

# Происхождение ненулевого сдвига частоты сверхтонкого перехода в двумерном атомарном водороде

А. И. Сафонов<sup>1)</sup>, И. И. Сафонова, И. С. Ясников\*

Российский научный центр “Курчатовский Институт”, 123182 Москва, Россия

\*Тольяттинский государственный университет, 445667 Тольятти, Россия

Поступила в редакцию 26 мая 2009 г.

Предложено объяснение малого, но конечного сдвига частоты сверхтонкого перехода в двумерном атомарном водороде, адсорбированном на поверхности сверхтекучего гелия при  $T < 0.1$  К. Ненулевой сдвиг вызван, во-первых, взаимодействием адсорбированных атомов друг с другом, что эффективно уменьшает энергию их связи с поверхностью гелия на величину, пропорциональную их плотности, и, следовательно, уменьшает отклонение сверхтонкой постоянной от значения, характерного для свободных атомов. Кроме того, переход между сверхтонкими состояниями  $b$  и  $c$  смещен из-за разности взаимодействия атомов  $b$  и  $c$  с остаточными атомами в состоянии  $a$ , возникающими в результате одно- и двухчастичной ядерной релаксации. Это смещение также линейно по плотности двумерного газа. Суммарный вклад двух указанных механизмов качественно согласуется с экспериментально наблюдаемым значением сдвига.

PACS: 32.30.Dx, 32.70.Jz, 34.35.+a, 67.63.Gh

Сверхтонкие переходы в атомах, используемые в настоящее время в качестве стандартов времени [1], испытывают сдвиг частоты из-за взаимодействия со стенками резервуара (адсорбционный сдвиг или wall shift), с буферным газом (барометрический сдвиг или pressure shift) или друг с другом (контактный сдвиг или contact shift). Контактный, он же столкновительный, сдвиг вызван разностью длин рассеяния атомов в двух сверхтонких состояниях, связанных резонансным переходом. Было достаточно убедительно показано как теоретически, так и в экспериментах с ультра-холодными парами щелочных металлов, а именно, с бозонами  $^{87}\text{Rb}$  [2] и фермионами  $^6\text{Li}$  [3], что измеряемый сдвиг резонанса вследствие столкновений атомов в двух различных состояниях не зависит от когерентности и поляризации такой двухуровневой системы и полностью определяется статистикой атомов: величина сдвига есть равновесная разность энергий внутренних состояний атомов в полностью некогерентном образце, умноженной на двухчастичный коррелятор, который составляет  $g^{(2)} = 1$  для различимых частиц и бозе-конденсата,  $g^{(2)} = 2$  для тепловых бозонов и  $g^{(2)} = 0$  для фермионов [3].

В связи с этим вызывает особое удивление тот факт, что сдвиг частоты сверхтонкого перехода, наблюдавшийся в двумерном газе спин-поляризованных атомов водорода ( $\text{H}_\downarrow$ ) оказался в  $\sim 120$  раз меньше ожидаемого [4]. Это противоречие,

то есть фактическое отсутствие контактного сдвига и, соответственно, “фермионное” поведение атомарного водорода было позднее разрешено благодаря учету симметричного правила отбора, которое запрещает электронные триплет-синглетные переходы пар атомов: при поглощении кванта СВЧ электронные спины всех атомов поворачиваются когерентно, оставаясь параллельными друг другу, так что энергия взаимодействия не меняется [5]. В то же время природа малого, но ненулевого сдвига сверхтонкого перехода в атомарном водороде оставалась неясной. Этот вопрос недавно обсуждался в работах [6, 7]. Однако, как будет показано ниже, содержащиеся в них аргументы не объясняют происхождения ненулевого сдвига в двумерном случае.

В настоящей работе наблюдаемый сдвиг частоты перехода в двумерном атомарном водороде объясняется одновременным действием двух различных факторов, а именно, зависящим от плотности адсорбционным сдвигом и барометрическим сдвигом, вызванным присутствием остаточных атомов в сверхтонком состоянии, не участвующем в наблюдаемом резонансе и обладающем противоположной проекцией ядерного спина.

Основное состояние атома водорода в магнитном поле  $B$  расщепляется на четыре сверхтонких подуровня (в базисе  $|m_s, m_i\rangle$  в порядке возрастания энергии):

$$a = \cos \theta | - + \rangle - \sin \theta | + - \rangle, b = | - - \rangle, \\ c = \cos \theta | + - \rangle + \sin \theta | - + \rangle, d = | + + \rangle,$$

<sup>1)</sup>e-mail: safonov@issph.kiae.ru

где  $\pm$  обозначает  $\pm \frac{1}{2}$ ,  $\tan(2\theta) = A[(\gamma_e + \gamma_p)\hbar B]^{-1}$ ,  $\gamma_e(\gamma_p)$  – гиромагнитное отношение электрона (протона), а  $A/\hbar = 1420$  МГц – сверхтонкая постоянная водорода. Эксперименты [4] с  $\text{H}\downarrow$  проводились при  $T \sim 0.1$  К в сильном поле  $B = 4.6$  Тл, так что  $\gamma_e \hbar B \gg A$ ,  $k_B T$  и, следовательно, электронные спины атомов поляризованы. Более того, образец почти полностью состоял из атомов в дважды поляризованном состоянии  $b$ . Резонансная линия зеемановского перехода  $b \rightarrow c$  с переворотом электронного спина в атомах, адсорбированных на поверхности жидкого гелия, смещена по отношению к резонансу свободных атомов благодаря дипольному полю  $B_d$ , создаваемому спин-поляризованными атомами друг на друге [8]. Для исключения паразитной дипольной составляющей Ахокас и др. [4] использовали в качестве реперного другой переход,  $b \rightarrow a$ , с переворотом ядерного спина, полагая, что контактный сдвиг этого перехода равен нулю.

В приближении сильного поля ( $\gamma_e \hbar B \gg A$ ) разность частот резонанса  $b \rightarrow a$  на поверхности и в объемном газе составляет [4]

$$\Delta\nu_{ab} \equiv \nu_{ab}^s - \nu_{ab}^0 = \frac{\Delta A_w}{2\hbar} \left(1 + \frac{\gamma_p}{\gamma_e}\right) - \frac{\gamma_p}{\gamma_e} \Delta\nu_c. \quad (1)$$

Здесь  $\Delta A_w$  – изменение сверхтонкой постоянной за счет взаимодействия с жидким гелием, а  $\Delta\nu_c$  – ожидаемый контактный сдвиг перехода  $b \rightarrow c$ . В действительности величина  $\Delta A_w$ , также называемая адсорбционным сдвигом, пропорциональна изменению плотности неспаренного электрона на протоне, вызванному возмущением волновой функции атома в адсорбционном потенциале. Величиной  $\gamma_p/\gamma_e \approx 1.5 \cdot 10^{-3}$  можно спокойно пренебречь по сравнению с единицей. Заметим, что переходы  $b \rightarrow a$  на поверхности и в объемном газе возбуждаются в различных внешних полях, подобранных таким образом, чтобы частоты соответствующих переходов  $b \rightarrow c$  совпадали.

В эксперименте величина  $\Delta\nu_{ab}$  оказалась линейной по поверхностной плотности  $\sigma_b$  атомов в сверхтонком состоянии  $b$ :

$$\Delta\nu_{ab} = C_0 + C_1 \sigma, \quad (2)$$

причем  $C_0 = -24.79(2)$  кГц и  $C_1 = 1.52(15) \cdot 10^{-9}$  Гц·см<sup>2</sup> [4]. Ахокас и др. предположили, что переменная часть  $\Delta\nu_{ab}$  целиком определяется зависимостью контактного сдвига  $\Delta\nu_c$  от плотности. Таким образом, приведенные ими значения фактически получены для  $\Delta A_w$  и  $\Delta\nu_c$ . Авторы [4] также полагали, что, как и в щелочных металлах, сдвиг  $\Delta\nu_c$  должен быть пропорционален разности  $a_t - a_s$  между длинами триплетного,  $b - b$ , и синглетного,  $b - c$ ,

рассеяний, соответственно, в начальном и конечном состояниях. Основываясь на малости  $C_1$  (в  $\sim 120$  раз меньше ожидаемого), Ахокас и др. сделали вывод, что длины рассеяния, по-видимому, существенно отличаются от общепринятых значений  $a_t = 0.72$  и  $a_s = 0.17$  Å [9].

Вскоре после этого было показано [5], что в силу симметричных ограничений как электронные, так и ядерные триплет-синглетные переходы атомных пар в пространственно однородном образце, полностью поляризованном по электронному и ядерному спинам, строго запрещены. Так, рассеяние двух атомов определяется их полным спином  $F$ , четность которого задает четность момента импульса пары относительно центра масс, то есть, возможность  $s$ -рассеяния, а также полным электронным спином  $S$ , который определяет потенциал взаимодействия (синглетный или триплетный) и, следовательно, длину рассеяния. Волновая функция начального состояния двух атомов  $b$  ( $F = 2$ ,  $m_F = -2$ ;  $S = I = 1$ ,  $m_S = m_I = -1$ ) симметрична по отношению к перестановке частиц. То же самое имеет место как для невозмущенного гамильтониана, так и для возмущения, вызванного СВЧ полем. Следовательно, конечное состояние после поглощения кванта СВЧ  $|bc\rangle_g = \frac{1}{\sqrt{2}}(|bc\rangle + |cb\rangle)$  также симметрично. Таким образом, полный спин  $F$  должен оставаться четным. Полный электронный и полный ядерный спины обязательно сохраняются:  $S = I = 1$ . Важно отметить, что это справедливо в произвольном магнитном поле, что легко проверить, вычислив средние  $\langle bc|\hat{S}^2|bc\rangle_g$  и  $\langle bc|\hat{I}^2|bc\rangle_g$ . В классической интерпретации все электронные спины ансамбля атомов водорода оказываются когерентно наклоненными, так что каждая пара атомов по-прежнему образует электронный триплет, как и в начальном состоянии. Значит, контактный сдвиг  $\Delta\nu_c$  должен быть в точности равен нулю независимо от значений длин рассеяния  $a_t$  и  $a_s$ , так что пересмотр  $a_t$  и  $a_s$  оказывается ненужным. Ситуация с ядерным зеемановским переходом  $b \rightarrow a$ , очевидно, идентична.

Недавно Хаззард и Мюллер [6] попытались объяснить малость сверхтонкого сдвига в двумерном водороде из других соображений. Они предположили, что взаимодействие Н-Н на поверхности гелия существенно отличается от взаимодействия свободных атомов, и пришли к выводу, что сдвиг частоты перехода  $b \rightarrow c$  в адсорбированной фазе должен быть гораздо меньше, чем в объемном газе. Этот вывод противоречит экспериментам [4, 7], в которых контактный сдвиг в двумерном газе оказался в сравнимых единицах выше, чем в трехмерном. Кроме того, Хаззард

и Мюллер не учли приведенных выше соображений симметрии, согласно которым сдвиг переходов  $b \rightarrow c$  и  $b \rightarrow a$  в точности равен нулю в трехмерном случае, если только газ дважды поляризован по спину. Таким образом, теория [6] не имеет отношения к рассматриваемому вопросу, поскольку обсуждает причину снижения сдвига в двумерном газе по сравнению с трехмерным, тогда как требуется объяснить, почему сдвиг в двумерном случае отличен от нуля.

В работе [5] обсуждалась возможность того, что сдвиг частоты перехода  $b \rightarrow c$  может быть ненулевым из-за диполь-дипольного взаимодействия электронных спинов атомов. Было показано, что диполь-дипольное взаимодействие симметрично по отношению к перестановке частиц и поэтому не нарушает симметричного ограничения на сверхтонкие переходы атомных пар. В то же время в [7] ненулевой сдвиг в трехмерном газе связывается с дипольным механизмом. Приведенная оценка сдвига  $\hbar\omega_{bc} = \zeta\mu_B^2 n$  с геометрическим множителем  $\zeta = 4\pi$  для бесконечного цилиндра и  $\approx 0.3\pi$  для сферического образца весьма напоминает обычное дипольное поле  $V_d$ , создаваемое спин-поляризованными атомами друг на друге. В связи с этим, содержащееся в указанной работе утверждение, что диполь-дипольное взаимодействие “слабое и анизотропное и ведет к разным свойствам рассеяния атомов с различными проекциями полного спина” лишь вводит в заблуждение. В контексте [7] оно подразумевает, что благодаря диполь-дипольному взаимодействию  $a_{t,-1} \neq a_{t,0}$  (второй индекс показывает значение  $m_S$  пары атомов), что, по всей видимости, неверно. Необходимо подчеркнуть, что вклад дипольного поля не может объяснить ненулевой сдвиг частоты резонанса в двумерном водороде, поскольку в рассматриваемых экспериментах этот вклад целенаправленно исключался. Если же имеется в виду другой эффект, то следовало бы показать, что он по-разному действует на переходы  $b \rightarrow c$  и  $b \rightarrow a$  (иначе его невозможно обнаружить в методике [4]), а также объяснить, каким образом снимается ограничение на триплет-синглетные переходы.

Однако существуют другие причины, по которым  $\Delta\nu_c$  может быть отличен от нуля в водороде. Это, во-первых, остаточные атомы в сверхтонком состоянии  $a$ , которые всегда присутствуют в образце благодаря спонтанной одно- и двухчастичной ядерной релаксации с последующей относительно быстрой рекомбинацией в молекулы  $H_2$  с участием атомов  $b$ . В трехмерном случае роль этих “посторонних” атомов была продемонстрирована экспериментально [7].

Доля атомов  $a$  обычно очень мала, поэтому мы пренебрегаем их взаимодействием друг с другом.

Энергии взаимодействия пар  $ac$  и  $bd$  почти совпадают [5]. Значит, сдвиг резонанса  $b \rightarrow c$  в присутствии атомов  $a$  составляет (уравнение (2) из работы [7] отличается от верного выражения (8) из [5] ошибочно введенным множителем  $\frac{1}{2}$ )

$$\Delta E_{\text{int}} \equiv h\Delta\nu_{bc} = \frac{2\pi\hbar^2}{ml}(a_s - a_t)\sigma_a, \quad (3)$$

где  $\sigma_a$  – двумерная плотность атомов  $a$ , а  $l \sim 5 \text{ \AA}$  – длина делокализации волновой функции адсорбированных атомов перпендикулярно поверхности гелия.

Рассмотрим кинетические уравнения с учетом релаксации и рекомбинации и вычислим стационарную плотность атомов  $a$ . В рассматриваемых экспериментах почти все атомы водорода, главным образом, в состоянии  $b$ , находятся в газовой фазе в объеме рабочей камеры. С другой стороны, почти все события рекомбинации и релаксации происходят в двумерной фазе, адсорбированной на “теплых” ( $T_0 = 120 - 200 \text{ мК}$ ) стенках камеры с низкой плотностью или на холодном пятне ( $T_s = 50 - 90 \text{ мК}$ ), где плотность, напротив, высока [10, 4]. Поэтому полное число атомов  $a$  в камере описывается кинетическим уравнением

$$\dot{N}_a = \Phi_a + A_0(G_1\sigma_{b0} + G_2\sigma_{b0}^2 - K_{ab}\sigma_{a0}\sigma_{b0}) + A_s(G_{1s}\sigma_{bs} + G_{2s}\sigma_{bs}^2 - K_{abs}\sigma_{as}\sigma_{bs}). \quad (4)$$

Здесь  $\Phi_a$  – поток атомов из низкотемпературного диссоциатора/поляризатора [4], а  $G_1$ ,  $G_2$  и  $K_{abs}$  – константы одно- и двухчастичной ядерной релаксации и обменной рекомбинации на стенках камеры. Нижние индексы  $s$  и  $0$  обозначают величины, относящиеся к холодному пятну и к остальным стенкам камеры. Площади стенок камеры и пятна равны, соответственно,  $A_0 \sim 100 \text{ см}^2$  и  $A_s = 0.32 \text{ см}^2$ .

Отношение равновесных плотностей атомов  $b$  на холодном пятне и на стенках камеры составляет  $\sigma_{bs}/\sigma_{b0} \approx \exp[E_a(T_s^{-1} - T_0^{-1})]$ , то есть около  $3 \cdot 10^4$  при  $T_0 = 200 \text{ мК}$  и  $T_s = 70 \text{ мК}$ . Следовательно,  $\alpha \equiv A_0\sigma_{b0}/A_s\sigma_{bs} \sim 0.1$ . В этом случае без ущерба для точности двухчастичной релаксацией на стенках камеры можно пренебречь. Кроме того, разумно предположить, что  $\sigma_{a0} \ll \sigma_{as}$ . Тогда, в стационарном случае ( $\dot{N}_a = 0$ ), пренебрегая входящим потоком  $\Phi_a$ , получаем

$$\sigma_{as} \approx \frac{G_{1s} + \alpha G_1}{K_{abs}} + \frac{G_{2s}}{K_{abs}} \sigma_{bs}. \quad (5)$$

Итак, плотность атомов  $a$  на холодном пятне линейна по плотности атомов  $b$ . В эксперименте поддерживалось  $\dot{N}_b = 0$ . Это означает, что поток атомов

$b$  компенсировал рекомбинационные потери атомов в обоих сверхтонких состояниях (они рекомбинируют в равных количествах). Очевидно, за счет работы поляризатора  $\Phi_a \ll \Phi_b$ . Таким образом, малость  $\Phi_a$  в уравнении (4) доказана.

Константа скорости одночастичной ядерной релаксации на стенках камеры равна  $G_1 \sim 0.1 \text{ с}^{-1}$  [4],  $G_{1s}$ , по-видимому, близка к  $G_1$ . По данным работы [15]  $K_{ab} = 2.8 \cdot 10^{-9} \cdot T^{3/2} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{К}^{-3/2} \cdot \text{с}^{-1} \simeq 5 \cdot 10^{-11} \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$  при 70 мК. В теории константа скорости двухчастичной релаксации равна нулю, если поверхность в точности перпендикулярна внешнему магнитному полю [11]. Однако в эксперименте это никогда не наблюдалось. Экспериментальная оценка для интересующей нас величины внешнего поля, полученная из многопараметрической подгонки кинетических кривых дает  $G_{2s} \lesssim 4 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2/\text{с}$  [12]. Теоретическое значение, усредненное по всем возможным локальным ориентациям поверхности по отношению к внешнему полю (за счет шероховатости поверхности) составляет  $G_{2s} \approx 1.4 \cdot 10^{-13} \text{ см}^2/\text{с}$  при  $B = 4.6 \text{ Тл}$  и почти не зависит от температуры. Это дает наклон  $d\sigma_{as}/d\sigma_{bs} \sim 3 \cdot 10^{-3}$ . Тогда из уравнения (3) мы получаем соответствующий сдвиг частоты перехода  $b \rightarrow c$ :

$$\frac{d\Delta\nu_{bc}}{d\sigma_{bs}} = \frac{\hbar}{ml}(a_s - a_t) \frac{G_{2s}}{K_{abs}} \sim -1.2 \cdot 10^{-7} \text{ Гц} \cdot \text{см}^2. \quad (6)$$

Это на порядок меньше экспериментально наблюдаемого наклона  $\Delta\nu_{ab}(\sigma_{bs})$ . Заметим, что экстраполяция экспериментальных данных для трехмерного газа [7] на двумерный случай с помощью простого масштабирования  $n_a \rightarrow \sigma_a/l$  дает практически такое же значение, как и уравнение (6).

Интересно также, что часть  $\sigma_{as}$ , не зависящая от  $\sigma_{bs}$  (см. уравнение (5)), вносит вклад в наблюдаемое значение адсорбционного сдвига  $\Delta A_w(0)$ , получаемого экстраполяцией экспериментальной зависимости  $\Delta\nu_{ab}(\sigma_{bs})$  к нулевой плотности. Предполагая  $G_{1s} \sim G_1$ , этот вклад можно оценить как

$$\frac{\delta A_w}{h} \simeq \left( \frac{\gamma_p}{\gamma_e} \right) \frac{2\hbar}{ml}(a_s - a_t) \frac{G_{1s}}{K_{abs}} \sim -420 \text{ Гц}. \quad (7)$$

Следует подчеркнуть, что, согласно общему утверждению Цвирляйна и др. [3], присутствие остаточных атомов  $a$  не оказывает влияния на резонанс  $b \rightarrow a$ , в отличие от перехода  $b \rightarrow c$ .

До сих пор мы предполагали, что адсорбционный сдвиг  $\Delta A_w$  в уравнении (1) не зависит от плотности. Однако существуют указания, что это может быть неверно. Так, Морроу и др. [13], а также Йохемсен и др. [14] измеряли адсорбционный сдвиг в

нулевом поле на поверхности  $^4\text{He}$  и  $^3\text{He}$  и получили  $\Delta A_w(^4\text{He}) = -49(2) \text{ кГц}$  и  $\Delta A_w(^3\text{He}) = -23(2) \text{ кГц}$ . Это объяснялось более широким профилем поверхности  $^3\text{He}$  по сравнению с  $^4\text{He}$ , что приводит к более широкому и мелкому минимуму адсорбционного потенциала для атомов H. Следовательно, волновая функция адсорбированных атомов простирается дальше от поверхности, среднее расстояние между атомами водорода и гелия увеличивается, а электрическая поляризация водорода, отвечающая за адсорбционный сдвиг, уменьшается.

Следует отметить, что поведение  $\Delta A_w$  весьма напоминает поведение энергии связи  $E_a$  атомов водорода с поверхностью гелия, а именно,  $E_a = 1.14$  [13, 15] и  $0.40 \text{ К}$  [14] соответственно для  $^4\text{He}$  и  $^3\text{He}$ . Более того, энергия связи водорода линейно снижается с ростом заселенности поверхностного состояния  $^3\text{He}$  [15]. Соответствующее уменьшение  $\Delta A_w$  на 6% наблюдалось в [4] при таком добавлении  $^3\text{He}$ , когда  $E_a$  должна снижаться на  $\sim 10\%$ . Указанное сходство имеет глубокую природу: во втором порядке теории возмущений относительное изменение плотности неспаренного электрона на протоне равно  $\Delta|\psi_e(0)|^2/|\psi_e(0)|^2 \simeq -2V/E_H$ , где  $E_H$  – средняя энергия возбужденных состояний атома H, а  $V$  – энергия взаимодействия [16], которая в нашем случае, по-видимому, равна энергии связи  $E_a$ . Тогда можно интуитивно записать

$$\frac{\delta(\Delta A_w)}{\Delta A_w} \sim \frac{\delta E_a}{E_a}. \quad (8)$$

Взаимодействие адсорбированных атомов H друг с другом также меняет  $E_a$ . В нормальном образце атомов  $b$  ( $g^{(2)} = 2$ )

$$\delta E_a = E_{\text{int}} = -2\sigma_b \tilde{U}_t, \quad (9)$$

где  $\tilde{U}_t \simeq 4\pi\hbar^2 a_t/ml \simeq 5 \cdot 10^{-15} \text{ К} \cdot \text{см}^2$  – эффективная величина триплетного взаимодействия в двумерном газе [17]. Объединяя уравнения (8) и (9), мы получаем окончательную оценку:

$$\frac{\delta(\Delta A_w)}{\Delta A_w} \sim -\frac{2\sigma_b \tilde{U}_t}{E_a} \simeq -10^{-14} \text{ см}^2 \cdot \sigma_b. \quad (10)$$

Для наблюдаемого сдвига частоты перехода  $b \rightarrow a$  это дает

$$\Delta\nu_{ab} \sim 2.3 \cdot 10^{-10} \text{ Гц} \cdot \text{см}^2 \cdot \sigma_b, \quad (11)$$

что примерно в шесть раз меньше экспериментально наблюдаемого значения  $C_1$ .

Насколько нам известно, зависящий от плотности адсорбционный сдвиг сверхтонкой постоянной рассматривается в настоящей работе впервые.

Этот сдвиг вызван парным взаимодействием. Следовательно, как и контактный сдвиг в щелочных металлах [2], он должен уменьшаться в два раза, когда в газе происходит двумерный аналог бозеконденсации, то есть образец становится локально когерентным [18].

Строго говоря, столкновения Н-Н также могут вносить вклад в отрицательный сдвиг  $A$ , по аналогии с барометрическим сдвигом сверхтонких переходов в атомарном водороде в атмосфере гелия [19]. К сожалению, экспериментальные данные по барометрическому сдвигу Н-Н отсутствуют. Теоретический расчет этого эффекта представляет собой сложную задачу даже в свободном пространстве, не говоря уже об интересующем нас двумерном случае (см., например, аналогичные расчеты для водорода в атмосфере гелия [20]).

Собирая уравнения (1), (6) и (11), мы окончательно получаем, что влияние остаточных атомов  $a$  на  $\nu_{bc}$  и зависящий от плотности адсорбционный сдвиг  $\nu_{ab}$  вместе составляют около 30% от экспериментально наблюдаемого сдвига частоты [4]. Мы расцениваем это как качественное согласие, ввиду довольно большой неопределенности значения константы скорости двухчастичной релаксации  $G_2$ , оценочного характера уравнения (8) и отсутствия экспериментальных данных о величине  $\bar{U}$ . Кроме того, взаимодействие Н-Н в адсорбированной фазе может отличаться от взаимодействия, описываемого приведенным значением  $\bar{U}$ , благодаря эффектам, связанным с влиянием подложки [6]. Измерение поверхностной плотности остаточных атомов  $a$ , очевидно, позволило бы напрямую определить оба вклада в наблюдаемый сдвиг частоты сверхтонкого перехода, обсуждаемые в настоящей работе.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект # 09-02-01002-а.

1. See, for example, W. H. Oskay, S. A. Diddams, E. A.

- Donley et al., Phys. Rev. Lett. **97**, 020801 (2006).
2. D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk, and E. A. Cornell, Phys. Rev. A **66**, 053616 (2002).
  3. M. Zwierlein, Z. Hadzibabic, S. Gupta, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **91**, 250404 (2003).
  4. J. Ahokas, J. Järvinen and S. Vasiliev, Phys. Rev. Lett. **98**, 043004 (2007).
  5. А.И. Сафонов, И.И. Сафонова, И.И. Лукашевич, Письма в ЖЭТФ **87**, 28 (2008).
  6. K. R. A. Hazzard and E. J. Mueller, Phys. Rev. Lett. **101**, 165301 (2008).
  7. J. Ahokas, J. Järvinen, S. Jaakkola, and S. Vasiliev, Phys. Rev. Lett. **101**, 263003 (2008).
  8. S. A. Vasilyev, J. Järvinen, A. I. Safonov et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 153002 (2002).
  9. C. J. Williams and P. Julienne, Phys. Rev. A **47**, 1524 (1993).
  10. J. Järvinen, J. Ahokas, S. Jaakkola, and S. Vasilyev, Phys. Rev. A **72**, 052713 (2005); J. Järvinen, J. Ahokas, and S. Vasilyev, J. Low Temp. Phys. **147**, 579 (2007).
  11. R. M. C. Ahn, J. P. H. W. v. d. Eijnde, C. J. Reuver et al., Phys. Rev. B **26**, 452 (1982).
  12. D. A. Bell, H. F. Hess, G. P. Kochanski et al., Phys. Rev. B **34**, 7670 (1986).
  13. M. Morrow, R. Jochemsen, A. J. Berlinsky, and W. N. Hardy, Phys. Rev. Lett. **46**, 195 (1981); **47**, 455(E) (1981).
  14. R. Jochemsen, M. Morrow, A. J. Berlinsky, and W. N. Hardy, Phys. Rev. Lett. **47**, 852 (1981).
  15. A. I. Safonov, S. A. Vasilyev, A. A. Kharitonov et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 3356 (2001).
  16. F. J. Adrian, J. Chem. Phys. **32**, 972 (1960).
  17. Ю. Коган, Б. В. Свистунов, Г. В. Шляпников, ЖЭТФ **93**, 552 (1987).
  18. Точнее, в двумерном случае  $g^{(2)}$  изменяется менее чем в два раза из-за конечной доли надконденсатных частиц, см. Yu. Kagan et al., Phys. Rev. A **61**, 043608 (2000).
  19. W. N. Hardy, M. Morrow, R. Jochemsen et al., Phys. Rev. Lett. **45**, 453 (1980).
  20. W. Meyer and L. Frommhold, Theor. Chim. Acta **88**, 201 (1994).