Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 6, стр. 293–296 *25 марта 1990 г.*

СОКРАЩЕНИЕ ИНФРАКРАСНЫХ РАСХОДИМОСТЕЙ В СЛЕДЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТЕНЗОРА ГЛЮОНОВ ПРИ $T \neq 0$ В КОВАРИАНТНЫХ КАЛИБРОВКАХ

О.К.Калашников, В.В.Скалозуб[1] *, И.В.Чуб*[1]

Показано, что в ковариантных калибровках при $T \neq 0$ пертурбативные инфракрасные расходимости алгебраически сокращаются в следе поперечных компонент двухпетлевого поляризационного тензора глюонов и его предел $\Pi_{ii}(k_4 = 0,\ |\mathbf{k}| \to 0)$ равен нулю вне зависимости от выбора калибровочного параметра.

Инфракрасный предел следа поперечных компонент поляризационного тензора глюонов (его магнитная масса) является важной качественной характеристикой квантовой хромодинамики, так как определяет (аналогично дебаевскому радиусу) экранирование глюомагнитных сил и существенно влияет на фазовую диаграмму эволюции кварк-глюонной материи. Однако такой предел, найденный в однопетлевом приближении [1, 2], тождественно равен нулю, и, более того, соответствующий однопетлевой поляризационный тензор в инфракрасной области импульсов приводит к фиктивной сингулярности пропагатора глюонов [1, 3]. В двухпетлевом приближении ситуация до последнего времени оставалась неясной, так как явные инфракрасные расходимости каждой из двухпетлевых диаграмм поляризационного тензора значительно усложняли все вычисления и делали последние весьма неоднозначными. Но оказалось возможны упрощения, и цель данной работы – показать, что при вычислении следа поперечных компонент двухпетлевого поляризационного тензора все инфраксные расходимости, будучи просуммированными, взаимно сокращаются, причем этот факт имеет место во всех ковариантных α-калибровках.

Квантовое действие $SU(N)$ калибровочной теории (и глюодинамики, в частности) имеет стандартный вид [4]

$$S = -\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^a_{\mu\nu} - \frac{1}{2\alpha} (\partial_\mu V^a_\mu)^2 + \overline{C}_a \nabla^{ab}_\mu \partial_\mu C^b, \tag{1}$$

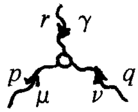
где $\nabla^{ab}_\mu = \delta^{ab} \partial_\mu + g f^{acb} V^c_\mu$ и $\alpha = 1$ соответствует фейнмановской калибровке. Метрика в (1) выбрана евклидовой и затравочные пропагаторы калибровочного поля и фиктивных частиц определены обычным образом [2]. Относительные знаки и функциональный вид затравочных

---

[1] Днепропетровский государственный университет.

вершинных функций (ввиду важности) приведены явно

$$\Gamma_H^{(0)}(p, q| r)_\mu^{abc} = -igf^{abc}$$  $$= -igf^{abc} q_\mu, \tag{2}$$

$$\Gamma_3^{(0)}(p, q, r)_{\mu\nu\gamma}^{abc} = -igf^{abc}$$  $$= -igf^{abc}[\delta_{\mu\gamma}(r-p)_\nu + \delta_{\mu\nu}(p-q)_\gamma + \delta_{\gamma\nu}(q-r)_\mu],$$

так как при вычислении поляризационного тензора в высших петлях существует ряд диаграмм, зависящих от относительных знаков величин, фиксированных в (2).

Точный поляризационный тензор представлен совокупностью пяти диаграмм [5]

(3)

где все линии соответствуют точным пропагаторам (волнистые – глюонным и прерывистые – духовым), а зачерненные точки – точным вершинам. Все функции зависят раздельно от p_4 и $|\mathbf{p}|$, а инфракрасный предел везде понимается как $p_4 = 0$, а затем $|\mathbf{p}| \to 0$.

Такой предел однопетлевого поляризационного тензора был найден независимо в двух работах [1, 3]

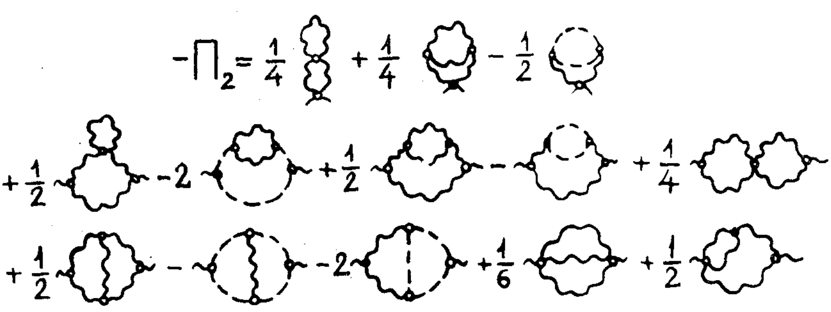
$$\Pi_{ij}^{(1)}(k_4 = 0, \ |\mathbf{k}| \to 0) = -\left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2}\right) \frac{g^2 N |\mathbf{k}| T}{64} (9 + 2\alpha + \alpha^2), \tag{4}$$

и его аномальное поведение приводит к фиктивному полюсу глюонного пропагатора в инфракрасной области импульсов. Характерное инфракрасное поведение однопетлевого пертурбативного глюонного пропагатора качественно одинаково для всех α-калибровок (см. также калибровку $A_4 = 0$ [6]

$$D_{ij}(p_4 = 0, \ |\mathbf{p}| \to 0) = \left(\delta_{ij} - \frac{p_i p_j}{\mathbf{p}^2}\right) \Big/ \left[\mathbf{p}^2 - (9 + 2\alpha + \alpha^2)\frac{g^2 NT}{64} |\mathbf{p}|\right], \tag{5}$$

хотя численно положение полюча зависит от выбора значений α и оно также меняется (но полюс не исчезает) при учете радиационных поправок [1, 2].

Пертурбативный двухпетлевой поляризационный тензор представим совокупностью 13-ти топологически различных диаграмм



(6)

которые возникают в результате итерации ряда (3). Здесь первые семь диаграмм – диаграммы, соответствующие итерации линий, три последующие – вершин, и оставшиеся диаграммы объединяют различные топологические структуры, возникшие как поправки к вершинным функциям, и как первую итерацию точных двухпетлевых диаграмм ряда (3).

Нами вычислялся инфракрасный предел следа трехмерной части поляризационного тензора $\Pi_{\mu\nu}$, определенного рядом (6). Вычисления выполнялись с помощью программы аналитического счета *REDUCE* 3.1 в главном инфракрасном приближении, когда каждая из двух сумм по 4-ой компоненте импульса заменялась одним членом k_4, $p_4 = 0$. Последующие трехмерные интегралы понимались как повторные и вычислялись в размерной регуляризации стандартным образом

$$\int \frac{d^D q}{(p-q)^{2\alpha} q^{2\beta}} = \pi^{D/2} \frac{\Gamma(\frac{D}{2}-\alpha)\,\Gamma(\frac{D}{2}-\beta)\,\Gamma(\alpha+\beta-\frac{D}{2})}{\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)\,\Gamma(D-\alpha-\beta)}\, p^{-2(\alpha+\beta-D/2)}. \tag{7}$$

Результат вычислений представлен нами как алгебраическая сумма отдельных величин, соответствующих каждой из конечных диаграмм (кроме нулевых 1, 5, 8) ряда (6):

$$\begin{aligned} -\Pi^{(2)}_{ii}(0) = {} & \frac{g^2 N^2}{\beta^2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{1}{|\mathbf{q}|^3} \Big\{ -\frac{1}{4}\Big(\frac{\gamma}{2}+\frac{11}{2}\Big) - \frac{1}{2}\Big(\frac{\gamma^2}{8}+\frac{\gamma}{4}+\frac{1}{4}\Big) - 2\frac{1}{16} + \\ & + \frac{1}{2}\Big(\frac{\gamma^3}{16}+\frac{7\gamma^2}{16}+\frac{27\gamma}{16}+\frac{85}{16}\Big) + \Big(\frac{\gamma^2}{16}+\frac{5\gamma}{32}+\frac{7}{32}\Big) + \frac{1}{2}\Big(\frac{\gamma^3}{32}+\frac{\gamma^2}{2}+\frac{75\gamma}{32}+\frac{53}{16}\Big) - \\ & - \Big(\frac{\gamma}{64}+\frac{1}{32}\Big) - 2\Big(\frac{\gamma}{64}+\frac{1}{32}\Big) + \frac{1}{6}\Big(\frac{9\gamma^3}{32}+\frac{9\gamma^2}{4}+\frac{63\gamma}{8}+\frac{81}{8}\Big) - \\ & - \Big(\frac{3\gamma^3}{32}+\frac{27\gamma^2}{32}+\frac{51\gamma}{16}+\frac{9}{2}\Big)\Big\} = 0, \qquad \gamma = \alpha - 1, \end{aligned} \tag{8}$$

которые полностью сокращают друг друга, т.е.

$$\lim_{|\mathbf{k}|\to 0} \Pi^{(2)}_{ii}(k_4 = 0,\ |\mathbf{k}| \to 0) = 0. \tag{9}$$

Выражение (9) показывает, что при $T \neq 0$ инфракрасные расходимости алгебраически сокращаются в следе трехмерной части двухпетлевого поляризационного тензора при любом выборе калибровочного параметра α. Если точный поляризационный тензор в ковариантных калибровках является поперечным (что весьма правдоподобно [7], но не доказано) и определяется только двумя скалярными функциями

$$\Pi_{ij}(\mathbf{k}, k_4) = \Big(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2}\Big) A(\mathbf{k}, k_4) + \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2} \frac{k_4^2}{\mathbf{k}^2} \Pi_{44}(\mathbf{k}, k_4), \tag{10}$$

то утверждение (9) означает, что предел функции $A(k_4 = 0,\ |\mathbf{k}| \to 0)$ также нулевой. Следовательно, ряд теории возмущений для $\Pi_{\mu\nu}(\mathbf{k}, k_4)$ в релятивистских калибровках полностью освобождается от инфракрасных расходимостей, что дает возможность проводить надежные пертурбативные вычисления различных величин в инфракрасной области импульсов. В частности, представляет большой интерес найти следующие члены в разложении (4), а, возможно, и просуммировать такое разложение, чтобы надежным образом установить истинное инфракрасное поведение поляризационного тензора глюонов вне рамок теории возмущений.

Литература

1. *Калашников О.К., Климов В.В.* ЯФ, 1981, **33**, 848.
2. *Kalashnikov O.K.* Fortschr. Phys., 1984, **32**, 525.

3. *Jackiw R., Templeton S.* Phys. Rev. D, 1981, **23**, 2291.
4. *Fradkin E.S., Tyutin I.V.* Riv. Nuovo Cim., 1974, **4**, 1.
5. *Fradkin E.S., Kalashnikov O.K.* Acta Phys. Austr., 1976, **45**, 81.
6. *Kajantie K., Kapusta J.* Ann. Phys., 1985, **160**, 477.
7. *Калашников О.К., Климов В.В.* ЯФ, 1980, **31**, 1357.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
14 февраля 1990 г.