

Осцилляции амплитуды эха в стеклах в магнитном поле за счет диполь-дипольного взаимодействия ядер

А. В. Шумилин¹⁾, Д. А. Паршин

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 195251 Санкт-Петербург, Россия

* Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 15 апреля 2009 г.

Проведено теоретическое исследование влияния магнитного поля на амплитуду дипольного эха в стеклах (при температурах порядка 10 мК), вызванного диполь-дипольным взаимодействием ядерных спинов. Показано, что изменение взаимного расположения ядерных спинов при туннелировании вместе с их зеемановской энергией E_H взаимодействия с внешним магнитным полем приводят к немонотонной зависимости амплитуды дипольного эха от магнитного поля. Обнаружено, что в экспериментально значимых случаях справедливо приближение, согласно которому энергия диполь-дипольного взаимодействия ядер E_d много меньше зеемановской энергии. Установлено, что в этом приближении амплитуда дипольного эха может быть описана простой универсальной аналитической функцией, не зависящей от микроскопической структуры двухуровневых систем. Без единого подгоночного параметра (кроме амплитуды эха, которая неизвестна) получено очень хорошее количественное согласие теории с экспериментальными данными.

PACS: 61.43.Fs, 76.60.-k, 81.05.Kf

1. Введение. Известно, что при температурах ниже 1 К стекла проявляют ряд универсальных свойств, практически не зависящих от их состава и принципиально отличающихся от свойств аналогичных кристаллов. Эти свойства традиционно описываются в рамках модели двухуровневых систем (ДУС) [1]. Одним из подобных свойств является наличие в стеклах двухимпульсного дипольного эха – запаздывающего отклика на два высокочастотных электромагнитных импульса.

При подаче на стекло двух электромагнитных импульсов с частотой порядка 1 ГГц, разделенных промежутком времени τ (много большим продолжительности импульсов), можно наблюдать отклик в поляризации стекла через время τ после действия второго импульса. Особый интерес представляет ярко выраженная немонотонная зависимость амплитуды двухимпульсного эха от магнитного поля, наблюдавшаяся при температурах $\simeq 10$ мК, при отсутствии в стекле парамагнитных центров [2]. Причина этого интересного явления некоторое время оставалась неизвестной, вплоть до появления работ [3–6], в которых эта зависимость связывалась с наличием в стекле атомов, обладающих ядерным квадрупольным моментом.

За счет взаимодействия магнитного момента ядра с внешним магнитным полем (зеемановское вза-

имодействие) и ядерного квадрупольного момента с градиентом внутреннего электрического поля уровня ДУС расщепляются на две почти одинаковые серии уровней. Характерные энергии тонкого расщепления составляют 10^{-21} эрг (что соответствует частоте порядка 100 кГц), это много меньше характерной энергии ДУС 50 мК, определяемой частотой возбуждающих импульсов в 1 ГГц. Из-за того, что градиент внутреннего поля различен в разных положениях ДУС, тонкое расщепление зависит от туннельного состояния двухуровневой системы, что в конечном счете приводит к немонотонной зависимости амплитуды дипольного эха от магнитного поля [3, 5, 6].

В качестве доказательства этой гипотезы приводились результаты измерений амплитуды двухимпульсного эха в глицероле ($C_3H_8O_3$) [4], в котором при замене водорода, не обладающего ядерным квадрупольным моментом, на дейтерий (ядерный спин которого равен 1, вследствие чего дейтерий имеет маленький квадрупольный момент) амплитуда эха возрасла больше чем на порядок.

Эти осцилляции исследовались теоретически в работах [4–8]. В частности, в работах [4–6] было дано качественное объяснение наблюдавшихся эффектов. В работах [7, 8], был проведен численный расчет амплитуды дипольного эха в глицероле в магнитном поле, достаточно хорошо согласующийся с экспериментальными данными.

¹⁾e-mail: hegny@list.ru

В нашей предыдущей работе [9] нам удалось качественно, а в ряде случаев и количественно сопоставить полученные нами аналитические выражения для амплитуды эха в стеклах с электрическими квадрупольными моментами ядер непосредственно с экспериментальными результатами. Однако вплоть до работ [7, 8] существование малых осцилляций амплитуды дипольного эха в стеклах лишь только со сферическими ядрами (без квадрупольных моментов), как это имело место в глицероле, не содержащем дейтерия ($C_3H_8O_3$), оставалось необъясненным. Наличие очень малого количества естественной примеси изотопа ^{17}O (0.037%), также имеющего ядерный квадрупольный момент, не позволяло объяснить наблюдавшиеся осцилляции.

В работе [7] было высказано предположение, что в случае недейтерированного $C_3H_8O_3$ вместо квадрупольного взаимодействия ядер с внутренним полем к зависимости амплитуды эха от магнитного поля может приводить диполь-дипольное взаимодействие ядерных магнитных моментов атомов водорода (спин i , соответственно, магнитный момент основных изотопов углерода ^{12}C и кислорода ^{16}O равны нулю). Подобное взаимодействие также создает (вместе с земановским) тонкое расщепление уровней двухуровневой системы, зависящее от туннельного состояния ДУС.

В [8] был проведен численный расчет амплитуды эха в дейтерированном глицероле $C_3D_5H_3O_3$ (при учете всех спинов атомов водорода и квадрупольных моментов дейтерия) в предположении, что туннелирование ДУС представляет собой поворот как целого одной молекулы глицерола. При этом, хотя расчет продемонстрировал хорошее согласие теории с экспериментом в области больших полей и полукалическое в области малых магнитных полей (где за эффект отвечает диполь-дипольное взаимодействие), предположение о вращательном характере туннелирования не было обосновано.

Цель настоящей работы состоит в получении аналитических результатов для зависимости амплитуды дипольного эха от магнитного поля в случае отсутствия в стекле несферических ядер при учете только диполь-дипольного взаимодействия ядерных спинов и сравнения их с экспериментальными данными по недейтерированному глицеролу.

2. Общая теория зависимости амплитуды дипольного эха от магнитного поля. В работе [6] была получена общая формула, определяющая амплитуду дипольного эха в произвольной системе, состоящей из двух одинаковых серий уровней, разделенных

энергией, много большей энергетических интервалов внутри серий:

$$P_{\text{echo}} \propto -\frac{i}{N} V_1 V_2^2 \times \sum_{n,k} e^{i(E_n - E_k)\tau/\hbar} \left| \sum_m \alpha_{nm}^{(12)} \alpha_{km}^{*(12)} e^{iE_m \tau/\hbar} \right|^2. \quad (1)$$

Здесь P_{echo} – амплитуда дипольного эха, V_1, V_2 – амплитуды первого и второго возбуждающих электрических импульсов, E_n – энергии тонкого расщепления уровней ДУС, N – полное количество уровней тонкого расщепления и $\alpha_{nm}^{(12)}$ – матричный элемент перехода между n -м нижним и m -м верхним уровнями расщепленной ДУС во время действия возбуждающих импульсов.

Для того чтобы воспользоваться этой формулой, нам необходимо найти энергию тонкого расщепления и матричные элементы перехода в произвольном магнитном поле. Для этого выпишем гамильтониан системы, учитывающий, во-первых, туннелирование атомов ДУС, а во-вторых, энергию ядерных спинов, создающие тонкое расщепление.

$$\hat{H}_{\text{tot}} = \hat{H}_{\text{tls}} \otimes \hat{1}_J + \hat{1}_{\text{tls}} \otimes \hat{W}_J + \sigma_{z,\text{tls}} \otimes \hat{V}_J + (\hat{\mathbf{d}}_{\text{tls}} \mathbf{F}) \otimes \hat{1}_J. \quad (2)$$

Здесь \hat{H}_{tls} – гамильтониан ДУС в координатном представлении (без учета тонкого расщепления). $\hat{1}_{\text{tls}}, \hat{1}_J$ – единичные матрицы в пространствах ДУС (2×2) и проекций всех ядерных спинов, соответственно, $\sigma_{z,\text{tls}}$ – матрица Паули для двухуровневой системы, $\hat{\mathbf{d}}_{\text{tls}} = \mathbf{d}\sigma_{z,\text{tls}}$ – оператор электрического дипольного момента двухуровневой системы \mathbf{d} , \mathbf{F} – внешнее (возбуждающее) электрическое поле.

Спиновые операторы \hat{W}_J и \hat{V}_J – соответственно, симметричная и антисимметрическая (относительно смещения ДУС) части спинового гамильтониана \hat{H}_J :

$$\hat{H}_J^{(1,2)} = \sum_i \hat{\mu}_i \mathbf{H} + \frac{1}{2} \sum_{ij} \left[\frac{\hat{\mu}_i \hat{\mu}_j}{r_{ij}^3} - 3 \frac{(\hat{\mu}_i \mathbf{r}_{ij})(\hat{\mu}_j \mathbf{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right]. \quad (3)$$

Здесь $\hat{\mu}_i = \mu_i \hat{\mathbf{J}}_i / J_i$ – оператор магнитного момента i -го ядра, $\hat{\mathbf{J}}_i$ – оператор его спина, \mathbf{H} – внешнее магнитное поле. Радиус вектор $\mathbf{r}_{ij} \equiv \mathbf{r}_{ij}^{(1,2)}$, проведенный из i -го ядра в j -е может зависеть от положения ДУС (1), (2). Суммирование ведется по всем туннелирующим ядрам. Соответственно,

$$\hat{W}_J = \frac{\hat{H}_J^{(1)} + \hat{H}_J^{(2)}}{2}, \quad \hat{V}_J = \frac{\hat{H}_J^{(1)} - \hat{H}_J^{(2)}}{2}. \quad (4)$$

Заметим, что первое слагаемое спинового гамильтониана (3), связанное с внешним магнитным полем (зеемановская часть), не содержит векторов \mathbf{r}_{ij} , меняющихся при туннелировании ДУС, и, таким образом, не вносит вклада в антисимметричную часть гамильтониана \widehat{V}_J . Диполь-дипольное взаимодействие (второе слагаемое в гамильтониане (3)) входит в оба оператора \widehat{W}_J и \widehat{V}_J .

Для того чтобы получить величины, связанные с тонким расщеплением, запишем гамильтониан (2), взяв в качестве базиса для ДУС стационарные волновые функции верхнего и нижнего уровней, а для спиновых переменных – собственные функции оператора \widehat{W}_J :

$$\begin{aligned} \widehat{H}_{\text{tot}} = & \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix} \otimes \widehat{1}_J + \widehat{1}_\sigma \otimes \widehat{\widetilde{W}}_J + \\ & + (\mathbf{F} \cdot \mathbf{d}) \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} \otimes \widehat{1}_J + \\ & + \frac{1}{E} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix} \otimes \widehat{\widetilde{V}}_J. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь Δ – разница минимумов энергии двухъядерного потенциала, Δ_0 – амплитуда туннелирования исходной (нерасщепленной) ДУС, $E = \sqrt{\Delta^2 + \Delta_0^2}$ – полная энергия ДУС (без учета эффектов тонкого расщепления). Знакок тильда над операторами \widehat{W}_J и $\widehat{\widetilde{V}}_J$ соответствует выбору в качестве базиса собственных волновых функций оператора \widehat{W}_J . В этом базисе $\widehat{\widetilde{W}}_J$ – диагональная матрица.

Мы предполагаем, что характерные длины туннелирования ядер много меньше характерных межатомных расстояний, и, следовательно, $\widehat{\widetilde{V}}_J$ мал относительно \widehat{W}_J и может рассматриваться в рамках теории возмущений. Ограничивааясь членами, пропорциональными $\widehat{\widetilde{V}}_J^2$, в матричных элементах перехода получим для амплитуды дипольного эха

$$P_{\text{echo}} \propto \left(\frac{\Delta_0}{E} \right)^4 \times \times \left[1 - \frac{64}{N} \left(\frac{\Delta}{E} \right)^2 \sum_{n,m>n} \left| (\widetilde{V}_J)_{nm} \right|^2 \frac{\sin^4(\varepsilon_{nm}\tau/2\hbar)}{\varepsilon_{nm}^2} \right] \quad (6)$$

(ср., например, [6]). Здесь $\varepsilon_{nm} = (\widetilde{W}_J)_{nn} - (\widetilde{W}_J)_{mm} \equiv E_n - E_m$ – разности энергий тонкого расщепления ДУС.

Выражение (6) позволяет рассчитать амплитуду эха от одной ДУС. Для получения наблюдаемой амплитуды дипольного эха всего образца необходимо

провести суммирование по всем двухуровневым системам.

Для получения выражения для расстояний между уровнями тонкого расщепления ε_{nm} необходимо провести диагонализацию матрицы \widehat{W}_J , что невозможно сделать аналитически даже в простейшем случае двух взаимодействующих спинов 1/2 (матрица 4×4). Таким образом, для того чтобы продвинуться дальше, нам необходимо провести какие-то упрощения.

Экспериментально, немонотонная зависимость амплитуды дипольного эха от магнитного поля в $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$ наблюдалась в магнитных полях $H \simeq 50 \text{ Гц}$, что соответствует зеемановской энергии $E_H \simeq 0.7 \cdot 10^{-21} \text{ эрг}$. Энергию диполь-дипольного взаимодействия между двумя ядрами атомов водорода, находящимися на расстоянии 1.9 Å (минимальное расстояние между атомами водорода в глицероле), можно оценить как $E_d \simeq 1.5 \cdot 10^{-22} \text{ эрг}$, что примерно на порядок меньше зеемановской энергии.

3. Приближение малого диполь-дипольного взаимодействия. Работая в приближении $E_d \ll \ll E_H$, мы пренебрежем диполь-дипольным взаимодействием в выражении для \widehat{W}_J . Тем не менее, необходимо сохранить это взаимодействие в \widehat{V}_J , где нет слагаемых, имеющих порядок E_H .

В этом случае собственными функциями \widehat{W}_J будут состояния с определенными проекциями всех ядерных спинов на направление магнитного поля. Можно заметить, что тогда существуют только матричные элементы перехода $(\widetilde{V}_J)_{nm}$, соответствующие изменению проекций всего двух спинов. Это позволяет свести задачу для произвольного числа диполь-дипольно взаимодействующих ядерных спинов к задаче об одной паре спинов. Мы ограничимся также рассмотрением пар одинаковых ядер со спинами 1/2. В этом случае оператор \widehat{W}_J можно записать следующим образом:

$$\widehat{W}_J = \mu H (\widehat{\mathbf{J}}_1/J_1 + \widehat{\mathbf{J}}_2/J_2), \quad (7)$$

где μ – магнитный момент ядра, $\widehat{\mathbf{J}}_1$ и $\widehat{\mathbf{J}}_2$ – операторы спинов взаимодействующих ядер. В матричном виде этот оператор записывается как

$$\widehat{W}_J = \begin{pmatrix} 2\mu H & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\mu H \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Нетрудно заметить, что в этом случае существуют четыре разности энергий ε_{nm} , равных $2\mu H$, и одна $\varepsilon_{14} = 4\mu H$ (равная нулю ε_{23} не вносит вклада в амплитуду эха).

Для того чтобы явно выразить амплитуду эха с помощью выражения (6), необходимо также вычислить средние квадраты матричных элементов $|\langle \tilde{V}_J \rangle_{nm}|^2$. Для оператора $\hat{\tilde{V}}_J$ в случае двух ядер запишем, с учетом малости длины туннелирования,

$$\hat{\tilde{V}}_J = \delta_{\mathbf{r}_{12}} \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_{12}} \left[\frac{\hat{\mu}_1 \hat{\mu}_2}{r_{12}^3} - 3 \frac{(\hat{\mu}_1 \mathbf{r}_{12})(\hat{\mu}_2 \mathbf{r}_{12})}{r_{12}^5} \right]. \quad (9)$$

Взяв в явном виде градиент и вынеся в качестве общего множителя модули $\delta_{\mathbf{r}_{12}}$, \mathbf{r}_{12} и $\hat{\mu}_{1,2}$, можно переписать выражение (9) в виде

$$\hat{\tilde{V}}_J = \mu^2 \frac{\delta_{\mathbf{r}_{12}}}{r_{12}^4} \hat{\sigma}_{1,\alpha} \hat{\sigma}_{2,\beta} N_{\alpha\beta}(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_{\delta_r}). \quad (10)$$

Здесь греческие индексы нумеруют декартовые координаты, $\hat{\sigma}_{1,\alpha}, \hat{\sigma}_{2,\beta}$ – матрицы Паули для первого и второго спинов, соответственно; $N_{\alpha\beta}(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_{\delta_r})$ – симметричный тензор второго ранга, зависящий только от направлений векторов \mathbf{r} ($\mathbf{n}_r = \mathbf{r}/r$) и $\delta_{\mathbf{r}}$ ($\mathbf{n}_{\delta_r} = \delta_{\mathbf{r}}/\delta r$).

Для того чтобы получить интересующие нас выражения для $|\langle \tilde{V}_J \rangle_{nm}|^2$, необходимо выразить из (10) один матричный элемент, возвести его в квадрат по модулю и провести усреднение по направлениям векторов \mathbf{n}_r и \mathbf{n}_{δ_r} (нетрудно заметить, что оно затронет только тензор $N_{\alpha\beta}$). Для этого введем новую нумерацию элементов $\hat{\tilde{V}}_J$: $\langle \tilde{V}_J \rangle_{nm} = \langle \tilde{V}_J \rangle_{(pr)(qs)}$. Здесь индексы $p, q = \pm 1$ нумеруют состояния первого спина, а индексы $r, s = \pm 1$ – второго. Соответственно, $n = (pr)$, $m = (qs)$. В этих обозначениях

$$|\langle \tilde{V}_J \rangle_{(pr)(qs)}|^2 = \mu^4 \frac{\delta r^2}{r^8} \times \\ \times \sigma_{1,\alpha,pq} \sigma_{2,\beta,rs} \sigma_{1,\xi,pq}^* \sigma_{2,\zeta,rs}^* \langle N_{\alpha\beta} N_{\xi\zeta} \rangle. \quad (11)$$

Здесь $\sigma_{1,\alpha,pq}$ – элемент pq матрицы Паули σ_α , действующей на волновые функции первого спина, а $\sigma_{2,\beta,rs}$ – второго.

Изотропия стекла позволяет выразить симметричный тензор $\langle N_{\alpha\beta} N_{\xi\zeta} \rangle$ через две константы $\langle N_{\alpha\beta} N_{\xi\zeta} \rangle = A \delta_{\alpha\beta} \delta_{\xi\zeta} + B (\delta_{\alpha\xi} \delta_{\beta\zeta} + \delta_{\alpha\zeta} \delta_{\beta\xi})$. Однако с помощью непосредственных вычислений можно показать, что соответствующая константе A величина $\sigma_{1,\alpha,pq} \sigma_{2,\beta,rs} \sigma_{1,\xi,pq}^* \sigma_{2,\zeta,rs}^* \delta_{\alpha\beta} \delta_{\xi\zeta} = |\sigma_{1,pq} \cdot \sigma_{2,rs}|^2$ содержит только диагональные элементы и элементы, соответствующие переходу между вырожденными 2-м и 3-м уровнями \hat{W}_J . И те и другие не вносят вклада в амплитуду эха, и, следовательно, все значимые матричные элементы $|\langle \tilde{V}_J \rangle_{nm}|^2$ могут быть выражены через одну константу B .

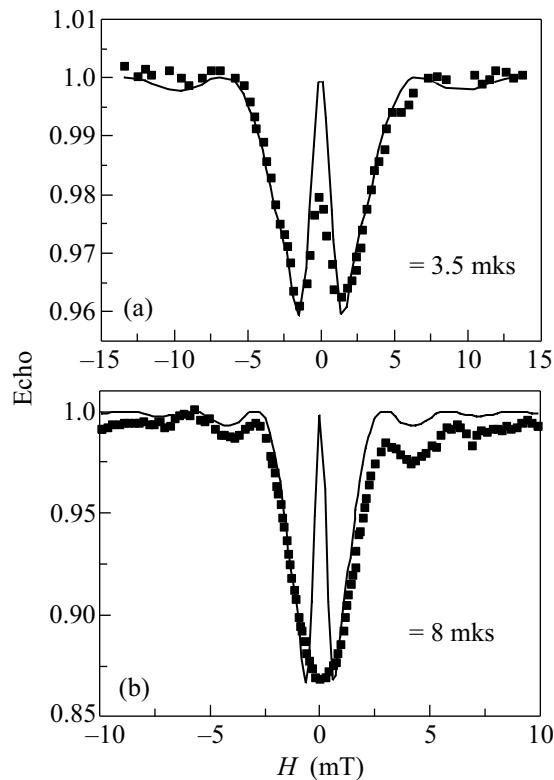
Проведя вычисления, приходим к итоговому выражению для амплитуды дипольного эха

$$P_{\text{echo}} \propto 1 - C \left[\frac{\sin^4(\mu H \tau / \hbar)}{(\mu H \tau)^2} + \frac{\sin^4(2\mu H \tau / \hbar)}{4(\mu H \tau)^2} \right], \quad (12)$$

где C – константа, не зависящая от магнитного поля.

Заметим, что при выводе (12) мы не делали никаких предположений о соотношении \mathbf{n}_r и \mathbf{n}_{δ_r} , и, следовательно, (12) никак не зависит от того, как именно туннелируют атомы, то есть от микроскопической структуры ДУС.

Проведем сравнение (12) с измерениями [4, 10] зависимости амплитуды дипольного эха от магнитного поля в глицероле (рисунок). Видно, что с μ , рав-



Сопоставление (12) с экспериментальными данными по глицеролу [4, 10] при (a) $\tau = 3.5$ мкс и (b) $\tau = 8$ мкс. Величина μ взята равной магнитному моменту протона

ним магнитному моменту протона без всяких подгночных параметров (за исключением константы C , которая задает вертикальный масштаб), аналитическая кривая достаточно хорошо описывает экспериментальные данные вплоть до области малых магнитных полей ($\lesssim 1$ мТл), в которой, по всей видимости, не выполняется условие $E_H \gg E_d$.

3.1. Условия применимости. Немонотонное поведение зависимости амплитуды дипольного

эха от магнитного поля определяется выражением $\sin^4(\varepsilon_{nm}\tau/2\hbar)$ в (6). Это соответствует характерным энергиям $\varepsilon_{nm} \simeq 2\hbar/\tau$. В случае, если $E_d \ll 2\hbar/\tau$ (или, что то же самое, $\tau \ll 2\hbar/E_d$), можно ожидать, что условие $E_d \ll E_H$ будет выполняться для основного участка зависимости. В противном случае необходим точный учет диполь-дипольного взаимодействия, при котором, в частности, невозможно свести задачу к задаче о двух туннелирующих ядрах. Это хорошо согласуется с тем, что теория лучше описывает экспериментальные данные для случая $\tau = 3.5$ мкс, чем для $\tau = 8$ мкс (см. рисунок) в области малых магнитных полей.

Заметим, что в рассмотренном нами случае горизонтальный масштаб зависимости амплитуды эха от магнитного поля определяется временем τ . Таким образом, при изменении времени между импульсами, зависимость $P_{\text{echo}}(H)$ должна масштабироваться по оси абсцисс как $1/\tau$. В противоположном случае, $E_d \gtrsim 2\hbar/\tau$, горизонтальный масштаб зависимости будет определяться соотношением $E_H \approx E_d$ и не зависеть от времени между импульсами. Этот факт можно использовать в качестве экспериментального критерия выполнения условия малости диполь-дипольного взаимодействия.

Подводя итог, можно сказать, что в экспериментально наблюдаемом случае $\tau \ll 2\hbar/E_d$ зависимость дипольного эха от магнитного поля, вызванная диполь-дипольным взаимодействием одного типа ядер, имеет универсальный вид, не зависящий от микроскопической структуры ДУС. Он хорошо описывается простой аналитической формулой. Без единого подгоночного параметра (кроме амплитуды эха) получено очень хорошее согласие теории с экспериментальными данными по эху в недейтерированном глицероле. При больших значениях промежутка време-

ни между возбуждающими импульсами, $\tau \gtrsim 2\hbar/E_d$, универсальный вид зависимости нарушится, что может позволить с помощью численного моделирования получить информацию о микроскопической структуре двухуровневых систем [11].

Авторы благодарят А. Фляйшмана и М. Базрафшан за плодотворные дискуссии.

А. Шумилин благодарит мэрию Санкт-Петербурга за финансовую помощь в виде гранта для студентов и аспирантов за 2008 г. (кандидатский проект, регистрационный № 2.4/4-05/103).

1. *Amorphous Solids Low-Temperature Properties*, Eds. W. A. Phillips, Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York (1981).
2. S. Ludwig, C. Enss, P. Strehlow, and S. Hunklinger, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 075501 (2002).
3. A. Wurger, A. Fleischmann, and C. Enss, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 237601 (2002).
4. P. Nagel, A. Fleischmann, S. Hunklinger, and C. Enss, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 245511 (2004).
5. A. Wurger, *J. Low Temp. Phys.* **137**, 143 (2004).
6. D. A. Parshin, *J. Low Temp. Phys.* **137**, 233 (2004).
7. A. Fleischmann, *Intern. Workshop on Quantum Disordered Systems, Glassy Low-Temperature Physics and Physics at the Glass Transition*, March 13–24, Max-Planck-Institut für Physik komplexer Systeme, Dresden Germany, 2006.
8. M. Bazrafshan, G. Fickenscher, M. v Schickfus et al., *J. Phys.: Conf. Ser.* **92**, 012135 (2007).
9. А. Шумилин, Д. А. Паршин, Письма в ЖЭТФ **89**, 143 (2009).
10. Celine Rudiger, *Diplomarbeit*, Heidelberg, 2008.
11. G. Fickenscher, M. Bazrafshan, K. Reinhold et al., *J. Phys.: Conf. Ser.* **150**, 042032 (2009).