

Перенос квантовых корреляций при неунитарной эволюции

В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко

Государственный университет аэрокосмического приборостроения
119000 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 16 марта 2009 г.

После переработки 7 апреля 2009 г.

Найдено обобщенное уравнение Линдблада, которое описывает эволюцию двух динамических систем, взаимодействующих с термостатом, образованным двумя широкополосными модами сжатого света в перепутанном состоянии. Рассмотрен вопрос о переносе квантовых корреляций, в частности перепутанности между термостатом и динамическими системами, в качестве которых были выбраны две моды электромагнитного поля, выделенные двумя высокодобротными резонаторами, два атома, атом и мода. Найдено, что при взаимодействии с термостатом его перепутанность переносится как на две моды, так и на два атома, которые могут образовывать почти идеальную пару Эйнштейна-Подольского-Розена. Показано, что взаимодействие термостата с системой, состоящей из атома и моды, для которой введены коллективные бозонные операторы, приводит к возникновению когерентного и сжатого состояния.

PACS: 42.50.Dv

1. Введение. Проблема приготовления квантовой системы в заданном состоянии, в частности перепутанном, обладающим квантовыми корреляциями, представляет большой интерес для приложений, в число которых входят квантовые информационные процессы. Из квантовой механики известно два способа, как приготовить состояния физической системы. Первый – это динамическое взаимодействие с другой системой, когда в результате унитарной эволюции меняется исходное состояние, а между системами возникает корреляция. Так, если смешать на полупрозрачной непоглощающей делительной пластинке два световых пучка от независимых параметрических источников сжатого света, то на выходе можно получить пару Эйнштейна-Подольского-Розена (ЭПР) [1] или свет в перепутанном состоянии. Второй способ приготовить состояние дает квантовое проекционное измерение, когда система переходит в заданное состояние, правда, с некоторой вероятностью. Примером служит протокол обмен перепутыванием (entanglement swapping), где в результате двухчастичного проекционного измерения в перепутанном базисе две частицы из двух независимых ЭПР пар оказываются перепутанными. Экспериментально это было продемонстрировано как для систем с дискретным [2], так и непрерывным [3] числом степеней свободы. Взаимодействие между системами дает еще одну возможность приготовить состояние, однако в результате неунитарной эволюции, когда одна из систем выступает в роли термостата. Контакт с термостатом, который сам приготовлен в специальном состоянии, может приводить к возникновению у

физической системы нужных состояний. В качестве термостата можно рассматривать, например, широкополосный сжатый свет от параметрического источника или сжатый вакуум, такой термостат известен как сжатый [4]. Если поместить два атома в сжатый термостат, то его свойства перенесутся на атомы, и будет возникать атомное перепутанное состояние типа ЭПР пары [5, 6].

В данной работе мы предлагаем еще один тип термостата с квантовыми корреляциями на основе двух широкополосных пучков света в перепутанном состоянии. Такой термостат будем называть далее перепутанным. Его можно реализовать, если смешать на светоделительной пластинке два широкополосных пучка в сжатом состоянии. Такие пучки, как показано в [7], могут генерироваться параметрическим источником света. В отличие от сжатого термостата, предлагаемый перепутанный термостат дает больше возможностей. Он позволяет приготовить перепутанные состояния двух систем, A и B , которые могут иметь разную физическую природу и находиться в разных точках пространства. Мы рассматриваем три случая, когда в качестве A и B выступают: 1) две моды электромагнитного поля, 2) два атома, 3) атом и одна мода электромагнитного поля. Основной вопрос, который мы рассматриваем, как перепутанное состояние термостата переносится на A и B ? Для анализа мы используем кинетическое уравнение в форме Линдблада, которое содержит новые слагаемые, описывающие перенос квантовых корреляций. Для вывода этого уравнения использовался формализм Ито и стандартное марковское приближение. Мы полу-

чили условия, при которых перепутанное состояние термостата может быть перенесено на моды и атомы. Вопрос о динамике возникновения перепутанного состояния двух независимых кубитов при воздействии на их окружения светом с квантовыми корреляциями рассматривался в [8]. В [9] показано, что с помощью диссипативных процессов марковского типа можно приготовить заданное состояние такой квантовой системы как бозе-эйнштейновский конденсат.

Работа построена следующим образом. Вначале вводится модель перепутанного термостата и записывается уравнение Линдблада. Затем рассматривается три случая, когда с термостатом взаимодействуют две моды электромагнитного поля, два атома и, наконец, мода и одиночный двухуровневый атом.

2. Релаксация в перепутанном термостате.

Рассмотрим физические системы A и B , которые независимы, не взаимодействуют между собой, находятся в разных точках пространства и описываются своими операторами рождения и уничтожения X^\dagger, X и Y^\dagger, Y , соответственно. Для вывода релаксационного уравнения коммутационные соотношения не важны.

Пусть A и B взаимодействуют с двумя широкополосными модами электромагнитного поля. В квазирезонансном приближении гамильтониан взаимодействия имеет вид

$$\begin{aligned} V_1 &= -i\hbar \int d\omega \eta_1(\omega) (b_1(\omega) X^\dagger - \text{h.c.}), \\ V_2 &= -i\hbar \int d\omega \eta_2(\omega) (b_2(\omega) Y^\dagger - \text{h.c.}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $b_m^\dagger(\omega)$, $b_m(\omega)$ – операторы рождения и уничтожения моды $m = 1, 2$, а эффективное взаимодействие осуществляется в некоторой полосе частот, что определяется характером зависимости констант связи $\eta_m(\omega)$.

Пусть свойства мод 1 и 2 определены набором корреляционных функций

$$\langle b_m^i(t) b_n^j(t + \tau) \rangle = \mathcal{K}_{mn}^{i,j} \delta(\tau), \quad (2)$$

где $b_m(t) = \int d\omega \exp(-i\omega(t-t_0)) b_m(\omega)(t_0)$, $m, n = 1, 2$, верхние индексы $i, j = \dagger, -$ отвечают операторам рождения и уничтожения, верхний индекс $'-'$ у фотонного оператора уничтожения будем опускать. В (2) временная дельта-функция является крупномасштабной: ее ширина определяется обратной шириной полосы синхронизма, которая в свою очередь задает ширину генерируемых мод. Мы будем полагать, что полоса синхронизма много больше всех характерных спектральных ширин, присутствующих в задаче, например, ширины атомных уровней или резонаторных

мод. Тогда моды 1 и 2 можно считать широкополосными, а на временах, много больших, чем обратная полоса синхронизма, возникает дельта-функция $\delta(\tau)$. Чтобы записать корреляционную матрицу (2), используем простую модель вырожденного параметрического генератора на основе эффективного гамильтониана $H = \sum_{\omega} k(\omega) b^{\dagger 2}(\omega) + \text{h.c.}$ Тогда, полагая, что моды 1 и 2 получаются путем смешения двух мод от двух вырожденных независимых параметрических генераторов, найдем, что матрица (2) содержит весь возможный набор корреляционных функций второго порядка:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{11}^{\dagger,-} &= \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} = \frac{1}{2}(\text{sh}^2 r_1 + \text{sh}^2 r_2), \\ \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger} &= \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} = \frac{1}{2}(\text{ch}^2 r_1 + \text{ch}^2 r_2), \\ \mathcal{K}_{11}^{\dagger,\dagger} &= \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} = \\ &= \frac{1}{2}(\text{chr}_1 \text{shr}_1 \exp(-i\phi_1) + \text{chr}_2 \text{shr}_2 \exp(-i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{11}^{-,-} &= \mathcal{K}_{22}^{-,-} = \\ &= \frac{1}{2}(\text{chr}_1 \text{shr}_1 \exp(i\phi_1) + \text{chr}_2 \text{shr}_2 \exp(i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger} &= \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} = \\ &= \frac{1}{2}(\text{chr}_1 \text{shr}_1 \exp(-i\phi_1) - \text{chr}_2 \text{shr}_2 \exp(-i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{12}^{-,-} &= \mathcal{K}_{21}^{-,-} = \\ &= \frac{1}{2}(\text{chr}_1 \text{shr}_1 \exp(i\phi_1) - \text{chr}_2 \text{shr}_2 \exp(i\phi_2)), \\ \mathcal{K}_{12}^{-,\dagger} &= \mathcal{K}_{21}^{-,\dagger} = \frac{1}{2}(\text{ch}^2 r_1 - \text{ch}^2 r_2), \\ \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} &= \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-} = \frac{1}{2}(\text{sh}^2 r_1 - \text{sh}^2 r_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где r_m – параметры сжатия, ϕ_m – фазы классических волн накачек. Заметим, что квантовые корреляции между модами, приводящие к их перепутыванию, определяются аномальными средними типа $\mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger}$.

Найдем кинетическое уравнение для матрицы плотности систем A и B , используя: 1) марковское приближение, в рамках которого моды 1 и 2 считаются заданными, и константы связи в (1) не зависят от частоты: $\eta_m(\omega) = \sqrt{C_m/2\pi}$, 2) технику стохастического интегрирования Ито [10, 11]. Полученное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = -\left(R_1 + R_2 + R_{12}\right) \rho, \quad (4)$$

где первых два слагаемых описывают независимую релаксацию систем A и B в сжатом термостате:

$$R_m \rho = \frac{C_m}{2} \left[\mathcal{K}_{mm}^{\dagger,-} (ZZ^\dagger \rho - 2Z^\dagger \rho Z + \rho Z Z^\dagger) - \mathcal{K}_{mm}^{\dagger,\dagger} (ZZ \rho - 2Z \rho Z + \rho Z Z) \right] + \text{h.c.},$$

где $Z = X$ при $m = 1$, и $Z = Y$ для $m = 2$. Последнее слагаемое в (4) новое, оно обусловлено квантовыми корреляциями мод термостата:

$$R_{12} \rho = -\frac{\sqrt{C_1 C_2}}{2} \left[\mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger} (XY \rho - 2Y \rho X + \rho XY) + \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} (YX \rho - 2X \rho Y + \rho YX) - \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} (XY^\dagger \rho - 2Y^\dagger \rho X + \rho XY^\dagger) - \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-} (Y^\dagger X \rho - 2X \rho Y^\dagger + \rho Y^\dagger X) \right] + \text{h.c.} \quad (5)$$

Из полученного уравнения следует, что новые слагаемые в релаксационном операторе, пропорциональные кросс-корреляционным функциям $\mathcal{K}_{12}^{i,j}$, имеют такой же порядок величины, как известные, которые зависят от авто-корреляционных функций $\mathcal{K}_{mm}^{i,j}$, $m = 1, 2$. Эти слагаемые можно рассматривать как некоторое взаимодействие между системами A и B , которое обусловлено перепутанностью мод термостата.

Для рассмотренного квазирезонансного взаимодействия вид найденного релаксационного оператора (4) носит самый общий характер, поскольку он определен всеми возможными корреляционными функциями второго порядка по операторам рождения и уничтожения мод 1 и 2. Особенностью полученного кинетического уравнения (5) является то, что из него следуют точные замкнутые уравнения для A и B :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_A = -R_1 \rho_A, \quad \frac{\partial}{\partial t} \rho_B = -R_2 \rho_B, \quad (6)$$

где $\rho_A = S_{PB} \rho$, $\rho_B = S_{PA} \rho$. Отсюда следует, что каждая из систем подчиняется своей собственной субдинамике, где наличие другой системы никак не проявляется. Вместе с тем между A и B будет возникать корреляция, источником которой служит новое слагаемое $R_{12} \rho$ в (4). В случае гамильтоновой динамики записать замкнутое уравнение для одной из взаимодействующих систем без дополнительных приближений, как правило, невозможно, а полученное уравнение для одной из систем содержит сведения, представленные средними от переменных другой системы.

Чтобы рассмотреть роль новых слагаемых в кинетическом уравнении (4), мы обсудим три следующие случая. В первом случае в качестве систем A и B выберем две моды электромагнитного поля, которые выделены, например, двумя высокодобротными резонаторами. Затем в качестве A и B будут фигурировать два двухуровневых атома, находящихся

в разных точках пространства, наконец, рассмотрим одну моду, выделенную резонатором, и одиночный атом вне резонатора. Будем считать, что исходного взаимодействия и начальных корреляций между A и B нет, а их эволюция описывается уравнением (4).

Перепутанность нашего термостата определяют параметры сжатия r_m , от которых зависят значения корреляционных функций (3). Перепутанность будем характеризовать двумя наблюдаемыми: разностным каноническим импульсом $P = p_1 - p_2$ и суммарной канонической координатой $Q = x_1 + x_2$ двух мод $m = 1, 2$ термостата, где операторы импульса p_m и координаты x_m связаны с операторами рождения и уничтожения соотношением $b_m(\omega) = x_m + ip_m$. Наблюдаемые P и Q измеряются в схеме гетеродинного приема, где анализируется суммарный или разностный фототок приемников излучения. Спектр шума фототока $i^2(\omega)$ в низкочастотной области будет определяться нормально-упорядоченными дисперсиями операторов P и Q : $i^2(\omega \approx 0) = 1 + 2\langle : (\Delta W)^2 : \rangle$, где $\langle : (\Delta W)^2 : \rangle$ нормально-упорядоченная дисперсия $W = P, Q$, а единица отвечает стандартному квантовому пределу или дробовому шуму. Для перепутанного состояния в обеих наблюдаемых шум будет ниже стандартного квантового предела. Для используемой модели термостата

$$\begin{aligned} \langle : (\Delta Q)^2 : \rangle &= \\ &= \frac{1}{2} (\text{sh}^2 r_1 + 2 \text{shr}_1 \text{chr}_1 \cos(\phi_1) + \text{ch}^2 r_1) - \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \langle : (\Delta P)^2 : \rangle &= \\ &= \frac{1}{2} (\text{sh}^2 r_2 - 2 \text{shr}_2 \text{chr}_2 \cos(\phi_2) + \text{ch}^2 r_2) - \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что в условиях, когда фазы классических волн накачек, выступающих в роли гетеродинов, равны $\phi_1 = \pi, \phi_2 = 0$, а значения параметров сжатия велики, $r_m \gg 1$, возникает почти полное подавление дробового шума при регистрации Q и P . Другими словами, термостат представляет собой почти идеальную ЭПР пару.

3. Перепутанное состояние двух резонаторных мод. Пусть две моды A и B , выделенные двумя высокодобротными резонаторами, взаимодействуют с модами 1 и 2 термостата. В этом случае операторы X^\dagger, X и Y^\dagger, Y в кинетическом уравнении (4) будут операторами рождения и уничтожения $a_m^\dagger, a_m, m = 1, 2$ резонаторных мод A и B , соответственно.

Чтобы проанализировать динамику резонаторных мод, будем считать, что у них одинаковые скорости релаксации, полагая $C = C_1 = C_2$. Используя

для матрицы плотности ρ представление Глаубера-Сударшана, запишем уравнение для нормальной квази вероятности $P(\alpha_1, \alpha_2)$, которое имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P = & \left(\frac{C}{2} \right) \left[\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \alpha_1 + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \alpha_2 + \mathcal{K}_{11}^{-,-} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_1} + \right. \\ & + \mathcal{K}_{22}^{-,-} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_2} + \mathcal{K}_{11}^{+,-} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1^* \partial \alpha_1} + \mathcal{K}_{22}^{+,-} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_2^* \partial \alpha_2} + \\ & \left. + (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} + 2\mathcal{K}_{21}^{+,-} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2^*} + \text{к.с.} \right] P. \quad (8) \end{aligned}$$

Это уравнение является уравнением Фоккера-Планка, оно получено точно. Его диффузионные коэффициенты определяются корреляционными функциями (3) и не зависят от комплексных амплитуд α_1, α_2 . Используя стационарное решение (8), найдем нормально упорядоченные корреляционные функции канонических операторов суммарной координаты Q' и разностного импульса P' резонаторных мод. Они имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle : Q'(0) Q'(\tau) : \rangle &= \langle : (\Delta Q)^2 : \rangle \exp \left(-\frac{C}{2} |\tau| \right), \\ \langle : P'(0) P'(\tau) : \rangle &= \langle : (\Delta P)^2 : \rangle \exp \left(-\frac{C}{2} |\tau| \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где дисперсии $\langle : (\Delta Q)^2 : \rangle, \langle : (\Delta P)^2 : \rangle$ определены соотношением (7). При $\tau = 0$ из (9) следует, что дисперсии рассматриваемых наблюдаемых для термостата и резонаторных мод совпадают. Это означает, что квантовые корреляции термостата, в частности, его перепутанность в отношении импульса и координаты, полностью переносятся на резонаторные моды, и две резонаторные моды могут образовать почти идеальную ЭПР пару.

В данном случае мы имеем перенос перепутанного состояния между физическими системами одной природы: с фотонного термостата на резонаторные моды. Однако с помощью (4) можно рассмотреть, как будут переноситься квантовые корреляции между системами разной физической природы, когда, например, в используемый фотонный термостат погружены атомы.

4. Перепутанное состояние двух атомов.

Пусть два двухуровневых атома помещены в перепутанный термостат и резонансно взаимодействуют каждый со своей модой. Их эволюция будет описываться уравнением (4), где в качестве операторов X^\dagger, X и Y^\dagger, Y будут фигурировать атомные операторы $S_m^\dagger, S_m^-, m = 1, 2$, которые подчиняются коммутационным соотношениям алгебры $su(2)$: $[S_m^\dagger, S_m^-] = S_{2m} \delta_{mm'}$. Для анализа (4) используем обычный

двухчастичный базис $|e\rangle = |11\rangle, |f\rangle = |10\rangle, |l\rangle = |01\rangle, |g\rangle = |00\rangle$, где $|1\rangle$ и $|0\rangle$ – верхнее и нижнее состояния атомов. Будем считать, что в начальном состоянии оба атома находились на нижнем уровне, были независимыми и имели одинаковые константы релаксации $\gamma = C_1 = C_2$. Тогда у начальной матрицы плотности будет только один ненулевой матричный элемент $\rho_{gg}(0)$.

Эволюция каждого атома подчиняется известным уравнениям (6), которые описывают релаксацию двухуровневого атома в сжатом термостате [4]. Полагая в (3) фазы $\phi_1 = \pi, \phi_2 = 0$, что соответствует перепутанному термостату, найдем стационарные решения (6), которые имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \rho_{ff} = \rho_{ll} = & D_1^{-1} \left[(\mathcal{K}_{12}^{+,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,+}) \times \right. \\ & \times \left(2\mathcal{K}_{21}^{+,-} \mathcal{K}_{11}^{-,-} + \mathcal{K}_{11}^{+,-} (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) \right) - \\ & - (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) \left(\mathcal{K}_{21}^{+,-} (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (\mathcal{K}_{12}^{+,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,+})^2 \right) + \\ & \left. + \frac{D_0}{2} \left(\mathcal{K}_{11}^{+,-} (1 - \langle S_z \rangle) + \mathcal{K}_{11}^{-,+} (1 + \langle S_z \rangle) \right) \right], \\ \rho_{ee} = \frac{1}{2} (1 + \langle S_z \rangle) - \rho_{ll}, \quad \rho_{gg} = \frac{1}{2} (1 - \langle S_z \rangle) - \rho_{ll}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_{lf} = \rho_{fl} = & D_0^{-1} \left[2\rho_{ll} \left(2\mathcal{K}_{11}^{+,-} (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) - \right. \right. \\ & - (\mathcal{K}_{21}^{+,-} + \mathcal{K}_{12}^{-,+}) (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) \left. \left. - \mathcal{K}_{11}^{+,-} (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} (\mathcal{K}_{12}^{+,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,+}) (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) \right], \\ \rho_{eg} = \rho_{ge} = & D_0^{-1} \left[2\rho_{ll} \left(2\mathcal{K}_{11}^{-,-} (\mathcal{K}_{12}^{+,-} + \mathcal{K}_{21}^{+,-}) - \right. \right. \\ & - (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) \left. \left. - \mathcal{K}_{11}^{-,-} (\mathcal{K}_{12}^{+,-} + \mathcal{K}_{21}^{+,-}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) \right], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} D_1 = & 2 \left[(\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) D_0 + \mathcal{K}_{21}^{+,-} \left(4\mathcal{K}_{11}^{-,-} (\mathcal{K}_{12}^{+,-} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \mathcal{K}_{21}^{-,+}) - 2(\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) \right) + \right. \\ & \left. + (\mathcal{K}_{12}^{+,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,+}) \left(2\mathcal{K}_{11}^{+,-} (\mathcal{K}_{12}^{-,-} + \mathcal{K}_{21}^{-,-}) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (\mathcal{K}_{21}^{+,-} + \mathcal{K}_{12}^{-,+}) (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+}) \right) \right], \\ D_0 = & (\mathcal{K}_{11}^{+,-} + \mathcal{K}_{11}^{-,+})^2 - 4\mathcal{K}_{11}^{-,-} \mathcal{K}_{11}^{+,-}, \end{aligned}$$

а стационарная инверсия атомов определяется соотношением

$$\langle S_z \rangle = -\frac{1}{\text{sh}^2 r_1 + \text{sh}^2 r_2 + 1}. \quad (11)$$

Чтобы определить, является ли найденное стационарное состояние атомов (10) перепутанным или несепарабельным, воспользуемся критерием Переса-Хородецких [12], который в данном случае носит необходимый и достаточный характер. Согласно критерию, для несепарабельного состояния матрица плотности, транспонированная по одному из атомов, будет иметь отрицательные собственные числа. В данном случае собственные числа матрицы плотности, транспонированной по второму атому, удовлетворяют уравнению $[(\rho_{ff} - \lambda)(\rho_{ii} - \lambda) - \rho_{eg}^2][(\rho_{ee} - \lambda)(\rho_{gg} - \lambda) - \rho_{if}^2] = 0$. Используя стационарные решения (10), найдем, что одно из собственных чисел $\Lambda = \rho_{ii} - \rho_{eg}$ может принимать отрицательные значения. На рис.1 приведена зависимость Λ от па-

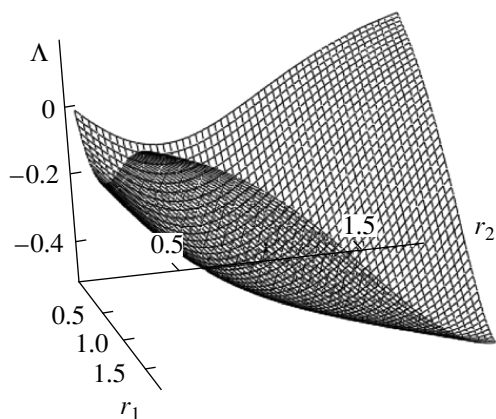


Рис.1. Отрицательное собственное значение частично транспонированной двухатомной матрицы плотности в зависимости от параметров сжатия исходных источников

раметров сжатия r_1, r_2 . Видно, что для симметричного случая $r = r_1 = r_2$ степень перепутывания двух атомов растет с ростом r . В области больших $r \gg 1$ значение собственного числа $\Lambda \rightarrow (-0.5)$, что означает несепарабельность состояния атомов. Для несимметричного случая $r_1 > 0$ и $r_2 = 0$, когда термостат образован путем смешения сжатого света и вакуума, имеем несепарабельное состояние $\Lambda_{\min} = -0.129$ при $r_1 = 0.44$. При увеличении параметра сжатия r_1 несепарабельное состояние переходит в сепарабельное: при $r = 1.05$ значение $\Lambda = 0$ и становится положительным при дальнейшем увеличении r_1 . Физической причиной разрушения несепарабельности в этой области параметров является то, что величина двухатомной когерентности стремится к нулю с ростом r_1 .

В данном случае перепутанность или квантовые корреляции фотонного термостата переносятся на систему другой физической природы – атомы. Однако система, которая взаимодействует с перепутанным термостатом, может также иметь и разную физическую природу, например, для атома и моды электромагнитного поля.

5. Квантовые корреляции атома и резонаторной моды. Рассмотрим моду электромагнитного поля, выделенную высокодобротным резонатором, и двухуровневый атом, которые взаимодействуют с термостатом. В этом случае эволюция описывается уравнением (5), где операторы X^\dagger, X являются операторами рождения и уничтожения a^\dagger, a резонаторной моды, а Y^\dagger, Y – атомные операторы S^+, S^- , описывающие переход атома между уровнями. При описании состояний такой системы возникает особенность, связанная с тем, что поле имеет непрерывный набор состояний, а атом – дискретный. Для такого сочетания какие-нибудь критерии, определяющие несепарабельность смешанных состояний, неизвестны.

Введем коллективные операторы

$$A^\dagger = a^\dagger(S^+ + iS^-), \quad A = a(S^- - iS^+). \quad (12)$$

Они подчиняются бозонным коммутационным соотношениям $[A, A^\dagger] = 1$, имеют неотрицательное среднее $\langle A^\dagger A \rangle = \langle a^\dagger a \rangle$. Эти свойства позволяют рассматривать введенные операторы как операторы рождения и уничтожения возбуждений в системе атом и мода. Это означает, что такая смешанная система имеет бозонные свойства.

Чтобы описать квантовые корреляции атома и моды, введем для них канонические операторы импульса и координаты $\hat{Q} = (1/2)(A^\dagger + A)$, $\hat{P} = (1/2i)(A^\dagger - A)$, для которых следует стандартное соотношение неопределенностей $\langle (\Delta \hat{Q})^2 \rangle \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle \geq 1/16$. Это соотношение является основой для критерия сжатых состояний квантового осциллятора. Если дисперсия импульса или координаты меньше, чем их дисперсия для когерентного состояния, у которого $\langle (\Delta \hat{Q})^2 \rangle = \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle = (1/4)$, то состояние является сжатым по координате или импульсу. Сжатое состояние для системы из атома и моды будет означать наличие квантовых корреляций между ними, но отсюда еще нельзя установить перепутанность атома и моды, если их состояние смешанное.

Рассматривая дисперсии наблюдаемых \hat{Q} и \hat{P} , найдем, что они выражаются через билинейные комбинации типа $\langle a^\dagger a \rangle, \langle a^2 \rangle, \langle S^+ a^\dagger \rangle, \langle S^- a^\dagger \rangle$, для которых из (5) следуют стационарные решения:

$$\begin{aligned} \langle a^\dagger a \rangle &= \mathcal{K}_{11}^{\dagger,-}, \quad \langle aa^\dagger \rangle = \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger}, \quad \langle a^2 \rangle = \mathcal{K}_{11}^{-,-}, \\ \langle S^+ a^\dagger \rangle &= D^{-1} \sqrt{C_1 C_2} \langle S_z \rangle \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{2} [C_2 (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) + C_1] \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} + C_2 \mathcal{K}_{12}^{\dagger,-} \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger} \right\}, \\ \langle S^- a^\dagger \rangle &= D^{-1} \sqrt{C_1 C_2} \langle S_z \rangle \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{2} [C_2 (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-}) + C_1] \mathcal{K}_{21}^{\dagger,-} + C_2 \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} \mathcal{K}_{22}^{-,-} \right\}, \end{aligned}$$

где $D = \frac{1}{4}(C_1 + \Gamma_+)(C_1 + \Gamma_-)$, $\Gamma_{\pm} = C_2 (\mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} + \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} \mp 2\sqrt{\mathcal{K}_{22}^{-,-} \mathcal{K}_{22}^{\dagger,\dagger}})$, а стационарное среднее значение инверсии $\langle S_z \rangle$ определено согласно (11). Из найденных решений следует, что между атомом и модой возникает корреляция, источником которой является перепутанный термостат.

Рассмотрим характер возникающего состояния, полагая в (3) фазы равными $\phi_1 = 0, \phi_2 = \pi$ и считая, что $C_1 = C_2$. Поведение дисперсии канонической координаты $\langle (\Delta \hat{Q})^2 \rangle$ для области значений параметров сжатия r_1, r_2 , где ее значение меньше 1/4, представлено на рис.2. Это означает, что состояние

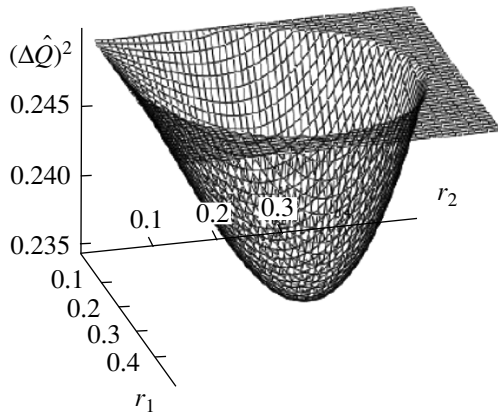


Рис.2. Дисперсия координаты коллективной атомно-полевой системы в зависимости от параметров сжатия исходных источников для области сжатых состояний системы. Линия, ограничивающая верхнее основание фигуры, область когерентных состояний

атома и моды является сжатым по этой наблюдаемой. Заметим, для этого необходимо, чтобы термостат был образован смешением двух сжатых мод. В противном случае, если одна из мод термостата находится, например, в вакуумном состоянии, то дисперсия $\langle (\Delta \hat{Q})^2 \rangle \geq 0.25$, что свидетельствует о классических корреляциях между атомом и модой. Оптимальное сжатие $\langle (\Delta \hat{Q})^2 \rangle = 0.235$ достигается при $r_1 = r_2 = 0.25$. Дисперсия канонически сопряженного импульса $\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle$ в данном случае при любых значениях параметров сжатия остается больше, чем для когерентного состояния. Значения r_1, r_2 , при ко-

торых атом и мода будут находиться в когерентном состоянии, на рис.2 определяются линией, ограничивающей верхнее основание фигуры.

Из представленного рассмотрения можно сделать следующие выводы. Широкополосные пучки перепутанного света могут играть роль термостата, квантовые свойства которого, в частности перепутанность, будут переноситься на взаимодействующие с ним системы. Эти системы могут иметь разную физическую природу. При взаимодействии с модами электромагнитного поля перепутанность термостата может почти полностью передаваться двум модам или двум атомам, когда образуется почти идеальная ЭПР пара. Более сложным оказывается случай, когда с перепутанным термостатом взаимодействует атом и поле. Здесь можно говорить о квантовой корреляции между атомом и модой, эта система со смешанной природой обнаруживает бозонные свойства и может быть описана некоторыми коллективными бозонными операторами. Варьирование параметрами термостата приводит к возникновению сжатого и когерентного состояний атома и моды. С формальной точки зрения рассмотренный перенос квантовых корреляций осуществляется путем неунитарной эволюции.

Авторы признательны С.П. Кулику за полезные обсуждения.

1. P. van Loock and S. L. Braunstein, Phys. Rev. Lett. **84**, 3482 (1998).
2. J.-W. Pan, D. Bouwmeester, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **80**, 3891 (1998).
3. N. Takei, H. Yonezawa, T. Aoki, and A. Furusawa, Phys. Rev. Lett. **94**, 220502 (2005).
4. C. W. Gardiner, Phys. Rev. Lett. **56**, 1917 (1986).
5. G. M. Palma and P. L. Knight, Phys. Rev. A **39**, 1962 (1989).
6. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ, **75**, 151 (2002); ЖЭТФ **121**, 1249 (2002).
7. P. van Loock, S. L. Braunstein, and H. J. Kimble, Phys. Rev. A **62**, 022309 (2000); Г. О. Рытиков, М. В. Чехова, ЖЭТФ **134**, 1082 (2008).
8. M. Paternostro, W. Son, M. S. Kim et al., Phys. Rev. A **70**, 022320 (2004).
9. B. Kraus, H. P. Buchler, S. Dieh et al., Phys. Rev. A **78**, 042307 (2008).
10. C. W. Gardiner and M. J. Collett, Phys. Rev. A **31**, 3761 (1985).
11. А. М. Башаров, ЖЭТФ **111**, 25 (1997); В. Н. Горбачев, А. И. Трубилю, ЖЭТФ **132**, 355 (2007).
12. A. Peres, Phys. Rev. Lett. **77**, 1413 (1996); M. Horodecki, P. Horodecki, and R. Horodecki, Phys. Lett. A **223**, 1 (1996).