

Кулоновские краевые состояния в 2D электронных системах

В. Шикин, С. Назин

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 2 июня 2009 г.

Обсуждаются детали структуры краевых электронных состояний в ограниченных 2D заряженных системах (электронных или дырочных), связанные с участием в их формировании неоднородностей электронной (дырочной) плотности кулоновского происхождения. Показано, что на резких краях различных 2D систем (в корбино- и прямоугольных геометриях) кулоновские эффекты приводят к заметному уширению традиционных краевых магнитных уровней. В рамках этого же формализма предложен пороговый механизм возникновения целочисленных “полок” в центральной части экранированных 2D систем. Полученные результаты сравниваются с имеющимися экспериментами.

PACS: 73.20.–r

Краевые электронные состояния (КЭС) в ограниченных 2D заряженных системах являются привычным понятием современной физики низкоразмерных проводящих систем, широко используемым в различных, экспериментально реализуемых ситуациях. Речь идет о резонансах Хайкина, [1–4], влиянии краевых состояний на магнитоёмкость 2D систем [5, 6], формализме Бюттикера [7–10], трактуящем КЭС как проявление квантовых свойств в проводимости краевых каналов, попытках обнаружения признаков латтинжеровости в краевых каналах на сколах 2D системы и в гладкой зоне [11–15], дйр-эффекте в проводимости электронов на заряженной пленке гелия [16–18] и т.п. При этом в большинстве случаев для качественной трактовки экспериментов достаточен сам факт существования краевых состояний либо интересное общее свойство квантовой универсальности их проводимости. Что касается деталей структуры самих каналов, то здесь, по существу, мало определенного. Если отвлечься от структурно понятных целочисленных полосок Шкловского [19, 20], которые в нашей трактовке уместно назвать квази-объемными, последовательная картина образования возможных КЭС остается невостробованной. В качестве примера на этот счет отметим наиболее популярные из них состояния со “скачущими” орбитами. Их наличие является атрибутом общего формализма КЭС Бюттикера [9, 10]. А в последнее время здесь развернуты серьезные работы [11–14] по изучению деталей нелинейной ВАХ в процессе туннелирования электронов из металла в скол замагниченной 2D системы либо между берегами несжимаемых полосок [15]. При этом авторы [11–14] полагают, что наблюдаемая ими ВАХ действительно характеризует свойства КЭС, а структура скачущих краевых орбит

аналогична известным 3D состояниям [1–4], называемым ниже для краткости уровнями Хайкина. Реальное положение дел сложнее. Электростатические неоднородности, имеющие место на резких краях гетероструктур с пространственно разделенными электронными и компенсирующими их донорными слоями, приводят к появлению КЭС и в отсутствие магнитного поля [21]. В результате 2D КЭС Хайкина перестают быть чисто магнитными. Описание кулоновских деталей в поведении 2D КЭС и возможные наблюдаемые следствия такого влияния обсуждаются в данной работе.

1. По своей природе (технологии изготовления) типичные 2D заряженные системы имеют вид сэндвичей с пространственно разделенными электронными (дырочными) и ионным слоями. Часть из них: различные МДП устройства с образованием инверсионных слоев – обладают свойствами плоского конденсатора и вблизи своих краев следуют классическим предсказаниям. В условиях $2w \gg 2d \gg a$ ($2w$ – латеральный размер устройства, $2d$ – эффективное расстояние между обкладками конденсатора, a – межатомная длина), когда для описания полей и 2D плотности $n_s(x)$ в окрестности периметра естественно использовать полубесконечную геометрию, имеем (см., например, [22])

$$en_s(x) = \left| \frac{V/(4\pi d)}{(1 - \exp(-2\pi\chi/V))} \right|, \quad (1)$$

$$x = -\frac{d\chi}{V} + \frac{d}{2\pi}[1 - \exp(-2\pi\chi/V)],$$

где V – управляющее напряжение, χ – параметр, позволяющий записать $n_s(x)$ в аналитическом виде, начало отсчета $x = 0$ совпадает с открытым концом конденсатора. Формально речь идет о решении за-

дачи Дирихле для электростатического потенциала $\varphi(x, z)$, принимающего постоянные значения $0, V$ на двух полуплоскостях:

$$\varphi(x, z) = \begin{cases} +V, & -\infty < x \leq 0, \quad z = +d \\ 0 & -\infty < x \leq 0, \quad z = -d \end{cases}.$$

В области $2\pi\chi/V \gg 1$ величина $n_s(x)$ стремится (как и положено) к постоянной величине $\epsilon n_s = V/4\pi d$. Разница $\delta n(x) = n_s(x) - n_s$ возрастает корневым образом при стремлении $x \rightarrow 0$:

$$\delta n(x) \propto x^{-1/2}. \quad (2)$$

Для гетероструктур без специального влияния управляющего электрода (то есть двуслоек: доноры + свободные носители) интересующее нас распределение плотности $n_s(x)$ подвижных носителей следует из решения гармонической задачи для $\varphi(x, z) = \varphi_1(x, z) + \varphi_2(x, z)$:

$$n_d = \text{const}, \quad z = -d, \quad -w \leq x \leq +w,$$

$$\varphi_1(x, z) + \varphi_2(x, z) = \text{const}, \quad z = +d, \quad -w \leq x \leq w,$$

$$\varphi_1'(x, z) = \frac{2e}{\kappa} \int_{-w}^{+w} \frac{n_s(s)(x-s)}{(x-s)^2 + (z-d)^2} ds,$$

$$\delta n_s(x) = n_s(x) - n_d,$$

$$\varphi_2'(x, z) = -\frac{2e}{\kappa} \int_{-w}^{+w} \frac{n_d(x-s)}{(x-s)^2 + (z+d)^2} ds,$$

$$Q = e \int_{-w}^{+w} \delta n_s(x) dx = 0,$$

имеющей при фиксированной плотности доноров n_d на одной "обкладке" сэндвича вид интегрального уравнения относительно распределения плотности электронов $\delta n_s(x) = n_s(x) - n_d$ на второй из них. Его решение дает для $\delta n_s(x)$

$$\delta n_s(x) = \frac{n_d}{\sqrt{w^2 - x^2}} \int_{-w}^{+w} \frac{\sqrt{w^2 - s^2}}{x-s} \Phi(s) ds + \frac{C}{\sqrt{w^2 - x^2}}, \quad (3)$$

$$\Phi(x) = \ln \frac{w+x}{w-x} - \ln \sqrt{\frac{(w+x)^2 + 4d^2}{(w-x)^2 + 4d^2}}.$$

Константа C выбирается из условия

$$\int_{-w}^{+w} \delta n_s(x) dx = 0.$$

Здесь $2d$ – эффективное расстояние между донорами и электронным слоем, $2w \gg 2d$ – один из латеральных размеров сэндвича, структура в целом нейтральна.

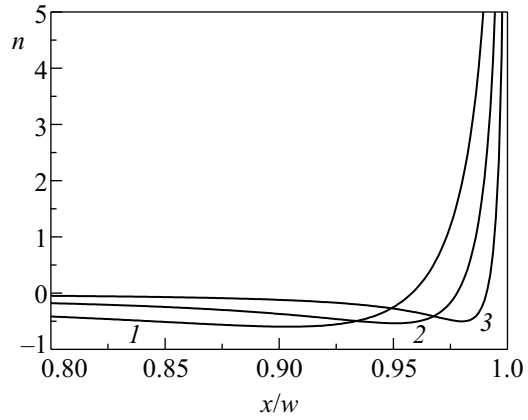


Рис.1. Распределение плотности электронов в плоском "сэндвиче". Кривые 1–3 соответствуют $d/w = 0.05, 0.025, 0.01$

Численные значения $\delta n_s(x) = n_s(x) - n_d$ вблизи одного из краев структуры представлены на рис.1. В отличие от (1), распределение (3) имеет дипольный вид, но корневая особенность в поведении $\delta n_s(x)$ на концах сэндвича возникает и здесь.

Заметный вклад в краевые неоднородности 2D электронной плотности может возникать от контактной разности потенциалов между основной 2D системой и питающими (измерительными) контактами. Наиболее характерен этот канал неоднородности для корбино-систем, хотя нетрудно показать (см. [23]), что даже точечные питающие (измерительные) контакты с бортами прямоугольного холловского образца ведут к потере однородности вдоль всего его периметра. Для примера нижеприведенная формула (4), взятая из [22] и рис.2 дают представление о

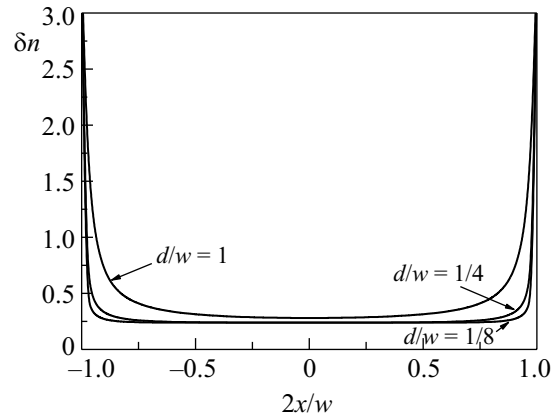


Рис.2. Распределение плотности зарядов в экранированной квазиодномерной полосе, моделирующей диск Корбино

распределении плотности электронов по радиальному сечению квазиодномерной экранированной корбино-

системы (то есть цилиндрического образца с размерами $(R_{\text{out}} - R_{\text{in}})/(R_{\text{out}} + R_{\text{in}}) \ll 1$):

$$\delta n_s(x) = 1/4\pi + \frac{1}{2\pi} \sum_0^{\infty} \exp\left(-\frac{n\pi w}{2d}\right) \cosh\left(\frac{n\pi x}{d}\right), \quad (4)$$

$$|x| < w/2.$$

Еще одним кандидатом на участие в анализе краевых состояний служат границы 2D электронной системы на “бортах” плавного потенциала $V(x)$, формирующего квазиодномерный электронный канал ширины $2b$ (так называемая *split-gate* методика образования таких каналов). Распределение плотности $n(x)$ и ширина канала $2b$ в одномерном сценарии возникают здесь из требований

$$V(x) + e\varphi(x) = \text{const}, \quad \int_{-b}^{+b} n(x)dx = N, \quad (5)$$

$$-b \leq x \leq +b,$$

где N – заданное на единицу длины канала число электронов.

Первое из условий (5) является интегральным уравнением относительно $n(x)$. В результате

$$\frac{e^2}{\kappa} n(x) = -\frac{1}{\pi^2} \sqrt{b^2 - x^2} \int_{-b}^{+b} \frac{ds V'(s)}{\sqrt{b^2 - s^2}(s - x)}, \quad (5a)$$

κ – диэлектрическая постоянная среды. Располагая (5a) и вторым из условий (5), нетрудно найти величину $2b$ в терминах N . Вдоль бортов распределения (5a), то есть в окрестности точек $\pm b$, возможно образование специальных краевых состояний, называемых ниже “мягкими”.

2. Обсуждение влияния кулоновских сил на 2D КЭС естественно начать с модификации давно известной задачи о 3D КЭС в магнитном поле, возникающих исключительно благодаря влиянию на движение замагниченных электронов границы металла. 2D электростатика (1), (2), либо (3), (4), “вмешивается” в эту проблему очевидным образом. Использованное выше при получении этих формул условие равновесия вдоль 2D системы

$$\varphi = \text{const}$$

в действительности должно иметь более общий вид, а именно,

$$\mu = e\varphi(x) + \epsilon_F(x) = \text{const}, \quad \epsilon_F \simeq \frac{\hbar^2}{2m_e} n_s(x); \quad (6)$$

здесь ϵ_F – энергия Ферми вырожденной системы и ее явный вид для 2D электронов.

При наличии (6) электростатический потенциал $\varphi(x)$ внутри 2D системы неоднороден:

$$e\varphi(x) = \text{const} - \epsilon_F(x), \quad (7)$$

и свободные электроны должны воспринимать его как одномерный квантующий. Таким образом, и в отсутствие магнитного поля граница 2D системы содержит связанные квазиодномерные состояния, возникающие в потенциале (7). Явный вид полей, ведущих к этой неоднородности, можно построить, решая задачи (1), (3), (4) приближенно, то есть используя в качестве нулевого чисто электростатическое распределение полей и плотности $n_s(x)$ вблизи границы 2D системы. Интересующий нас потенциал локализации находится затем с помощью (7), где энергия Ферми записана для плотности электронов, взятой из электростатического приближения.

Однако намеченное формулами (6),(7) кулоновское обобщение задачи о 2D КЭС перестает быть содержательным при включении квантующего магнитного поля (напомним, что именно этот предел интересует нас в первую очередь). Дело в том, что в условиях $\hbar\omega_c > \epsilon_F$ теряет смысл определение кинетической энергии ϵ_F из (6) (ω_c – циклотронная частота). Наличие влияющего на свойства КЭС возмущения ϵ_F из (7) трансформируется здесь в новое определение химической части электрохимического потенциала $T \ln S(\nu)$, демонстрирующей скачкообразное поведение при прохождении целочисленных значений фактора заполнения $\nu = \pi l_H^2 n_s$

$$-T \ln S = \begin{cases} 0, & \nu \rightarrow 1 - 0 \\ \hbar\omega_c, & \nu \rightarrow 1 + 0 \end{cases}.$$

Следствием этой трансформации является, в частности, возникновение в областях с $dn_s(x)/dx \neq 0$ так называемых несжимаемых полосок Шкловского [19, 20]. Целочисленные полоски, надвигаясь при варьировании магнитного поля на периметр 2D образца из его глубины, взаимодействуют со скачущими орбитами Хайкина посредством своих электростатических полей. В результате, для выяснения роли кулоновских эффектов в формировании КЭС следует начинать с квази-КЭС, или несжимаемых полосок вблизи свободного края 2D системы.

Образование квази-КЭС аналогично этому же процессу в глубине 2D пространственно неоднородной системы. В общем случае нет никаких запретов на их возникновение непосредственно на границе 2D системы. Если при этом в какой-либо точке (x_0) на профиле $n_s(x)$, рис.3, имеет место целочисленный фактор заполнения ν_l (для простоты ниже речь идет лишь

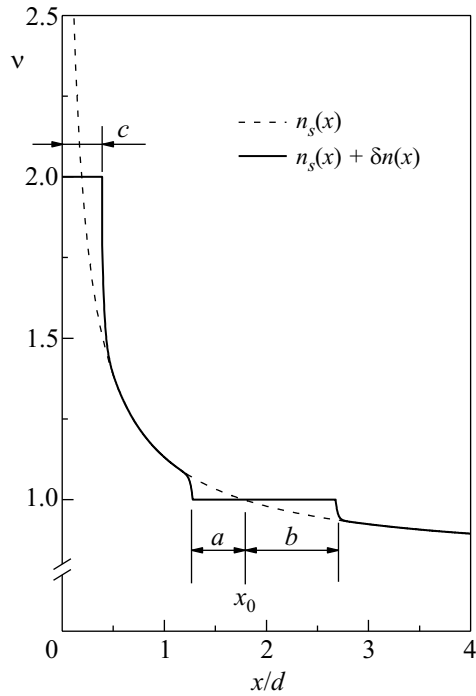


Рис. 3. Сечения целочисленных каналов вблизи края 2D системы. Левый вариант отвечает малым значениям x_0 , когда один берег канала привязан к геометрической границе образца, общая ширина c определена формулой (11b). Правая картинка иллюстрирует “свободное” положение канала вдали от геометрической границы, когда $x_0 > a$; плечи a и b определены формулой (13)

о целочисленном КЭХ), то в ее окрестности на участке $0 \leq x \leq +c$ возникает энергетически выгодное уплотнение $n_s(x) = \text{const} = n_l$, такое, что

$$\int_0^{x_0} [n_s(x) - n_l] dx = \int_{x_0}^c [n_l - n_s(x)] dx, \quad (8)$$

$$\nu(x) = n_s(x) \pi l_H^2, \quad \nu_l = 1, 2, 3, \dots$$

При данном $n_s(x)$ значению $n_l(x_0)$ отвечает магнитное поле, для которого в этой точке $\nu(x_0) = \nu_l$. Естественно, дополнительная кулоновская энергия не должна превышать $\hbar\omega_c$:

$$V_c \leq \hbar\omega_c, \quad V_c \simeq e^2 n'(x_0) c^2 \kappa^{-1}. \quad (9)$$

В модельном приближении, правильно передающем асимптотическое поведение плотности $n_s(x)$ (1) в обоих предельных случаях $x/d \ll 1$ и $x/d \gg 1$:

$$n_s(x) = n_s \sqrt{(d/\pi + x)/x}, \quad (10)$$

ширина полки c из (8) связана с положением точки x_0 (см. рис.3) параметрически:

$$\frac{\nu_l}{\nu} = \sqrt{1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z} \ln(\sqrt{1+z} + \sqrt{z})}, \quad z = \frac{c}{d}, \quad \nu = \pi l_H^2 n_s, \quad (11)$$

$$\frac{x_0}{d} = \frac{1}{(\nu_l/\nu)^2 - 1}, \quad \frac{x_0}{d} \ll 1, \quad (11a)$$

и в пределе сильных магнитных полей, когда $\nu \ll \nu_l$, формулы (11), (11a) упрощаются до

$$\frac{c}{d} = 4 \frac{\xi}{1 - \xi}, \quad \xi = \frac{x_0}{d}. \quad (11b)$$

Для полноты картины интересно проследить за поведением полки в условиях ее отрыва от резкого края 2D системы, когда $x_0 \gg d$ и становится важным влияние экранирующего электрода. Ориентируясь на то же модельное распределение $n_s(x)$ (10), обозначая левое и правое “плечи” полки через a , b и пользуясь в расчете полей конденсаторным приближением, записываем полное изменение энергии W (выигрыш в “магнитной” части и проигрыш в кулоновской) в следующей форме:

$$W = -L\hbar\omega_c \int_{(x_0-a)}^{x_0} [n_s(x) - n_l] dx + \frac{Ld}{8\pi} \left[\int_{(x_0-a)}^{x_0} E_a^2(x) dx + \int_{x_0}^{(x_0+b)} E_b^2(x) dx \right], \quad (12)$$

$$\int_{(x_0-a)}^{x_0} [n_s(x) - n_l] dx = \int_{x_0}^{x_0+b} [n_l - n_s(x)] dx, \quad (12a)$$

$$\nu = n_s \pi l_H^2, \quad \nu_l = 1, 2, 3, \dots$$

$$E_a(x) = 4\pi[n_s(x) - n_l], \quad E_b(x) = 4\pi[n_l - n_s(x)], \quad (12b)$$

где L – размер системы вдоль канала, d – расстояние до экранирующего электрода; связь между $E(x)$ и $n_s(x)$ (12b) отвечает идеальному конденсаторному приближению в пределе $a + b \gg d$.

Условие электронеutrальности полоски (12a) дает возможность выразить b через a , после чего плечо a находится из минимума W (12) по a . В результате в пределе $\nu \rightarrow \nu_l$

$$\frac{a}{x_0} = \frac{x_0}{d} \frac{a_B^*}{d}, \quad \frac{b}{a} \simeq 1 + \frac{2}{3} \frac{a}{x_0}, \quad a_B^* = \frac{\kappa \hbar^2}{m_* e^2}, \quad \frac{a_B^*}{d} \ll 1. \quad (13)$$

Комментируя результаты (13), убеждаемся в том, что вследствие малости отношения a_B^*/d (влияние экранирующего электрода) ширина полки $a + b$ действительно может значительно превосходить d с сохранением условия $a/x_0 \ll 1$. Интересно также подчеркнуть, что при монотонном удалении точки x_0 от левого края 2D системы решение (13) ведет себя пороговым образом и пропадает (поскольку a становится больше x_0) еще до того, как ν станет равным единице. Таким образом, в сильно уплотненной 2D системе полка, описываемая уравнением (13), не может достигать центральной области 2D системы при

$x_0 \rightarrow \infty$, то есть $\nu \rightarrow \nu_1$. Подобное свойство качественно отличает экранированную 2D систему от неэкранированной ситуации (когда в центральной области $n_s(x) = n_s(-x)$, $n'_s(0) = 0$, $n''_s(0) \neq 0$), рассмотренной в работе [20]. Здесь в условиях $\nu \rightarrow \nu_1$ полка шириной $2a_{Shkl}$ возникает именно в центральной области распределения $n_s(x)$:

$$a_{Shkl} = \left(\frac{\kappa \hbar \omega_c}{e^2 |n'_s(0)|} \right)^{1/3}.$$

Перебирая варианты появления полок в глубине 2D системы, следует упомянуть отдельно и схему, учитывающую детали электронного распределения рис.1. Здесь полки следуют сценарию [20] с центрами в минимумах распределения $n_s(x)$, рис.1.

Возвращаясь к задаче о краевых состояниях, нетрудно видеть, что роль кулоновского потенциала, влияющего на свойства КЭС в области $\hbar\omega_c > \epsilon_F$, играет распределение потенциала $e\varphi_{strip}(x)$, в окрестности целочисленной полки с центром в точке x_0 . При этом в квазиклассическом приближении спектр $\epsilon_l(p)$ электрона на краевых траекториях выглядит так:

$$\epsilon_l(p) = \hbar\omega_c \left(l + \frac{1}{2} \right) + e\varphi_{strip}(x_p) + \frac{m^*}{2} \left[\frac{e\varphi'_{strip}(x_p)}{m^*\omega_c} \right]^2, \quad (14)$$

$$x_p = p\delta x, \quad \delta x = \frac{2\pi l_H^2}{L_y}, \quad l_H^2 = \frac{\hbar}{|e|H}.$$

Для сравнения выпишем краевую часть спектра $\epsilon_1(p)$ для краевых состояний Хайкина на уровне Ландау с $l = 1$:

$$\delta\epsilon_1(p) = \hbar\omega_c \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \exp(-a^2/2), \quad a = pl_H\hbar. \quad (15)$$

Очевидно, состояния (15) локализованы на магнитной длине, в то время как уровни (14) размазаны на глубину порядка $d \gg l_H$.

3. Несколько эффектов, свидетельствующих о наличии кулоновски деформированных КЭС. Первый из них – измерения магнетоемкости C_m в исполнении [6]. Авторы этой работы с использованием прямоугольного образца измеряли одновременно холловский ток и C_m системы. Показано, что расположение минимумов C_m на магнитной оси точно совпадает с распределением холловских плато в проводимости образца (что, впрочем, неудивительно). А экстремальные значения C_m^{\min} в этих минимумах пропорциональны периметру L прямоугольного образца. Для возможности манипулировать величиной L искусственно менялась гофрировка края с амплитудой, варьируемой в широких пределах (в 3–4 раза). Факт

пропорциональности $C_m^{\min} \propto L$ на холловских плато – одно из наиболее четких свидетельств в пользу существования КЭС. Дополнительное утверждение из [6] о том, что ширина s одномерного канала вдоль периметра 2D системы, ответственного за конечность C_m^{\min} , намного превосходит магнитную длину, указывает на участие кулоновских сил в создании КЭС (для минимального целочисленного фактора заполнения $\nu c/l_H \leq 10$; с ростом ν это отношение увеличивается). Так, в условиях $d \gg l_H$ целочисленная полка (8), по определению, должна иметь ширину s , заметно превосходящую l_H .

К аналогичному выводу приводит анализ данных [24] о локальном распределении электростатического потенциала по сечению корбино-образца.

Возможность экспериментального наблюдения широких целочисленных полок в центральной части диска Корбино следует из данных [25]. К сожалению, эти эксперименты не были ориентированы на обнаружение тонкого эффекта, отмеченного выше, – порогового появления таких полок.

Резюмируя заключаем, что существующие представления о спектре электронов в магнитном поле с монотонно поднимающимися с приближением к периметру образца крыльями уровней Ландау (как например следует из (15)) в 2D системах должны модифицироваться. Здесь, согласно (1)–(3), невозможно считать движение электронов вблизи границы свободным. Полная картина структуры КЭС формируется под влиянием магнитного поля, граничных условий на свободной поверхности (это было) и влияния кулоновской части задачи (новый, требующий внимания, фактор). Качественно новыми являются КЭС на “бортах” плавного потенциала вдоль границ $\pm b$ из (5). Хочется думать, что КЭС кулоновского происхождения имеют отношение к данным о магнетоемкости [6].

Авторы выражают благодарность С.В. Иорданскому за обсуждение результатов. Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований # 09-02-00894а и Программой Президиума РАН “Физика конденсированного состояния”.

1. И. Лифшиц, А. Косевич, ЖЭТФ **29**, 743 (1955).
2. М. С. Хайкин, ЖЭТФ **39**, 212 (1960).
3. R. Prange and T. Nee, Phys. Rev. **168**, 779 (1968).
4. V. Tsoi, J. Bass, and P. Wyder, Rev. Mod. Phys. **71**, 1641 (1999).
5. M. Kaplit, J. Zemel. Phys. Rev. Lett. **21**, 212 (1968).
6. S. Takaoka, K. Oto, H. Kurimoto, and K. Murase, Phys. Rev. Lett. **72**, 3080 (1994).

7. M. Büttiker, Phys. Rev. B, **38**, 9375 (1988).
8. M. Büttiker, IBM J. Research and Develop. **32**, 317 (1988).
9. K. von Klitzing, Physica B **184**, 1 (1993).
10. R. Haug, Semicond. Sci. Technol. **8**, 131 (1993).
11. X-G. Wen, Phys. Rev. Lett. **64**, 2206 (1990).
12. X-G. Wen, Phys. Rev. B **44**, 5708 (1991); X-G. Wen. Phys. Rev. B **43**, 11025 (1991).
13. M. Grayson et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 1062 (1998).
14. M. Hike et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 186806 (2001).
15. E. Deviatov et al., Phys. Rev. B **74**, 073303 (2006).
16. E. Andrei, Phys. Rev. Lett. **52**, 1449 (1984).
17. Yu. Monarkha, U. Albrecht, K. Kono, and P. Leiderer, Phys. Rev. B **47**, 13812 (1993).
18. V. Shikin, J. Klier, I. Doicescu et al., Phys. Rev. B **64**, 073401 (2001).
19. D. Chklovskii, B. Shklovskii, and L. Glazman, Phys. Rev. B **46**, 4026 (1992).
20. D. Chklovskii, K. Matveev, and B. Shklovskii, Phys. Rev. B **47**, 12605 (1993).
21. I. Chikina, S. Nazin, and V. Shikin, Physica B **404**, 459 (2009).
22. Ф. Морс, Г. Фешбах, *Методы теоретической физики*, том 2, М.: ИЛ, 1960.
23. V. Shikin, Phys. Rev. B **64**, 245335-1 (2001).
24. W. Ditsche, K. von Klitzing, and K. Ploog, Surf. Sci. **361/362**, 289 (1996).
25. B. Jeanneret, B. D. Hall, H.-J. Bühlmann et al., Phys. Rev. B **51**, 9752 (1995).