

Об электрической активности сверхтекучих систем

С. И. Шевченко¹⁾, А. С. Рукин

Физико-технический институт низких температур им. Б.И.Веркина, 61103 Харьков, Украина

Поступила в редакцию 6 мая 2009 г.

После переработки 26 мая 2009 г.

Теория сверхтекучести разреженного электрон-дырочного газа Келдыша обобщена на случай возможной поляризации пар. Показано, что неоднородность системы порождает дипольный момент, пропорциональный градиенту плотности частиц, и что дипольный момент возникает у границы системы. Установлено, что в магнитном поле квантованные вихри несут реальный электрический заряд. В He II в магнитном поле 10 Тл при скорости вращения гелия 10^2 с^{-1} плотность заряда порядка $10^4 e \cdot \text{см}^{-3}$, где e – заряд электрона.

PACS: 67.90.+z

В недавних экспериментах [1–4] обнаружено, что движение сверхтекучего ^4He сопровождается появлением в системе электрических полей, причем эффект исчезает при переходе жидкости в нормальное состояние. Эти эксперименты стимулировали ряд теоретических исследований [5–9], в которых сделаны попытки объяснить наблюдаемые явления. Однако их физическая природа остается непонятой. В этой ситуации для качественного понимания механизма возникновения электрических эффектов целесообразно исходить из модели, которая допускает микроскопическое решение. Нашу теорию можно рассматривать как чисто модельную. Но она может и количественно описывать две реальные физические системы: спин-поляризованный атомарный водород и электрон-дырочный газ (газ экситонов). Ниже мы ограничимся изучением разреженного электрон-дырочного газа, в котором размер пар много меньше среднего расстояния между парами (предел низкой плотности). Свойства этого газа изучены в работе Келдыша [10], в которой показано, что поведение системы в сверхтекучем состоянии можно описывать комплексным параметром порядка $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, имеющим смысл волновой функции пар. Пренебрегая внутренней структурой пар (то есть полагая $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$), Келдыш получил для Φ уравнение, совпадающее с уравнением Гросса–Питаевского. Поскольку интересующие нас электрические эффекты могут возникать только при несовпадении электронной и дырочной координат, то следует найти функцию $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ при $\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{r}_2$. Эта задача решается в настоящей работе. Уравнение для Φ оказывается нелинейным интегро-дифференциальным уравнением, кото-

рое удается решить, если параметр порядка медленно изменяется на длине порядка размера пар. По известному $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ можно вычислить сверхтекучую плотность $\rho_s(\mathbf{r})$, сверхтекучую скорость $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ и плотность дипольного момента системы $\mathbf{P}(\mathbf{r})$.

Перейдем к решению поставленной задачи. Рассмотрим электрон-дырочный газ, частицы которого взаимодействуют по закону Кулона. Благодаря притяжению между электронами и дырками, возникают связанные пары, и в пространственно однородном случае волновая функция основного состояния совпадает с функцией БКШ. Нас, однако, будет интересовать пространственно неоднородный случай. В работе Келдыша приведены аргументы в пользу того, что в этом случае волновую функцию $|\Phi\rangle$ можно искать в виде

$$|\Phi\rangle = \exp \left\{ - \int \left[\Psi_h^+(\mathbf{r}_1) \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) e^{\frac{i}{\hbar} \mu t} \Psi_e^+(\mathbf{r}_2) - h.c. \right] d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \right\} |0\rangle. \quad (1)$$

Здесь $\Psi_e(\mathbf{r})$ и $\Psi_h(\mathbf{r})$ – фермиевские операторы уничтожения соответственно электрона и дырки в точке \mathbf{r} . В пространственно однородном случае волновая функция Келдыша переходит в волновую функцию БКШ, в которой $u_{\mathbf{k}} = \cos \Phi(\mathbf{k})$, $v_{\mathbf{k}} = \sin \Phi(\mathbf{k})$, где $\Phi(\mathbf{k})$ – фурье-компоненты функции $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$. Известную функцию $\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ можно найти путем вариации по Φ функционала энергии системы $E\{\Phi^*, \Phi\}$. Вычисляя функционал $E\{\Phi^*, \Phi\}$ в пределе низкой плотности, варьируя разность $E - \mu N$, где N – полное число частиц, и приравнявая результат нулю, получим уравнение $(\Phi^+(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Phi^*(\mathbf{r}', \mathbf{r}))$

¹⁾e-mail: shevchenko@ilt.kharkov.ua

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_h} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}_1^2} - \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}_2^2} - \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}\right) \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \int R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3) \Phi^+(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \times \Phi(\mathbf{r}_4, \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 = \mu \Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (2)$$

Здесь ядро

$$R = e^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3|} + \frac{1}{|\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_2|} + \frac{1}{|\mathbf{r}_4 - \mathbf{r}_3|} + \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right) - \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_4|} + \frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|} \right) \right]. \quad (3)$$

При построении приближенного решения уравнения (2) следует учитывать, что в задаче есть три характерные энергии: энергия связи пары ϵ_0 , энергия взаимодействия пар (в расчете на одну пару) $\epsilon_{int} = gn$, где g – константа взаимодействия (которую мы вычислим ниже), n – плотность пар, и энергия, обусловленная неоднородностью в задаче, $\epsilon_{inhom} \approx \hbar^2/2ML^2$, где L – характерный масштаб неоднородности, $M = m_e + m_h$. Мы будем предполагать, что между этими энергиями имеют место неравенства: $\epsilon_0 \gg \epsilon_{int} > \epsilon_{inhom}$. Первое из этих неравенств есть следствие предположенной выше низкой плотности пар n . Второе неравенство означает, что мы ограничиваемся рассмотрением состояний, при которых характерный масштаб неоднородности L больше длины когерентности $\xi \equiv (\hbar^2/2Mgn)^{1/2}$. Поскольку энергия ϵ_0 связана с движением электрона и дырки друг относительно друга, а остальные энергии – с движением пар как целого, то решение уравнения (2) можно искать в виде $\Phi = [\phi^{(0)}(\mathbf{r}_{12}) + \phi^{(1)}(\mathbf{r}_{12}; \mathbf{R}_{12})] \Psi(\mathbf{R}_{12})$ (\mathbf{R}_{12} – координата центра масс пары, $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$), причем $\phi^{(1)}$ меньше $\phi^{(0)}$ в $\epsilon_{int}/\epsilon_0$ раз. Функция Ψ (параметр порядка) описывает движение пар как целого.

В нулевом приближении

$$\mu_0 \phi^{(0)} \Psi = H_0 \phi^{(0)} \Psi. \quad (4)$$

Здесь H_0 – гамильтониан кулоновской задачи, $\mu_0 = \epsilon_0$, $\phi^{(0)} = \phi_0$, где ϵ_0 и ϕ_0 – энергия и волновая функция основного состояния пары, соответственно.

В следующем приближении

$$\mu_0 \phi^{(1)} \Psi = H_0 \phi^{(1)} \Psi - \mu_1 \phi_0 \Psi - \frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{R}_{12}^2} \phi_0 \Psi + \int R(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \phi_0(\mathbf{r}_{13}) \phi_0(\mathbf{r}_{34}) \phi_0(\mathbf{r}_{42}) \times \Psi(\mathbf{R}_{13}) \Psi^*(\mathbf{R}_{43}) \Psi(\mathbf{R}_{42}) d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4. \quad (5)$$

Уравнение (5) имеет решение лишь в том случае, когда неоднородная часть ортогональна решению соответствующего однородного уравнения, то есть ϕ_0 .

Условие разрешимости приводит к следующему уравнению для Ψ :

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{R}_{12}^2} - \mu_1 \Psi + g |\Psi(\mathbf{R}_{12})|^2 \Psi(\mathbf{R}_{12}) = 0. \quad (6)$$

Здесь константа взаимодействия

$$g \equiv \int \mathbf{R}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3, \mathbf{r}_4) \phi_0(\mathbf{r}_{13}) \phi_0(\mathbf{r}_{34}) \phi_0(\mathbf{r}_{42}) \phi_0(\mathbf{r}_{21}) \times d\mathbf{r}_3 d\mathbf{r}_4 d\mathbf{r}_{12} = \frac{13}{3} \pi e^2 a_B^2, \quad (7)$$

где $a_B = \hbar^2/m_e e^2$ – эффективный боровский радиус, $m = m_e m_h / (m_e + m_h)$. При решении уравнения (5) учитываем, что в последнем слагаемом благодаря наличию трех функций ϕ_0 аргументы всех Ψ -функций должны быть близки к \mathbf{R}_{12} . Поэтому Ψ -функции можно разложить вблизи точки \mathbf{R}_{12} . Решая после этого уравнение (5), находим, что часть $\phi^{(1)}$, дающая отличный от нуля вклад в дипольный момент, равна

$$\phi^{(1)} = \int d\mathbf{r}'_{12} G(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}'_{12}) F(\mathbf{r}'_{12}) \mathbf{r}'_{12} \cdot \frac{\partial |\Psi_0(\mathbf{R}_{12})|^2}{\partial \mathbf{R}_{12}}. \quad (8)$$

Здесь G – функция Грина кулоновской задачи, $F(\mathbf{r}_{12})$ – четная функция \mathbf{r}_{12} , явное выражение для которой ввиду его громоздкости мы не приводим.

Теперь можно найти дипольный момент единицы объема системы.

$$\mathbf{P}(\mathbf{R}) = \int \left[\phi^{(0)*}(\mathbf{r}) + \phi^{(1)*}(\mathbf{r}) \right] \Psi^*(\mathbf{R}) \times \times e \mathbf{r} \left[\phi^{(0)}(\mathbf{r}) + \phi^{(1)}(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{R}) d\mathbf{r}. \quad (9)$$

Подставляя сюда функции ϕ_0 и ϕ_1 , получаем

$$\mathbf{P}(\mathbf{R}) = -A \gamma e n a_B^5 \frac{\partial n}{\partial \mathbf{R}}. \quad (10)$$

Здесь $\gamma = (m_h - m_e)/(m_h + m_e)$, A – численный коэффициент, $A \approx 120$. Мы видим, что неоднородность системы порождает в ней дипольный момент. При этом \mathbf{P} обращается в нуль, если $m_h = m_e$, то есть причиной появления дипольного момента является асимметрия пары по массам входящих в нее частиц. Обычно $m_h > m_e$. При этом в неоднородной системе дипольный момент направлен своим положительным концом в сторону, противоположную градиенту плотности.

Реальная физическая система всегда ограничена стенками сосуда. Взаимодействие атомов со стенками сосуда приводит к появлению поверхностного дипольного момента. Пусть диэлектрическая проницаемость электрон-дырочного газа ϵ_1 , а диэлектрическая проницаемость стенок сосуда ϵ_2 . Потенциал

взаимодействия пары с поверхностью находим по методу электрических изображений. В случае большого расстояния до поверхности $Z \gg z \sim a_B$ потенциал взаимодействия равен ($Z > 0$)

$$V = -\frac{1}{16} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \frac{e^2}{\epsilon_1} \frac{1}{Z^3} (\rho^2 + 2z^2) \left(3\gamma \frac{z}{Z} + 2\right). \quad (11)$$

Этот потенциал появляется в уравнении (2) и изменяет вид как функции $\phi(\mathbf{r})$, так и параметра порядка $\Psi(\mathbf{R})$. Решая уравнение для ϕ_0 вариационным методом, находим поверхностный дипольный момент, направленный по нормали к поверхности.

$$P_z = \frac{414}{37} \gamma \frac{1}{\epsilon_1} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} e n \frac{a_B^5}{Z^4}. \quad (12)$$

Опять мы видим, что дипольный момент обращается в нуль при $m_h = m_e$, а при $m_h > m_e$ ($\gamma > 0$) его положительный конец направлен в сторону среды с меньшей диэлектрической проницаемостью. Отметим, что вблизи металлической поверхности ($\epsilon_2 \rightarrow \infty$) при $m_h > m_e$ дипольный момент $P_z > 0$, то есть электрон находится ближе к поверхности, чем дырка. Вблизи границы с вакуумом ($\epsilon_2 \equiv 1$) реализуется противоположный случай.

Потенциал (11) влияет также на величину параметра порядка, уравнение для которого приобретает вид

$$-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \mathbf{R}_{12}^2} - \mu_1 \Psi - \frac{1}{2\epsilon_1} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \frac{e^2 a_B^2}{Z^3} \Psi + g |\Psi|^2 \Psi = 0. \quad (13)$$

Вне непосредственной окрестности границы первое слагаемое в (13) можно опустить (приближение Томаса–Ферми). В результате находим, что добавка к параметру порядка, обусловленная ван-дер-ваальсовским взаимодействием с поверхностью, имеет вид $|\Psi|^2 = \frac{1}{2g\epsilon_1} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \frac{e^2 a_B^2}{Z^3}$. Эта неоднородная добавка, в соответствии с выражением (10), приводит к появлению дополнительного дипольного момента

$$P_z \approx 15\gamma \frac{1}{\epsilon_1} \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} e n \frac{a_B^5}{Z^4}. \quad (14)$$

Это выражение следует сложить с (12).

Чтобы яснее понять причину появления дипольного момента в рассматриваемой многочастичной системе, полезно воспользоваться результатами для системы, состоящей всего из двух одинаковых атомов. Ван-дер-ваальсово взаимодействие между атомами приводит к смещению центра распределения электронной плотности каждого из атомов в сторону другого атома, и возникают дипольные моменты (см., например, [11] и цитированную там литературу).

$$p_1 = (\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{n}) = -p_2 = -(\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{n}) = D/R_{12}^7. \quad (15)$$

Здесь $\mathbf{n} = \mathbf{R}_{12}/R_{12}$. В частности, для двух атомов гелия [11] $D = 18.4ea_B^8$.

В разреженной системе дипольный момент некоторого атома получается путем сложения дипольных моментов, возникающих в этом атоме вследствие взаимодействия со всеми остальными атомами. Из (15) следует, что в гипотетической среде, в которой при $Z > 0$ плотность атомов равна n_1 , а при $Z < 0$ она равна n_2 , z -компонента дипольного момента атома в точке с координатами $(0, 0, Z_0)$ равна ($Z_0 > 0$)

$$p_z(Z_0) = -D \int \frac{[n_1 \theta(Z) + n_2 \theta(-Z)](Z - Z_0)}{[\rho^2 + (Z - Z_0)^2]^4} d^2 \rho dZ. \quad (16)$$

Здесь $\theta(Z)$ – ступенчатая функция Хевисайда. При написании этого выражения учтено, что z -компонента дипольного момента пары атомов получается умножением (15) на косинус угла между осью Z и вектором, соединяющим эти атомы. Поскольку расстояние между атомами не может быть меньше размера атома, то ρ и Z следует обрезать на нижнем пределе эффективным боровским радиусом a_B . В дальнейшем мы считаем, что $Z_0 \gg a_B$. После простого интегрирования получаем

$$p_z = \frac{\pi}{12} D \frac{n_2 - n_1}{Z_0^4}. \quad (17)$$

Если учесть, что для разреженной системы $\epsilon_{1,2} = 1 + 4\pi\alpha n_{1,2}$, а поляризуемость $\alpha = Ca_B^3$, где C – численный коэффициент порядка единицы (для водорода $C = 9/2$, для гелия $C = 9/4$), то легко убедиться, что выражение (14) буквенно совпадает с выражением (17) (умноженным на n для получения плотности дипольного момента \mathbf{P}).

Выше мы считали плотности $n_{1,2}$ однородными. Но вблизи стенок сосуда из-за ван-дер-ваальсова взаимодействия со стенками плотность приобретает добавку $\sim 1/Z^3$, где Z – расстояние до стенки. Предполагая, что n_1 есть медленная функция Z и записывая ее в виде $n_1 = n_{10} + \frac{\partial n}{\partial Z} Z$, получаем после интегрирования в (16) добавку к p_z :

$$\Delta p_z = -\frac{\pi}{6a_B^3} D \frac{\partial n}{\partial Z}. \quad (18)$$

После умножения этого выражения на плотность атомов n оно буквенно совпадает с результатом (10). Таким образом, зная распределение электронной плотности в системе из двух атомов, описываемое выражением (15), мы можем качественно воспроизвести результаты микроскопического расчета.

До сих пор рассматривались стационарные состояния. Более общим является состояние, описываемое волновой функцией Келдыша, в которой $\Phi(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2)$ заменено на $\Phi(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, t)$, причем зависимость от времени t является медленной по сравнению с $\exp(i\mu t)$. В результате в правой стороне уравнений (5) и (6) появится слагаемое $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$.

Интересно выяснить связь полученных результатов с высказанным Мельниковским [6] утверждением, что ускорение диэлектрика приводит к его поляризации, причем

$$\mathbf{P} = -\frac{\epsilon - 1}{4\pi} \frac{1}{2Ze} M \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}. \quad (19)$$

Здесь (и только здесь) Z – атомный номер. Ниже $Z = 1$. Обозначая через $U(\mathbf{R})$ энергию взаимодействия атомов в точке \mathbf{R} со всеми остальными атомами и учитывая, что для разреженной среды $\epsilon = 1 + 4\pi n\alpha$, получаем из (19)

$$\mathbf{P}(\mathbf{R}) = -\frac{\alpha n(\mathbf{R})}{2e} \left(-\frac{\partial U}{\partial \mathbf{R}} \right). \quad (20)$$

Если (не очень обоснованно) распространить это выражение на два атома в точках \mathbf{R} и \mathbf{R}' , то при $|\mathbf{R} - \mathbf{R}'| \gg a_B$ между ними будут действовать силы притяжения Ван-дер-Ваальса и $U = -C/|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|^6$, где $C \approx e^2 a_B^5$. Поскольку $\mathbf{P} = n\mathbf{p}$, то из (20) следует выражение для дипольных моментов пары атомов, по порядку величины и по знаку совпадающее с (15). Этот результат показывает применимость выражения (19) вплоть до атомных масштабов.

В случае диэлектрической среды полный дипольный момент системы равен

$$\int \mathbf{P} dV = \frac{\alpha}{2e} \left[\int n U dS - \int U \frac{\partial n}{\partial \mathbf{R}} dV \right]. \quad (21)$$

Мы воспользовались выражением (20) и проинтегрировали его правую сторону по частям. Как показано выше, энергия взаимодействия пар (в расчете на одну пару) равна gn . Из (21) с учетом $U = gn$ находим, что объемная часть дипольного момента \mathbf{P} равняется

$$\mathbf{P}(\mathbf{R}) = -\frac{13}{6} \pi \alpha e a_B^2 n \frac{\partial n}{\partial \mathbf{R}}. \quad (22)$$

Это выражение буквенно совпадает с (10) при $m_h \gg m_e$. Последнее неравенство неявно предполагалось выполненным в (19).

В общем случае плотность может быть сложной функцией координат и времени. Но существуют “характерные конфигурации”, представляющие особый интерес. К ним относятся прямолинейные вихри и

вихревые кольца. В случае прямолинейного вихря плотность становится функцией расстояния до оси вихря ρ . В результате возникает радиально направленный дипольный момент.

$$\mathbf{P} = -\frac{3A}{13\pi} \frac{na_B^3}{e} \frac{\hbar^2}{M\rho^3} \frac{\rho}{\rho}. \quad (23)$$

Этот результат (с противоположным знаком) был получен Нацником [7] с помощью феноменологического рассмотрения.

Более сложную задачу о дипольном моменте вихревого кольца можно решить, если учесть, что вдали от кора вихря имеет место соотношение $\nabla(Mv^2/2) = -g\nabla n$. Поскольку поле скоростей вихревого кольца хорошо известно, нетрудно найти дипольный момент кольца как функцию расстояния до его оси. Можно также найти полный дипольный момент кольца и убедиться, что он равен нулю, в отличие от имеющих в литературе утверждений, что он отличен от нуля.

До сих пор мы считали, что магнитное поле отсутствует. Наличие магнитного поля приводит к существенному изменению ситуации. Эффект связан с появлением в гамильтониане слагаемого $\frac{e}{c}(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{r}_{12}$. Здесь $\mathbf{v} = \frac{\hbar}{M} \nabla \phi$ – скорость пар. Отклик системы на эту добавку аналогичен отклику на электрическое поле $E_{eff} = \frac{1}{c}(\mathbf{v} \times \mathbf{H})$. Подобно реальному электрическому полю, E_{eff} вызывает появление в системе дипольного момента

$$\mathbf{P} = \frac{\alpha}{c}(\mathbf{v} \times \mathbf{H})n, \quad (24)$$

где α – поляризуемость пары. Этот дипольный момент связан с тем, что сила Лоренца действует на положительный и отрицательный заряды в противоположных направлениях. Если подставить в (24) в качестве \mathbf{v} поле скоростей прямолинейного вихря, то мы увидим, что вокруг вихря, как и в отсутствие магнитного поля, возникает радиально направленный дипольный момент. Крайне существенно, что этот дипольный момент, подобно полю скоростей вихря, при удалении от оси вихря спадает как $1/\rho$. В результате полный поверхностный поляризационный заряд, равный $\int \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S}$, не зависит от ρ и от формы поверхности при условии, что она является цилиндрической. Ввиду электронейтральности системы, отсюда следует, что с кором вихря связан заряд противоположного знака, равный на единицу длины вдоль оси цилиндрического сосуда (при \mathbf{H} , параллельном оси цилиндра)

$$q = \pm \frac{\alpha \hbar}{Mc} 2\pi H n. \quad (25)$$

Знак заряда зависит от знака циркуляции вихря. Если сосуд с гелием вращается с частотой Ω , плотность вихрей равна $n_v = M\Omega/\pi\hbar$, и полный заряд вихрей на единицу объема равен

$$Q = \pm \frac{2\alpha n}{c} H\Omega. \quad (26)$$

Для He II в магнитном поле 10 Тл при скорости вращения гелия 10^2 с^{-1} плотность заряда порядка $10^4 e\text{-см}^{-3}$, где e – заряд электрона.

Появление заряда в коре вихря будет приводить к отличному от нуля полному дипольному моменту пар вихрь-антивихрь (в двумерном случае) и вихревых колец (в трехмерном случае).

Отметим, что электрическая поляризация в коре вихрей, а также электрический заряд в коре вихрей в сверхтекучем ^3He рассматривались ранее в работе [12]. В отличие от настоящей работы, поляризация и заряд вихрей в ^3He вызваны флексоэлектрическим эффектом.

Покажем теперь, что из-за наличия вблизи границы с металлом дипольного момента \mathbf{P} волна второго звука, падающая на эту границу, будет приводить к появлению осциллирующей со временем разности потенциалов между металлом и гелием. Поскольку индукция $\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$ должна быть непрерывной, а в металле $\mathbf{D} = 0$, то в гелии, заполняющем металлический сосуд, вблизи стенок возникает электрическое поле $\mathbf{E} = -4\pi\mathbf{P}$. Это поле, как и дипольный момент \mathbf{P} , является постоянным при постоянной плотности n . Но при распространении второго звука плотность n и диэлектрическая проницаемость ϵ становятся осциллирующими функциями времени (см. ниже), точнее, получают осциллирующую во времени добавку. Поскольку $\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E}$, то $\delta\mathbf{D} = \delta\epsilon\mathbf{E} + \epsilon\delta\mathbf{E} = 0$, и осциллирующая добавка $\delta\epsilon$ приводит к осциллирующей добавке к полю $\delta\mathbf{E} = -\frac{\delta\epsilon}{\epsilon}\mathbf{E}$. Эта добавка и является причиной появления разности потенциалов между металлом и гелием.

Осциллирующую добавку $\delta\epsilon$ можно найти, если учесть, что из соотношения Клаузиуса–Моссотти $\frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} = 4\pi n\alpha$ следует $\delta\epsilon(t) = \frac{1}{3}(\epsilon-1)(\epsilon+2)\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial T}\delta T(t)$.

Для коэффициента расширения $\beta \equiv \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial T}$ жидкого гелия можно воспользоваться хорошо известными из эксперимента значениями (см., например, [12]). Так, $\beta = -0.1 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ при $T = 1.138 \text{ К}$ и $\beta = -26.34 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ при $T = 2.15 \text{ К}$. Поскольку $\epsilon - 1 = 5.7 \cdot 10^{-2}$, то при $T = 2.15 \text{ К}$ осциллирующая добавка $\delta\epsilon = -1.5 \cdot 10^{-3}\delta T$, где δT берется в кельвинах. Постоянное поле \mathbf{E} на поверхности гелия существенно зависит от величины z_0 . Выбирая $z_0 = 5 \cdot 10^8 \text{ см}$, получим $E \sim 10^6 \text{ В/см}$. При этом

осциллирующая разность потенциалов между гелием и металлом $\delta\phi \cong \delta\epsilon E z_0$ при $T = 2.15 \text{ К}$ будет равна $\delta\phi \approx -5 \cdot 10^{-4}\delta T \text{ В}$. Эта величина близка к наблюдаемой в эксперименте $\delta\phi \approx 10^{-4}\delta T \text{ В}$, но сильно зависит от температуры. При $T = 1.138 \text{ К}$ получаем $\delta\phi \approx 10^{-6}\delta T \text{ В}$, то есть значение потенциала на два порядка меньше наблюдаемого в эксперименте.

При сравнении теории и эксперимента следует учитывать, что без специального приготовления сосуда, содержащего гелий, поверхность сосуда покрыта несколькими слоями адсорбированных атомов. Взаимодействие адсорбированных атомов с металлом будет индуцировать у них дипольные моменты и связанное с ними электрическое поле. Поляризуемость адсорбированных атомов почти на два порядка больше поляризуемости атомов гелия, поэтому во столько же раз будет больше индуцированное электрическое поле в адсорбированном слое. Из приведенных выше оценок можно ожидать, что масштаб эффекта будет такого порядка величины, какой наблюдается в эксперименте. Поскольку температура сверхтекучего перехода гелия не является выделенной температурой для адсорбированных атомов, то нет никаких оснований ожидать существенной температурной зависимости $\delta\phi$ в интервале температур 1.5–2 К, в котором выполнены эксперименты.

Отметим в заключение, что предсказываемые нами эффекты не дают исчерпывающего объяснения экспериментов [1–4]. По нашему мнению, для такого объяснения еще не хватает какой-то ключевой идеи.

Выражаем благодарность Л.А. Пастуру за полезное обсуждение работы. Мы также признательны А.С. Рыбалко за возможность ознакомления с результатами его экспериментов до их публикации.

1. А. С. Рыбалко, ФНТ **30**, 1321 (2004).
2. А. С. Рыбалко, С. П. Рубец, ФНТ **31**, 820 (2005).
3. A. Rybalko et al., Phys. Rev. B **76**, 140503 (2007).
4. А. С. Рыбалко и др., ФНТ **34**, 326 (2008).
5. А. М. Косевич, ФНТ **31**, 50 (2005).
6. L. A. Melnikovsky, J. Low Temp. Phys. **148**, 559 (2007).
7. В. Д. Нацик, ФНТ **31**, 1201 (2005).
8. Э. А. Пашицкий, С. М. Рябченко, ФНТ **33**, 12 (2007).
9. В. М. Локтев, М. Д. Томченко, ФНТ **34**, 337 (2008).
10. Л. В. Келдыш, *Проблемы теоретической физики*, М.: Наука, 1972, с. 433.
11. Ю. С. Бараш, *Силы Ван-дер-Ваальса*, М.: Наука, 1988, гл. 4.
12. Г. Е. Воловик, Письма в ЖЭТФ **39**, 169 (1984).
13. Б. Н. Есельсон и др., *Свойства жидкого и твердого гелия*, М.: Издательство стандартов, 1978.