

Генерация широкополосных бифотонов и их компрессия в оптическом волокне

Г. Х. Китаева, М. В. Чехова¹⁾, О. А. Шумилкина

МГУ им. М. В. Ломоносова, Физический факультет
119991 ГСП 1 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 июня 2009 г.

Рассматривается генерация двухфотонных волновых пакетов с широким спектром за счет квазисинхронного спонтанного параметрического рассеяния в кристалле с апериодической доменной структурой. Бифотоны на выходе такого образца не являются фурье-ограниченными, то есть их время корреляции намного превосходит обратную ширину спектра. В работе показано, что если вектор обратной решетки линейно меняется по длине образца, то генерируемые двухфотонные волновые пакеты могут быть “сжаты” во времени путем пропускания двухфотонного света через оптическое волокно.

PACS: 42.50.Dv, 42.65.Lm

В ряде задач квантовой оптики и квантовой информатики требуются бифотонные поля с широким частотным спектром. В качестве примеров можно привести генерацию бифотонов с высокой степенью перепутывания по частоте, где ширина спектра определяет степень перепутывания [1], и так называемую квантовую когерентную томографию, где ширина спектра определяет временное разрешение [2]. В других задачах, как, например, наблюдение двухфотонных процессов в бифотонных полях [3] или предлагаемая пока чисто теоретически квантовая синхронизация часов [4], требуются двухфотонные волновые пакеты с малым временем корреляции, то есть с малой шириной глауберовской корреляционной функции (КФ) второго порядка $G^{(2)}(\tau)$. Заметим, что малость времени корреляции не обязательно следует из большой ширины частотного спектра, хотя обратное верно. Действительно, напрямую со спектром связана лишь КФ первого порядка $G^{(1)}(\tau)$ [5]; связь КФ второго порядка со спектром неоднозначна, аналогично связи формы импульса с его спектром. В общем случае ширина частотного спектра $\Delta\omega$ бифотона и его время корреляции τ_{corr} удовлетворяют неравенству

$$\Delta\omega\tau_{\text{corr}} \geq 2\pi. \quad (1)$$

По аналогии с импульсами можно определить фурье-ограниченный бифотон как такой, для которого соотношение (1) имеет вид равенства.

На сегодняшний день предложено несколько методов генерации бифотонов с широким спектром, в большинстве из которых используется спонтанное

параметрическое рассеяние (СПР). Среди них специальный выбор условий синхронизма [6], использование дисперсионных элементов (призм и дифракционных решеток) [7], а также создание различного рода неоднородностей вдоль образца, в котором генерируется СПР. Такими неоднородностями могут быть градиент температуры, приводящий к градиенту показателя преломления [8], а также пространственная зависимость периода доменной структуры в кристалле, где реализуется квазисинхронное СПР [9–12].

Методы, основанные на внесении пространственных неоднородностей нелинейного кристалла, универсальны и позволяют управлять шириной спектра. Однако основной их недостаток заключается в том, что они приводят к неоднородному уширению спектра и к генерации фурье-неограниченных бифотонов. Далее в работе мы покажем, что при генерации бифотонов в кристалле с линейно изменяющимся вектором обратной решетки доменной структуры [10–12] спектральная амплитуда бифотона приобретает нелинейно зависящую от частоты фазу. В результате, несмотря на значительно уширенный спектр, форма КФ второго порядка оказывается в точности такой же, как и в кристалле с постоянным периодом доменной структуры. Тем не менее, в зависимости от характера изменения периода доменной структуры вдоль кристалла (убывание или возрастание) знак нелинейной по частоте фазы бифотона оказывается разным. В работе показано, что если фаза отрицательна, то она может быть скомпенсирована за счет распространения бифотона в оптическом волокне с нормальной дисперсией групповой скорости. Данное рассмотрение справедливо также для других способов внесения пространственной неоднородности (градиент темпе-

¹⁾e-mail: drquantum@hotmail.com

ратуры или приложенное поле [8]). Существенно, однако, что в данном случае мы рассматриваем только невырожденный по частоте режим СПР с синхронизмом типа I или аналогичный ему режим с синхронизмом типа II.

Рассмотрим генерацию бифотонов за счет частотно-невырожденного синхронизма типа I (аналогично может быть описан случай синхронизма типа II) в кристалле с неоднородным пространственным распределением квадратичной нелинейности $\chi(z)$. В случае непрерывной накачки состояние бифотонного поля на выходе из кристалла определяется выражением

$$|\psi\rangle = \int d\Omega F(\Omega) |\omega_{i0} - \Omega, \omega_{s0} + \Omega\rangle, \quad (2)$$

где ω_{i0}, ω_{s0} – частоты точного квазисинхронизма для холостой и сигнальной волн, соответственно, а амплитуда бифотона, с точностью до медленно зависящего от частоты множителя, имеет вид

$$F(\Omega) \propto e^{-i(k_i+k_s)\frac{L}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dz \chi(z) e^{i(k_i+k_s-k_p)z}. \quad (3)$$

Пусть квадратичная нелинейность зависит от координаты как

$$\chi(z) = \chi_0 e^{iK(z)z}, \quad (4)$$

где вектор обратной решетки меняется линейно, $K(z) = K_0 - \alpha z$, а K_0 компенсирует расстройку синхронизма в центре кристалла, $k_{i0} + k_{s0} - k_p + K_0 = 0$. Заметим, что хотя зависимость (4) отличается от реализуемой на практике “ступенчатой” зависимости типа $\chi(z) = \chi_0 \text{sign}[\cos(K(z)z)]$ (см., например, [13]), условие квазисинхронизма выполняется только за счет одной гармоники, поэтому при расчетах можно использовать зависимость (4). Тогда, с точностью до постоянного множителя, спектральная амплитуда бифотона имеет вид

$$F(\Omega) \propto e^{-\Delta(\Omega)\frac{L}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dz e^{i\Delta(\Omega)z - i\alpha z^2}, \quad (5)$$

где $\Delta(\Omega) \equiv k_i + k_s - k_p + K_0$ – волновая расстройка. Если аперидичность доменной структуры велика, так что выполняется условие [14]

$$\alpha L^2 \gg \pi^2/4, \quad (6)$$

то интегрирование в (5) дает “прямоугольную” функцию с нелинейно зависящим от частоты фазовым

множителем. Действительно, определим “прямоугольную функцию” как

$$\begin{aligned} \Pi(z, a_1, a_2) &\equiv 1, \quad a_1 \leq z \leq a_2, \\ &\equiv 0, \quad z < a_1, z > a_2, \end{aligned} \quad (7)$$

тогда интеграл в (5) можно переписать как фурьеобраз произведения прямоугольной и гауссовской функций,

$$F(\Omega) \propto e^{-i\Delta(\Omega)\frac{L}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{-i\alpha z^2} \Pi\left(z, -\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right) e^{i\Delta(\Omega)z}. \quad (8)$$

По теореме о свертке результат может быть записан как свертка функции $\text{sinc}(x) = \sin x/x$ и гауссовской функции, что дает

$$F(\Omega) \propto e^{-i\Delta(\Omega)\frac{L}{2} + i\frac{[\Delta(\Omega)]^2}{4\alpha}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \text{sinc}\left\{x \frac{L}{2}\right\} e^{i\frac{x^2}{4\alpha}} e^{i\frac{\Delta(\Omega)x}{2\alpha}}. \quad (9)$$

При выполнении условия (6) функция $e^{i\frac{x^2}{4\alpha}}$ меняется значительно медленнее, чем функция $\text{sinc}(xL/2)$, и может быть вынесена за знак интегрирования. В результате получим:

$$F(\Omega) \propto e^{-i\Delta(\Omega)\frac{L}{2} + i\frac{[\Delta(\Omega)]^2}{4\alpha}} \Pi\left(t, -\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right) \Big|_{t=\frac{\Delta(\Omega)}{2\alpha}}. \quad (10)$$

Таким образом, сильная линейная аперидичность доменной структуры приводит к прямоугольному спектру с шириной, определяемой решением уравнения

$$|\Delta(\Omega)/\alpha| = L. \quad (11)$$

Разложим волновые векторы в окрестности центральных частот сигнального и холостого спектров в ряд по частотной отстройке Ω ,

$$k_i = k_{i0} - k'_i \Omega + \frac{1}{2} k''_i \Omega^2, \quad k_s = k_{s0} + k'_s \Omega + \frac{1}{2} k''_s \Omega^2, \quad (12)$$

и обозначим

$$D \equiv k'_s - k'_i, \quad \kappa \equiv \frac{1}{2}(k''_s + k''_i).$$

Тогда, если дисперсия групповой скорости мала, так что на всей ширине спектра выполняется условие

$$|\kappa\Omega/D| \ll 1, \quad (13)$$

то ширина спектра составляет величину $2\alpha L/D$. Заметим, что в случае периодически поляризованного кристалла той же длины спектральная амплитуда бифотона имеет ширину $2\pi/DL$. Таким образом, уширение спектра за счет аперидичности доменной структуры можно характеризовать параметром $s = \alpha L^2/\pi$, а условие (6) означает, что это уширение велико, $s \gg 1$.

При учете конечной ширины спектра аperiodического кристалла условие малости эффектов дисперсии второго порядка (13) можно записать как

$$\kappa L \alpha \ll D^2. \quad (14)$$

Видно, что из-за нелинейной частотной зависимости фазового множителя в формуле (10) бифотонный волновой пакет, генерируемый в аperiodическом полидоменном кристалле, не является фурьеограниченным. При большом уширении спектра (условие (6)) и при малом вкладе дисперсии групповой скорости нелинейного кристалла (условие (14)) временная амплитуда бифотона легко вычисляется аналитически как фурье-образ выражения (10) с подстановкой $\Delta(\Omega) = D\Omega$. В результате

$$F(\tau) \propto e^{-i\alpha(\frac{\tau}{2} + \frac{\tau}{D})^2} \Pi(\tau, 0, -DL). \quad (15)$$

Глауберовская КФ второго порядка определяется квадратом модуля временной амплитуды бифотона [5], то есть

$$G^{(2)}(\tau) \propto \Pi(\tau, 0, -DL). \quad (16)$$

Это выражение в точности совпадает с выражением для КФ второго порядка при использовании однородного или периодически поляризованного кристалла [15].

Чтобы сделать двухфотонный волновой пакет фурьеограниченным, необходимо скомпенсировать нелинейно зависящую от частоты фазу в выражении (10), в первом приближении – квадратичную по частоте фазу. Как было показано в работах [5, 16], квадратично зависящая от частоты фаза вносится в амплитуду бифотона при его распространении по оптическому волокну. Так, на выходе из волокна длиной l с дисперсией групповой скорости, определяемой выражением $d^2k/d\omega^2 \equiv \kappa_f$, бифотон приобретает фазу $e^{iD_f\Omega l + i\kappa_f\Omega^2 l}$, где D_f – разница обратных групповых скоростей для сигнальной и холостой волн в волокне, $D_f = k'_f(\omega_{so}) - k'_f(\omega_{i0})$. В результате, при условии (14) спектральная амплитуда бифотона после волокна определяется выражением

$$F(\Omega) \propto \exp \left\{ i \left(-D \frac{L}{2} + D_f l \right) \Omega + i \left(\frac{D^2}{4\alpha} + \kappa_f l \right) \Omega^2 \right\} \times \Pi \left(\Omega, -\frac{L\alpha}{D}, \frac{L\alpha}{D} \right). \quad (17)$$

Компрессия бифотона, то есть сжатие его временной амплитуды, будет достигаться при условии компенсации квадратичной по частоте фазы. Для волокна с

нормальной дисперсией групповой скорости это условие выполнимо при отрицательной величине α и длине волокна $l_c = -D^2/4\alpha\kappa_f$.

В качестве примера рассмотрим генерацию бифотонов в кристалле ниобата лития в режиме коллинеарного частотно-невыврожденного синхронизма типа I (*eee*). Накачка, сигнальная и холостая волны распространяются по оси x и поляризованы вдоль оптической оси z . При длине вектора обратной решетки в центре кристалла $K_0 = 5500 \text{ см}^{-1}$ квазисинхронизм реализуется в третьем порядке для длины волны накачки 400 нм и длин сигнальной и холостой волн соответственно 495 нм и 2100 нм. Для длины кристалла $L = 5 \text{ см}$ аperiodичность $\alpha = 450 \text{ см}^{-2}$ приводит к уширению спектра в $3\alpha L^2/\pi \approx 1.07 \cdot 10^4$ раз (при использовании квазисинхронизма третьего порядка в формулы вместо α входит 3α). Спектры сигнального и холостого излучений, рассчитанные численно, исходя из формул Салмейера [17], показаны на рис.1. Штриховой линией для сравнения показаны

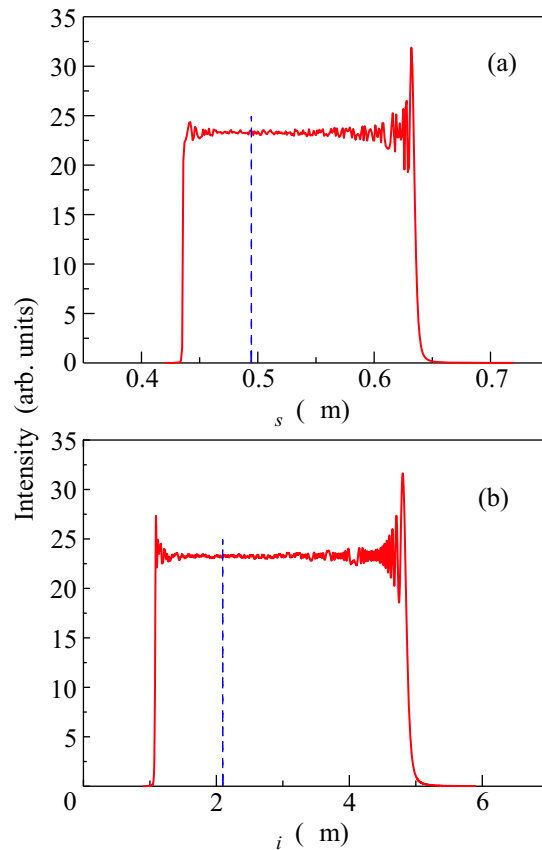


Рис.1. Рассчитанные спектры сигнального (а) и холостого (б) излучения (сплошные кривые). Штриховой линией показаны спектры сигнального и холостого излучения для периодического кристалла с вектором обратной решетки $K = K_0$

спектры для случая периодической доменной решетки, то есть при $\alpha = 0$. Так как уширение спектра сопровождается уменьшением значения амплитуды бифотона в максимуме, масштаб для спектров, показанных штрихом, уменьшен на четыре порядка.

На рис.2 построена КФ второго порядка, рассчитанная численно. На том же рисунке штриховой ли-

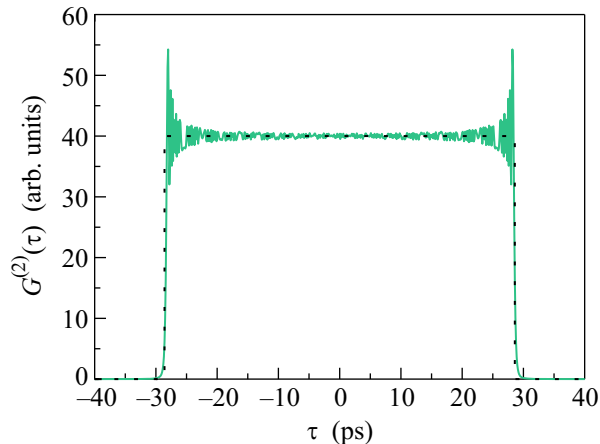


Рис.2. Рассчитанная корреляционная функция второго порядка в случае аперiodически поляризованного (сплошная кривая) и периодически поляризованного (штриховая линия) кристаллов

нией показана КФ в случае однородного или периодически поляризованного кристалла той же длины ($\alpha = 0$). Две зависимости совпадают с точностью до артефактов численного расчета, что показывает, что аперiodичность доменной структуры, уширяя спектр, никак не меняет времени корреляции бифотона. Наконец, на рис.3 показана зависимость времени корреляции бифотона от длины оптического волокна для двух случаев – $\alpha > 0$ (штриховая линия) и $\alpha < 0$ (сплошная кривая). Так как холостое излучение в данном случае попадает в область аномальной дисперсии групповой скорости, считалось, что через волокно пропускается только сигнальное излучение. В рассматриваемом диапазоне (450–650 нм) волноводный вклад в дисперсию пренебрежимо мал, поэтому использовался закон дисперсии для плавленого кварца [18]. Дисперсия групповой скорости для сигнального излучения в волокне определяется при этом величиной $k_f''(\omega_{s0}) = 7.247 \cdot 10^{-28} \text{ c}^2/\text{см}$. При длине волокна $l_c = 66.89 \text{ см}$ наступает “компрессия” – время корреляции достигает своего минимума. В данном случае для ширины КФ расчет дает величину 4 фс.

Как показывает более тщательный анализ [19], квадратичные и следующие за ними члены в разложении (12) приводят к тому, что “компрессия” оказывается неидеальной, и даже в минимуме зависи-

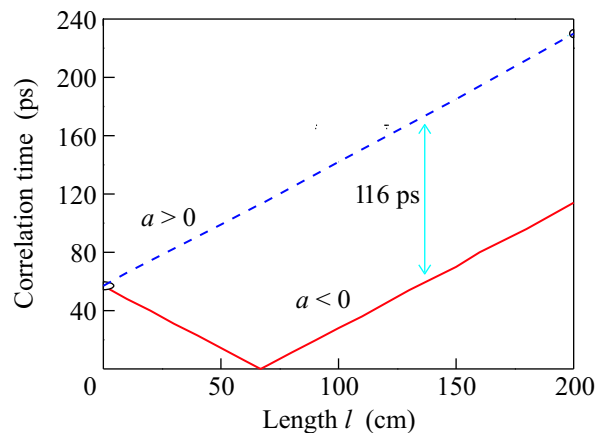


Рис.3. Зависимость ширины корреляционной функции второго порядка на выходе из волокна от длины волокна

мости, показанной на рис.3, бифотон остается фурье-неограниченным. Можно предложить, по крайней мере, два способа устранить этот недостаток. Первый заключается в выборе параметров эксперимента. Можно показать [19], что квадратичные слагаемые в разложении (12) не ухудшают “компрессию” при условии

$$|\kappa L \alpha s| \leq D^2, \quad (18)$$

более “сильном” по сравнению с условием (12). Второй способ состоит в том, что из-за различия в длинах волн сигнального и холостого излучений в ряде случаев можно, используя для них разные оптические волокна, подавить как квадратичную, так и кубическую по частоте фазу в выражении (10).

Однако даже при неполной “компрессии” двухфотонного волнового пакета, рис.3 показывает интересный эффект: ширина КФ для бифотонного света после оптического волокна одной и той же длины оказывается разной для разных положений кристалла. Параметры расчета были подобраны так, что данный эффект, в принципе, измерим в эксперименте (расстояние между зависимостями составляет более 100 пс) и может косвенным образом подтвердить эффект компрессии. Стоит отметить, что прямое наблюдение компрессии, то есть измерение времен корреляции порядка единиц или десятков фемтосекунд, при существующей экспериментальной технике чрезвычайно трудно и предполагает реализацию двухфотонного процесса (например, генерации суммарной частоты) в бифотонном поле.

Таким образом, бифотоны, генерируемые за счет СПР в полидоменном кристалле с линейной пространственной зависимостью вектора обратной решетки, не являются фурье-ограниченными. В случае невы-

рожденного синхронизма типа I или синхронизма типа II их корреляционная функция второго порядка оказывается точно такой же, как и в случае однородного либо периодически поляризованного кристалла. Тем не менее, в работе показано, что время корреляции таких бифотонов можно значительно уменьшить путем пропускания их через стандартное оптическое волокно. При заданном (нормальном) характере дисперсии групповой скорости волокна “компрессия” бифотона осуществляется лишь при определенном положении кристалла, при котором период домена вдоль кристалла уменьшается. Смена положения кристалла приводит к значительному уширению КФ бифотона после волокна. Данный эффект, в принципе, измерим в эксперименте.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 08-02-00555, # 08-02-00741, # 09-02-92003-ННС) и программы поддержки ведущих научных школ НШ-796.2008.2.

1. Yu. M. Mikhailova, P. A. Volkov, and M. V. Fedorov, *Phys. Rev. A* **78**, 062327 (2008).
2. M. B. Nasr, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 083601 (2003).
3. B. Dayan, A. Pe'er, A. A. Friesem, and Ya. Silberberg, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 023005 (2004).
4. A. Valencia, G. Scarcelli, and Y. Shih, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 13 (2004).
5. М. В. Чехова, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 271 (2002).
6. D. Strekalov, A. B. Matsko, A. A. Savchenkov, and L. Maleki, *Phys. Rev. A* **71**, 041803(R) (2005).
7. A. Valencia, A. Cere, X. Shi et al., *Phys. Rev. Lett.* **99**, 063602 (2007).
8. Д. А. Калашников, К. Г. Катамадзе, С. П. Кулик, *Письма в ЖЭТФ* **89**, 264 (2009).
9. S. Carrasco, M. B. Nasr, A. V. Sergienko et al., *Optics Letters* **31**, 253 (2004).
10. S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 063602 (2007).
11. M. B. Nasr, S. Carrasco, B. E. A. Saleh et al., *Phys. Rev. Lett.* **100**, 183601 (2008).
12. G. Kh. Kitaeva, S. P. Kovalev, and K. A. Kuznetsov, *Intern. J. of Quantum Information* **7**, 63 (2009).
13. И. В. Шутов, А. А. Новиков, А. С. Чиркин, *Квантовая Электроника* **38**, 258 (2008).
14. M. V. Chekhova, G. Kh. Kitaeva, O. A. Shumilkina et al., arXiv:0904.4461v1 [quant-ph].
15. M. H. Rubin, D. N. Klyshko, Y. H. Shih, and A. V. Sergienko, *Phys. Rev. A* **50**, 5122 (1994).
16. A. Valencia, M. V. Chekhova, A. S. Trifonov, and Y. H. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 183601 (2002).
17. D. E. Zelmon, D. L. Small, and D. Jundt, *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 3319 (1997).
18. H. Malitson, *J. Opt. Soc. Am.* **55**, 1205 (1965).
19. G. Brida, M. V. Chekhova, I. P. Degiovanni et al. (в печати).