15 апреля 2009 г.

Растекание дипольных экситонов в двойных квантовых ямах описывается нелинейным уравнением непрерывности. Показано, что выполняется закон соответственных состояний, позволяющий выяснить зависимость характерных параметров процесса от амплитуды и ширины начального распределения. В противоположность обычной (линейной) диффузии, растекание в одномерном случае происходит существенно быстрее, чем в двумерном.

PACS: 71.35.-y, 73.50.Fq

Растекание неравновесных носителей заряда в низкоразмерных системах изучалось как теоретически, так и экспериментально в режиме свободных электронов и дырок [1–4]. Было выяснено, что двумерный характер движения частиц качественно меняет электростатический механизм растекания, т.е. максвелловскую релаксацию, в то время как диффузия при переходе к пониженнной размерности существенных измерений не претерпевает.

В последние годы в связи с созданием и исследованием двойных квантовых ям приобрел актуальность вопрос о растекании неравновесных электронов и дырок, локализованных в соседних слоях и связанных в пары кулоновским притяжением, то есть образующих пространственно непрямые экситоны. Такие экситоны обладают дипольным моментом, причем все эти моменты ориентированы параллельно (а не антипараллельно!) друг другу. Таким образом, максвелловская релаксация этих возбуждений отличается от обычной не только эффективной размерностью системы, но и характером взаимодействия: диполь–дипольный закон (на больших расстояниях) вместо кулоновского.

По непрямым экситонам в двойных квантовых ямах имеется весьма обширная литература в связи с проблемой бозе-энштейновской конденсации в такой системе. Собственно кинетике растекания посвящен обзор [5], где имеется подробная библиография вопроса. Из сравнительно недавних результатов следует отметить теоретическую работу [6] и эксперименты [7], в которых исследовалось растекание дипольных экситонов как в двумерной, так и в квазидвумерной структурах.

В отличие от растекания неравновесных носителей заряда, где, в зависимости от величины начального возмущения, возможны как линейный, так и нелинейный режимы, растекание экситонов всегда принципиально нелинейно. Эта нелинейность происходит от максвелловского механизма растекания, так как плотность потока экситонов билинейна по их плотности (см. ниже). Поэтому полное исследование задачи возможно лишь численными методами.

В предлагаемой работе мы покажем, что максвелловская релаксация дипольных экситонов при простых начальных распределениях (например, гауссiana, прямоугольная ступенька и т.д.) описывается универсальными функциями двух безразмерных переменных. Иными словами, существует закон соответственных состояний для растекания, позволяющий выяснить зависимость характерных параметров процесса от амплитуды и ширины начального распределения. Сами же универсальные функции находятся, разумеется, численным интегрированием. Максвелловская релаксация доминирует над диффузионным механизмом растекания на начальной стадии процесса при достаточно большом уровне возбуждения. Как указано в [5], для существующих экспериментов этот уровень соответствует начальной плотности экситонов порядка 10^9 см^{-2} .

Для описания поведения непрямых экситонов в двойной квантовой яме мы принимаем следующую модель. В плоскости $z = 0$ расположены параллельные друг другу и перпендикулярные плоскости диполи с зарядами $\pm e$ и плечом d . Энергия взаимодействия (отталкивания) пары диполей, находящихся в точках ρ, ρ' , дается выражением

¹⁾e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

$$U(\rho, \rho') = \frac{2e^2}{\epsilon} \left(\frac{1}{|\rho - \rho'|} - \frac{1}{\sqrt{(\rho - \rho')^2 + d^2}} \right), \quad (1)$$

ϵ – фоновая диэлектрическая проницаемость. Тогда энергия некоторого диполя в точке ρ равна

$$W(\rho) = \frac{1}{2} \int n(\rho') U(\rho, \rho') d\rho', \quad (2)$$

где $n(\rho)$ – плотность диполей.

Растекание дипольных экситонов, инжектированных в структуру в начальный момент времени с плотностью $n(\rho, 0)$, описывается уравнением непрерывности

$$\frac{\partial n(\rho)}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad (3)$$

где плотность тока диполей $\mathbf{j} = n\mathbf{v}$, \mathbf{v} – установившаяся скорость под действием силы $\mathbf{F}(\rho) = -\nabla W(\rho)$ может быть выражена обычным способом через подвижность диполей $\mathbf{v} = \frac{\tau}{m}\mathbf{F}$, m – масса экситона, τ – время его релаксации как целого при рассеянии на примесях, фонах, дефектах границ раздела и т.п.

Переходя к фурье-представлению по ρ , получим

$$W(\mathbf{k}) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon k} (1 - e^{-kd}) n(\mathbf{k}). \quad (4)$$

Далее,

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (n\Delta W + \nabla W \nabla n) \tau/m, \quad (5)$$

откуда следует нелинейное уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial n(\mathbf{k})}{\partial t} = \frac{2\pi e^2 \tau}{\epsilon m} \int \frac{\mathbf{k}\mathbf{p}}{p} n(\mathbf{k} - \mathbf{p}) (1 - e^{-pd}) n(\mathbf{p}) \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^2}. \quad (6)$$

В такой точной постановке задача чрезвычайно сложна математически. Однако все имеющиеся эксперименты по растеканию экситонов (см., например, обзор [5]) имеют дело с расстояниями, много большими величины d (расстояние между ямами плюс полуширина самих ям). Тогда применимо так называемое приближение плоского конденсатора: в формуле (4) $kd \ll 1$, и потенциальная энергия оказывается пропорциональной плотности в данной точке. Положив под интегралом (6) $pd \ll 1$ и возвращаясь в координатное представление, легко получим:

$$\frac{\partial n(\rho, t)}{\partial t} = 2\lambda [n\Delta n + (\nabla n)^2], \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{\pi e^2 d \tau}{\epsilon m}.$$

В 1D случае имеем

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 n^2}{\partial x^2}. \quad (8)$$

К уравнениям (7), (8) надо добавить начальные условия. Пусть, например, в 1D случае $n(x, 0) = \frac{N_0}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2/\Delta^2)$. Введем безразмерные переменные и искоющую функцию по формулам

$$X = x/\Delta, T = N_0 \lambda t / \Delta^2, N = n/N_0. \quad (9)$$

Тогда получится

$$\frac{\partial N}{\partial T} = \frac{\partial^2 N^2}{\partial X^2}, N(T=0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-X^2}. \quad (10)$$

Соотношения (10) не содержат никаких параметров задачи и определяют некоторую универсальную функцию двух переменных $N(X, T)$, которая находится численными методами. Отсюда следует, что для максвелловской релаксации экситонов имеет место закон соответственных состояний, приводящий к нетривиальной зависимости характерных величин от параметров системы и начального возмущения (аналогично ситуации с моделью Томаса-Ферми для многоэлектронных атомов). Например, характерное время растекания δt (удвоение ширины функции $n(\rho, t)$ на полумаксимуме) пропорционально квадрату начальной ширины распределения и обратно пропорционально числу рожденных экситонов (то есть мощности лазерного импульса): $\delta t \sim \Delta^2 / N_0 \lambda$. На рис.1 при-

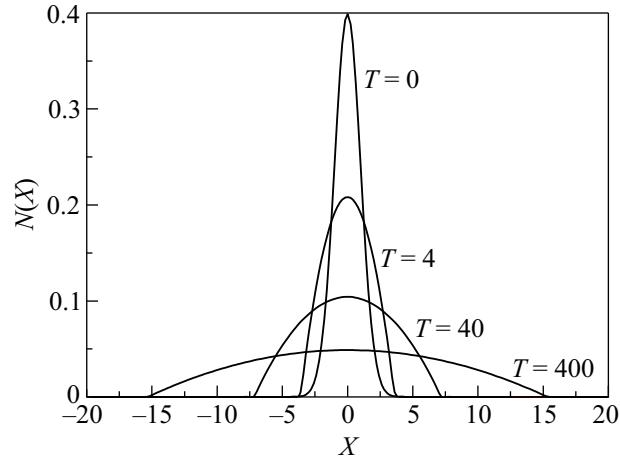


Рис.1. Профиль концентрации экситонов $N(X, T)$ для различных моментов времени

ведены несколько “сечений” функции $N(X, T)$ для различных моментов времени.

Уравнение непрерывности сохраняет число частиц, то есть $\int N(X, T) dX = 1$. Используя это условие, можно найти для среднеквадратичной ширины $\langle X^2 \rangle = \int X^2 N(X, T) dX$ следующее соотношение:

$$\frac{\partial \langle X^2 \rangle}{\partial T} = \int X^2 \frac{\partial N}{\partial T} dX = \\ = \int X^2 \frac{\partial^2 N^2}{\partial X^2} dX = 2 \int N^2 dX < 2, \quad (11)$$

так как N существенно положительно и при всех X , T выполняется $N(X, T) < 1$. В случае обычной линейной диффузии (с единичным коэффициентом) было бы $\partial \langle X^2 \rangle / \partial T = 2$. Таким образом нелинейность процесса приводит к сублинейной зависимости среднеквадратичной ширины распределения от времени. Результат численного расчета величины $\langle X^2 \rangle$ как функции T приведен на рис.2.

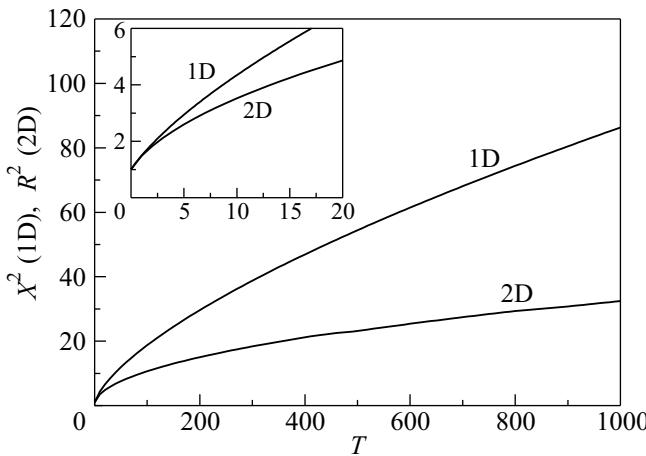


Рис.2. Значения $\langle X^2 \rangle$ для одномерного и $\langle R^2 \rangle$ для двумерного случаев в зависимости от времени

Рассмотрим теперь двумерный случай с цилиндрически симметричным начальным распределением $n(R, 0) = \frac{N_0}{\pi} e^{-R^2/\Delta^2}$. Вводя $R = \rho/\Delta$ и те же, что и раньше, T и N , мы получаем уравнение радиально симметричного растекания экситонов в виде

$$\frac{\partial N}{\partial T} = \left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \right) N^2, \quad (12)$$

$$N(T=0) = \frac{1}{\pi} e^{-R^2}.$$

Как видно из (10), (12), нет никаких буквенных параметров, отличающих двумерный случай от одномерного. Тем не менее, численный расчет показывает, что одномерное растекание происходит заметно быстрее двумерного в смысле зависимости $\langle X^2 \rangle$ и $\langle R^2 \rangle$ от времени: при данном T $\langle X^2 \rangle > \langle R^2 \rangle$ и тем более $\langle X^2 \rangle$ в одномерной задаче существенно больше $\langle X^2 \rangle$ в двумерной. Это видно из кривых на рис.2 и

находится в качественном соответствии с недавними экспериментами [7]. Напомним в связи со сказанным, что в линейной диффузии соотношение обратное: $\langle R^2 \rangle = 2 \langle X^2 \rangle$ (при том же коэффициенте диффузии).

Учет конечного времени жизни. Рекомбинацию экситонов обычно учитывают добавлением в левую часть уравнения (9) члена n/η , где η – время жизни экситона. В линейной диффузии задаче дело свелось бы просто к умножению решения на затухающий множитель $e^{-t/\eta}$. Рассматриваемая нами ситуация приводит к более сложным изменениям решения. Введем новую искомую функцию $\bar{n} = n e^{-t/\eta}$ и новую переменную вместо времени $\Theta = \eta(1 - e^{-t/\eta})$. Легко проверить, что после этого мы снова приходим к уравнению и начальному условию (10), определяющим ту же универсальную функцию $N(X, T)$. Таким образом учет рекомбинации приводит не только к общему затуханию концентрации в любой точке пространства с декрементом η , но и к своеобразному “сжатию” времени: интервал $0 \leq t < \infty$ отображается на конечный отрезок $0 \leq \Theta < \eta$, то есть в нелинейной задаче учет конечного времени жизни существенно меняет саму кинетику растекания. Это иллюстрирует рис.3 для нескольких значений η .

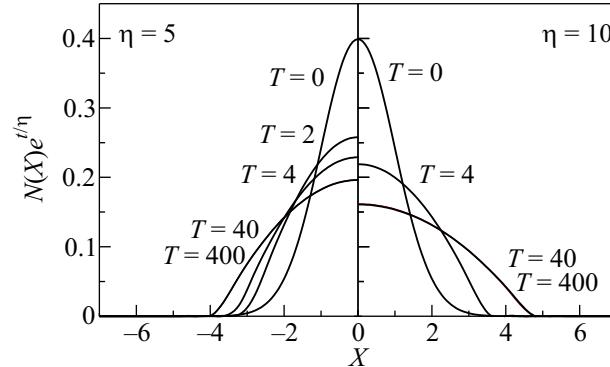


Рис.3. Профиль концентрации экситонов $N(X, T)$, умноженный на $e^{t/\eta}$ для двух значений η , в различные моменты времени. Видно, что бесконечный интервал отображается на конечный отрезок, определяемый значением η . Так, кривые для $T = 40$ и $T = 400$ практически совпадают (ср. рис.1).

В заключение заметим, что уравнения (5), (8) имеют решения $f(u)$, зависящие лишь от комбинации $u = r^2/t$ или x^2/t , где функция $f(u)$ удовлетворяет обыкновенному нелинейному дифференциальному уравнению второго порядка. Другая группа точных решений находится разделением переменных: $N = \varphi(X)/(T_0 - T)$, где $\varphi(X)$ – функция, обрат-

ная эллиптическому интегралу второго рода. Однако указанные решения не могут быть использованы для описания процесса растекания при произвольном начальном распределении экситонов.

Работа была поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 08-02-00152 и программами РАН.

-
1. А. О. Говоров, А. В. Чаплик, Поверхность. Физика, химия, механика **12**, 5 (1987).

2. М. И. Дьяконов, А. С. Фурман, ЖЭТФ **92**, 1012 (1987).
3. А. О. Говоров, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **95**, 1978 (1989).
4. J. Kraus, A. Wixforth, A. V. Kalameitsev et al., Phys. Rev. Lett. **88**, 036803 (2002).
5. R. Rapaport and Gang Chen, J. of Phys. Cond. Matt. **19**, 295207 (2007).
6. A. L. Ivanov, Europhys. Lett. **59**(4), 586 (2002).
7. X. P. Vögele, G. Schinner, F. Seilmeyer et al., arXiv:0901.4875v1 [cond-mat.mes-hall] (2009).