

Дифракционное излучение от экрана конечной проводимости

Д. В. Карловец¹⁾, А. П. Потылицын

Томский политехнический университет, 634050 Томск, Россия

Поступила в редакцию 10 июня 2009 г.

Найдено точное решение задачи о дифракционном излучении, возникающем при пролете заряженной частицы перпендикулярно тонкому экрану конечных размеров, обладающему произвольной проводимостью и частотной дисперсией. Получены выражения для спектрально-угловой плотности излучения “вперед” и “назад”, описывающие дифракционный и черенковский механизмы излучения.

PACS: 41.60.–m

Как известно, заряженная частица, движущаяся равномерно и прямолинейно в вакууме вблизи оптической неоднородности, испускает излучение, называемое дифракционным [1]. Данное явление близко по своей природе переходному излучению (ПИ), возникающему при пересечении частицей бесконечной границы раздела двух сред. Характеристики ПИ на границе вакуума и среды, обладающей конечной диэлектрической проницаемостью и частотной дисперсией $\epsilon(\omega)$, были получены в пионерской работе Гинзбурга и Франка [2]. Дифракционное излучение (ДИ), напротив, рассматривалось преимущественно для идеально проводящих поверхностей (экранов, решеток и пр., см. [3]). Сравнительно недавно появились работы, в которых рассматривается ДИ в рентгеновском диапазоне, где диэлектрическая проницаемость экрана близка к единице [4, 5]. Вместе с тем, как теоретический, так и безусловно практический интерес представляет задача о ДИ, генерируемом частицей при пролете вблизи экрана (мишени) конечной проводимости. Простейшей геометрией для такого случая является пролет частицы с энергией $\gamma = E/mc^2 = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ вблизи прямоугольного экрана размерами $\infty \times a \times b$ (см. рис.1). В настоящей работе получено решение данной задачи в случае, когда толщина экрана b много меньше его длины a . Для хороших проводников $\text{Im} \epsilon(\omega) \gg 1$ появление скин-эффекта делает данное ограничение несущественным.

Как ПИ, так и ДИ относятся к поляризационному излучению, испускаемому атомами среды под воздействием внешнего поля движущейся частицы \mathbf{E}^0 . Поэтому поле ДИ является решением “вакуумных” макроскопических уравнений Максвелла с поляризационным током в правой части, плотность которого для немагнитной среды имеет вид

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, \omega)_{\text{pol}} = \sigma(\mathbf{r}, \omega)(\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{\text{pol}}(\mathbf{j}_{\text{pol}})), \quad (1)$$

где зависимость поля поляризационного излучения от тока делает данное уравнение интегральным.

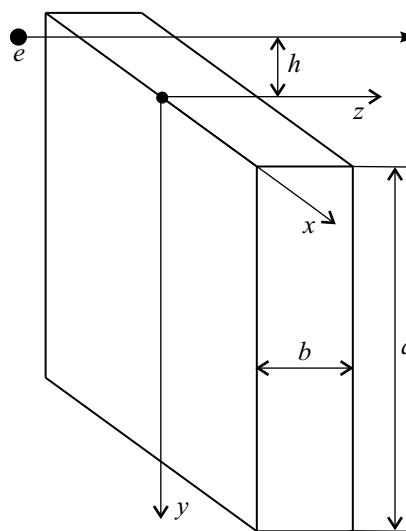


Рис.1. Схема генерации дифракционного излучения

Здесь проводимость среды (экрана) связана с диэлектрической проницаемостью следующим образом: $\sigma(\mathbf{r}, \omega) = (\epsilon(\mathbf{r}, \omega) - 1)\omega/4\pi i$. Уравнение (1) можно решать методом итераций, выбирая в качестве малого параметра величину $\epsilon - 1 \ll 1$, что справедливо, например, для частот выше плазменной [4]. Для излучения в более низком диапазоне частот и экрана произвольной проводимости данный метод не подходит.

Поступим по-другому: обозначая

$$\mathbf{j}_{\text{pol}}^{(0)} = \sigma(\mathbf{r}, \omega)\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, \omega), \quad (2)$$

из уравнений Максвелла можно получить следующее уравнение на магнитное поле поляризационного излучения \mathbf{H}^{pol} :

¹⁾e-mail: karlovets@tpu.ru

$$(\Delta + \varepsilon(\mathbf{r}, \omega) \frac{\omega^2}{c^2}) \mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = -\frac{4\pi}{c} (\sigma(\mathbf{r}, \omega) \text{rot } \mathbf{E}^0 - (\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{\text{pol}}) \times \nabla \sigma(\mathbf{r}, \omega)). \quad (3)$$

Можно показать, что для излучения в бесконечной однородной среде ($\sigma(\mathbf{r}, \omega) = \sigma(\omega)$) решение уравнения (3) дает точное выражение для поля черенковского излучения. Для простейшего случая неоднородности – бесконечная плоская граница раздела “вакуум-среда” проводимость имеет вид $\sigma(\mathbf{r}, \omega) = \Theta(z)\sigma(\omega)$, и, как легко видеть:

$$(\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{\text{pol}}) \times \nabla \sigma(\mathbf{r}, \omega) = \sigma(\omega) \delta(z) (\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{\text{pol}}) \times \mathbf{n}, \quad (4)$$

где $\mathbf{n} = \{0, 0, 1\}$ – единичный вектор нормали к поверхности раздела сред. Таким образом, последнее слагаемое в правой части (3) отлично от нуля лишь на границе раздела, где выполняется граничное условие непрерывности тангенциальных компонент поля: $(\mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{\text{pol}}) \times \mathbf{n}|_{z=0} = \mathbf{E}^0 \times \mathbf{n}$. Данное свойство оказывается справедливым и для более сложных поверхностей (например, для прямоугольного экрана на рис.1) и приводит к тому, что в правой части (3) остается лишь функция “внешнего” поля \mathbf{E}^0 . Записывая далее решение уравнения (3) стандартным образом, замечаем, что интегрирование сводится лишь к области, занимаемой поляризационным током (в случае ДИ это объем мишени V_T):

$$\mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = \text{rot} \frac{1}{c} \int_{V_T} \mathbf{j}_{\text{pol}}^{(0)}(\mathbf{r}', \omega) \frac{e^{i\sqrt{\varepsilon(\omega)}|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/c}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} d^3 r'. \quad (5)$$

Подчеркнем, что данное выражение является точным решением уравнений Максвелла, позволяющим избежать решения интегрального уравнения (1). Учет второго слагаемого в правой части (1) в конечном итоге привел лишь к замене “вакуумного” волнового числа ω/c на $\sqrt{\varepsilon(\omega)}\omega/c$.

Сначала применим данный метод к задаче о ПИ на бесконечной границе раздела. В этом случае интегрирование выполняется по всему полупространству $z' > 0$, и выражение (5) в волновой зоне принимает вид:

$$\mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{(2\pi)^2 i e^{\sqrt{\varepsilon(\omega)}r\omega/c}}{c} \frac{1}{r} \mathbf{k} \times \int_0^\infty dz' \mathbf{j}_{\text{pol}}^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z', \omega) e^{-ik_z z'}. \quad (6)$$

Здесь волновой вектор $\mathbf{k} = \omega/c\sqrt{\varepsilon(\omega)}\mathbf{e}$, $\mathbf{e} = \mathbf{r}/r$. Входящая в плотность тока $\mathbf{j}_{\text{pol}}^{(0)}$ фурье-компонента поля равномерно и прямолинейно движущейся частицы

зарядом e имеет вид (зависимость диэлектрической проницаемости от частоты далее подразумевается)

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{k}_\perp, z', \omega) = \frac{-ie\gamma}{2\pi^2\omega} \frac{e^{i\frac{\omega}{c}z'}}{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_\perp)^2} \{\sqrt{\varepsilon}\beta\gamma\mathbf{e}_\perp, \gamma^{-1}\}. \quad (7)$$

Подстановка (7) в (6) позволяет получить поле излучения

$$\mathbf{H}^{\text{pol}} = \frac{e}{\pi c} \frac{\beta}{2} \sqrt{\varepsilon}(\varepsilon - 1) \frac{e^{\sqrt{\varepsilon}r\omega/c}}{r} \{e_y, -e_x, 0\} \times \frac{1 - \sqrt{\varepsilon}\beta\gamma^2 e_z}{(1 - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z)(1 + \varepsilon(\beta\gamma e_\perp)^2)}, \quad (8)$$

Данная формула определяет полное поле поляризационного излучения в среде. Обращение в ноль члена $1 - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z$ в знаменателе (8) отвечает условию черенковского излучения. Входящие сюда компоненты вектора \mathbf{e} записываются для излучения назад через полярный угол в среде θ_m следующим образом: $\mathbf{e} = \{\sin\theta_m \sin\phi, \sin\theta_m \cos\phi, -\cos\theta_m\}$.

Для нахождения поля излучения вне среды, то есть в вакууме, нельзя напрямую использовать законы преломления Френеля, поскольку для хороших проводников излучающие диполи сосредоточены вблизи поверхности раздела, и поле вблизи поверхности не соответствует волновой зоне. Для данных целей можно использовать принцип взаимности [6]:

$$(\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}}, \mathbf{d}^{\text{(vac)}}) = (\mathbf{E}^{\text{pol(m)}}, \mathbf{d}^{\text{(m)}}), \quad (9)$$

где $\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}}$ – искомое поле излучения в вакууме, создаваемое диполем с моментом \mathbf{d} , расположенным в среде, $\mathbf{E}^{\text{pol(m)}}$ – поле излучения в среде, создаваемое таким же диполем, расположенным в вакууме далеко от границы раздела. В задаче о ПИ дипольный момент \mathbf{d} может быть ориентирован вдоль единственного выделенного направления – оси z . Учитывая, что вектор \mathbf{E}^{pol} перпендикулярен \mathbf{e} , поле излучения в вакууме из формулы (9) находится как:

$$|\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}}| = \frac{\sin\theta_m}{\sin\theta} |\mathbf{E}^{\text{pol(m)}}| = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} |\mathbf{E}^{\text{pol(m)}}|, \quad (10)$$

где использован известный закон для связи “вакуумного” угла θ и угла в среде θ_m [6]. Поскольку для поля сферической волны в среде выполняется равенство $|\mathbf{E}^{\text{pol(m)}}| = \varepsilon^{-1/2} |\mathbf{H}^{\text{pol(m)}}|$, остается найти магнитное поле в среде в случае, когда поле падающей из вакуума на границу раздела волны дается формулой (8). С учетом данных рассуждений из формулы (10) имеем:

$$|\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}}|^2 = \frac{1}{|\varepsilon|^2} (|f_H|^2 |H_\perp^{\text{pol}}|^2 + |\sqrt{\varepsilon} f_E|^2 (|H_z^{\text{pol}}|^2 + |H_\parallel^{\text{pol}}|^2)). \quad (11)$$

Здесь обозначено:

$$\begin{aligned} H_{\perp}^{\text{pol}} &= H_x^{\text{pol}} \cos \phi - H_y^{\text{pol}} \sin \phi, \\ H_{\parallel}^{\text{pol}} &= H_x^{\text{pol}} \sin \phi + H_y^{\text{pol}} \cos \phi \end{aligned} \quad (12)$$

– составляющие магнитного поля (8), перпендикулярная и параллельная плоскости падения волны на границу, а также:

$$\begin{aligned} f_H &= \frac{2\varepsilon \cos \theta}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}, \\ f_E &= \frac{2 \cos \theta}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \end{aligned} \quad (13)$$

– коэффициенты Френеля. Заметим, что в задаче о ПИ: $H_{\parallel}^{\text{pol}} = H_z^{\text{pol}} = 0$. Для того, чтобы найти интенсивность излучения в вакууме с помощью (11), остается только выразить углы излучения в среде через углы в вакууме:

$$\mathbf{e} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \{ \sin \theta \sin \phi, \sin \theta \cos \phi, -\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} \}. \quad (14)$$

Отсюда получаем окончательное выражение для спектрально-угловой плотности переходного излучения назад:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} &= cr^2 |\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}}|^2 = \frac{e^2}{\pi^2 c} \frac{\beta^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \times \\ &\times \left| \frac{(\varepsilon - 1)(1 - \beta^2 + \beta\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})}{(1 + \beta\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})(\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta})} \right|^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Данная формула полностью совпадает с известным решением Гинзбурга-Франка, полученным другим методом (см., например, формулу (116.9) в [6]). Формула для излучения вперед получается из данной формулы заменой $\beta \rightarrow -\beta$.

Перейдем к решению задачи о дифракционном излучении. Поскольку мишень на рис.1 предполагается бесконечной лишь вдоль оси x , выражение (5) в волновой зоне принимает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\text{pol}}(\mathbf{r}, \omega) &= \frac{2\pi i}{c} \frac{e^{\sqrt{\varepsilon(\omega)}r\omega/c}}{r} \mathbf{k} \times \\ &\int_0^b dz' \int_0^a dy' j_{\text{pol}}^{(0)}(k_x, y', z', \omega) e^{-ik_y y' - ik_z z'}. \end{aligned} \quad (16)$$

Соответствующая фурье-компонента поля заряда находится как

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^0(k_x, y', z', \omega) &= \frac{-ie}{2\pi v} \frac{e^{i\frac{\omega}{v}z'}}{\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}} \{ \sqrt{\varepsilon}\beta\gamma e_x, \\ &i\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}, \gamma^{-1} \} e^{-(y'+h)\frac{\omega}{v\gamma}\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь h – расстояние между траекторией движения частицы и экраном. Подстановка (17) в (16) позволяет получить поле излучения:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\text{pol}} &= \frac{e\beta\gamma}{4\pi c} \sqrt{\varepsilon}(\varepsilon - 1) \frac{e^{\sqrt{\varepsilon}r\omega/c}}{r} \mathbf{h} \frac{e^{ib\frac{\omega}{c}(\beta^{-1} - \sqrt{\varepsilon}e_z)} - 1}{1 - \beta\sqrt{\varepsilon}e_z} \times \\ &\times \frac{(e^{-a\frac{\omega}{v\gamma}(i\beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_y + \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2})} - 1)e^{-h\frac{\omega}{v\gamma}\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}}}{\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}(i\beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_y + \sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2})}, \end{aligned} \quad (18)$$

где используется обозначение

$$\mathbf{h} = \{ \gamma^{-1}e_y - ie_z\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2}, e_x(\beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_z - \gamma^{-1}), e_x(i\sqrt{1 + \varepsilon(\beta\gamma e_x)^2} - \beta\gamma\sqrt{\varepsilon}e_y) \}. \quad (19)$$

Для нахождения поля излучения вне экрана также следует использовать принцип взаимности (9). По причинам, которые будут пояснены ниже, дипольный момент \mathbf{d} также будем считать ориентированным перпендикулярно границе раздела, то есть в нашем случае вдоль оси z . Далее для того, чтобы использовать формулы Френеля для плоской границы раздела, необходимо пренебречь преломлением на торцах экрана. Поэтому будем считать, что толщина экрана b много меньше длины a , что ограничивает дальнейшее рассмотрение углами θ , не слишком близкими к $\pi/2$. Для хороших проводников данное условие является несущественным, поскольку в формировании излучения участвует лишь небольшая область вещества вблизи поверхности мишени (скин-слой).

Подставим компоненты поля излучения (18) в формулу (11) с учетом преобразования углов (14). Учитывая также равенство

$$\begin{aligned} &\left| \exp \left\{ -a\frac{\omega}{v\gamma}(i\beta\gamma \sin \theta \cos \phi + \right. \right. \\ &\left. \left. + \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}) \right\} - 1 \right|^2 = \\ &= 4 \left(\text{sh}^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) + \right. \\ &\left. + \sin^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi \right) \right) e^{-a\frac{\omega}{v\gamma}\sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}, \end{aligned} \quad (20)$$

окончательное выражение для спектрально-угловой плотности дифракционного излучения назад после приведения подобных членов получаем в виде

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} \right|_{BDR} &= cr^2 |\mathbf{E}^{\text{pol(vac)}}|^2 = \frac{e^2}{\pi^2 c} \beta^2 \cos^2 \theta \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right. \times \\ &\times \left. \frac{\exp \left\{ ib \frac{\omega}{c} (\beta^{-1} + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}) \right\} - 1 \right|^2 \times \\ &\times \left(\text{sh}^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) + \right. \\ &+ \left. \sin^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi \right) \right) \left((1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2) \times \right. \\ &\times \left. (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) \right)^{-1} \left[\left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} (\gamma^{-1} \sin \theta + \right. \right. \\ &+ \left. \left. \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} (\beta\gamma \sin \theta \sin^2 \phi + i \cos \phi \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}) \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \times \right. \\ &\times \left. (\gamma \sin \phi)^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) (\sin^2 \theta + |\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}|^2) \right] \times \\ &\times e^{-(h + \frac{a}{2}) \frac{2\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

В отличие от переходного излучения формула для ДИ вперед не может быть получена простой заменой $\beta \rightarrow -\beta$. Это связано с тем, что изменение знака скорости частицы соответствует изменению знака z -компоненты фурье-образа ее поля (17), а также замене $z' \rightarrow -z'$ в показателе экспоненты. Вычисления, вполне аналогичные только что сделанным, приводят к следующему выражению для ДИ вперед:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} \right|_{FDR} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} \beta^2 \cos^2 \theta \left| \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right. \times \\ &\times \left. \frac{\exp \left\{ ib \frac{\omega}{c} (-\beta^{-1} + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}) \right\} - 1 \right|^2 \times \\ &\times \left(\text{sh}^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) + \right. \\ &+ \left. \sin^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi \right) \right) \left((1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2) \times \right. \\ &\times \left. (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) \right)^{-1} \left[\left| \frac{\varepsilon}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} (\gamma^{-1} \sin \theta - \right. \right. \\ &- \left. \left. \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} (\beta\gamma \sin \theta \sin^2 \phi + i \cos \phi \times \right. \right. \\ &\times \left. \left. \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}) \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \right|^2 \times \right. \\ &\times \left. (\gamma \sin \phi)^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) (\sin^2 \theta + |\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}|^2) \right] \times \\ &\times e^{-(h + \frac{a}{2}) \frac{2\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Данное выражение содержит как дифракционное, так и черенковское излучения. Последнему так же, как

и для ПИ вперед, отвечает полюс интенсивности при условии $\beta\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} = 1$. Однако поскольку мы рассматриваем излучение от экрана конечной толщины, данный полюс является устранимым:

$$\left| \frac{\exp \left\{ ib \frac{\omega}{c} (-\beta^{-1} + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}) \right\} - 1 \right|^2 \rightarrow \left| b \frac{\omega}{\beta c} \right|^2, \quad (23)$$

причем зависимость от ε пропадает. Продолжая сравнение с переходным излучением, замечаем, что отсутствие члена $\sin^2 \theta$ в числителе формул (21), (22) приводит к тому, что максимум дифракционного излучения приходится, как и ожидалось, на угол $\theta = 0$.

Рассматривая проводящую мишень $\text{Im} \varepsilon(\omega) \gg 1$, приходим к выводу, что зависимость от толщины экрана отсутствует в случае, если $b \gg \lambda / |\sqrt{\varepsilon(\omega)}|$ (скин-эффект). В пределе идеальной проводимости $|\varepsilon| \rightarrow \infty$ формула (21) существенно упрощается:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} \right|_{\varepsilon \rightarrow \infty} &= \frac{e^2}{\pi^2 c} \left(\text{sh}^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2} \right) + \right. \\ &+ \left. \sin^2 \left(\frac{a}{2} \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi \right) \right) \left((1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2) \times \right. \\ &\times \left. (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) \right)^{-1} \left(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \right. \\ &+ \left. (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2 (1 + \cos^2 \theta) \right) \times \\ &\times e^{-(h + \frac{a}{2}) \frac{2\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}. \end{aligned} \quad (24)$$

Возвращаясь к вопросу об ориентации излучающего диполя в формуле (9), отметим, что переход к пределу идеального проводника возможен только в случае ориентации вектора \mathbf{d} перпендикулярно поверхности экрана. В случае наличия у \mathbf{d} составляющей, параллельной плоскости экрана, в формуле для поля излучения (10) появился бы член $\propto \cos \theta_m / \cos \theta \sim \sim \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} / \sqrt{\varepsilon}$, содержащий “лишнюю” степень $\sqrt{\varepsilon}$ в числителе, что в конечном итоге привело бы к обращению интенсивности излучения в бесконечность при $|\varepsilon| \rightarrow \infty$. Физически ориентация диполя перпендикулярно к границе раздела означает, что тонкий экран на больших расстояниях является двойным слоем.

Переходя в последней формуле к пределу $a \rightarrow \infty$, получаем выражение для интенсивности ДИ назад от идеально проводящей полуплоскости:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} &= \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left(1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2 \times \right. \\ &\times \left. (1 + \cos^2 \theta) \right) \left((1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2) (1 - \beta^2 \cos^2 \theta) \right)^{-1} \times \\ &\times e^{-h \frac{2\omega}{v\gamma} \sqrt{1 + (\beta\gamma \sin \theta \sin \phi)^2}}. \end{aligned} \quad (25)$$

Данная формула полностью совпадает с полученной в работах [7, 8] другим методом и не совпадает с известным решением [9], что является дополнительным аргументом в пользу приближенности последнего (см. подробнее [8]).

Приведем некоторые характерные особенности излучения от мишени, обладающей конечной диэлектрической проницаемостью. Для прозрачного вещества при выполнении условия Черенкова интенсивность ДИ мала, и основной вклад вносит черенковское излучение. По мере увеличения мнимой части $\varepsilon(\omega)$ интенсивность последнего быстро падает, и угловая зависимость приобретает характерный для ДИ вид кривой с одним максимумом (см. рис. 2). Интересно, что интенсивность дифракционного излу-

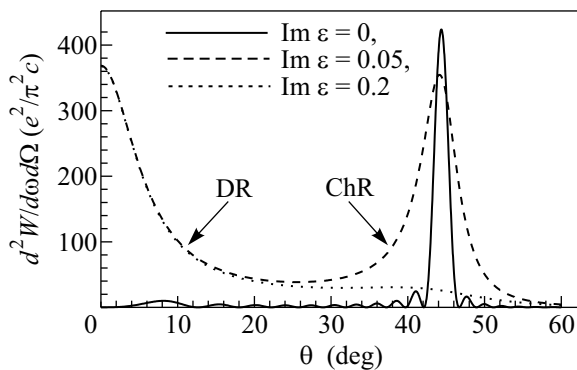


Рис. 2. Угловое распределение ДИ вперед для различных характеристик вещества экрана. $\text{Re } \varepsilon = 1.5$, $\gamma = 10$, $a = \infty$, $b = 50$ мм, $\lambda = h = 1$ мм, $\phi = 0$. Кривые для $\text{Im } \varepsilon \neq 0$ увеличены в 50 раз. Для угла, определяемого из условия $\beta\sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta} = 1$, наблюдается черенковский максимум, который подавляется при увеличении $\text{Im } \varepsilon$

чения вперед для экрана из поглощающего вещества с коэффициентом отражения, близким к нулю (поглотитель: $\varepsilon = 1 + i0.05$), практически не отличается от аналогичной зависимости для вещества с близким к единице коэффициентом отражения (хороший проводник: $\varepsilon = 1 + i50$), см. рис. 3. При этом для поглотителя интенсивность излучения назад на несколько порядков ниже интенсивности в направлении вперед. В пределе $\text{Im } \varepsilon \rightarrow \infty$ энергия, излученная в обоих направлениях, одинакова. Заметим, что если угловое распределение дифракционного излучения для малых углов θ не зависит от ϕ , то черенковское излучение сосредоточено в плоскости yOz , перпендикулярной плоскости экрана, см. рис. 4.

В заключение еще раз заметим, что используемый метод решения заключается в представлении поля ДИ (ПИ) как поля излучения поляризационного тока,

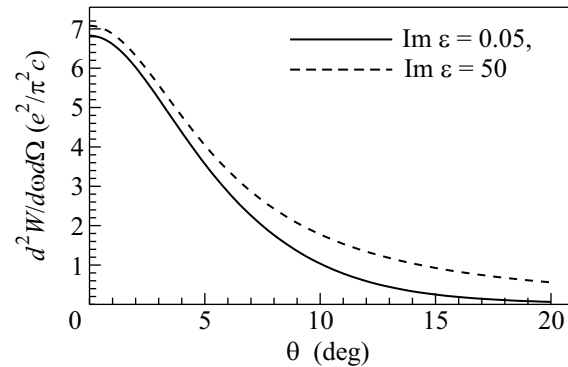


Рис. 3. Угловое распределение ДИ вперед от поглотителя (сплошная кривая) и проводника (штриховая). $\text{Re } \varepsilon = 1$, $\gamma = 10$, $a = \infty$, $b = 50$ мм, $\lambda = h = 1$ мм, $\phi = 0$

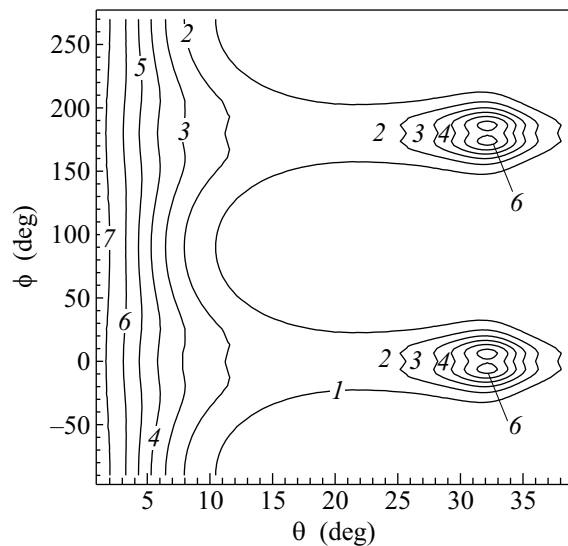


Рис. 4. Угловое распределение ДИ вперед с учетом азимутальной зависимости. $\text{Re } \varepsilon = 1.3$, $\text{Im } \varepsilon = 0.05$, $\gamma = 10$, $a = \infty$, $b = 50$ мм, $\lambda = h = 1$ мм

индуцированного в веществе полем внешнего источника, в качестве которого в данной задаче выступает равномерно и прямолинейно движущийся заряд. Как было показано с использованием граничных условий, представление (5) оказывается справедливым в том числе и для неоднородных сред $\varepsilon(\mathbf{r}, \omega)$. Поэтому задача о нахождении поля поляризационного излучения в вакууме от мишени заданного профиля сводится к задаче о преломлении сферической волны на границе экрана, для чего целесообразно использование принципа взаимности.

Авторы благодарны А.А. Тищенко и Л.Г. Сухих за полезные обсуждения. Работа частично поддержана грантами Президента РФ # НШ-4158.2008.2 и Федерального агентства по образованию РФ # 1.81.2006, а

также Федеральным агентством по науке и инновациям РФ по гранту # 02.740.11.0238.

1. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **88**, 209 (1966).
2. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ **16**, 15 (1946).
3. Б. М. Болотовский, Е. А. Галстьян, УФН **170**, 809 (2000).
4. A. A. Tishchenko, A. P. Potylitsyn, and M. N. Strikhanov, Phys. Rev. E **70**, 066501 (2004).
5. A. A. Tishchenko, A. P. Potylitsyn, and M. N. Strikhanov, Phys. Lett. A **359**, 509 (2006).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Физматлит, 2005.
7. Д. В. Карловец, А. П. Потылицын, ЖЭТФ **134**, 887 (2008).
8. D. V. Karlovets and A. P. Potylitsyn, Phys. Lett. A **373**, 1988 (2009).
9. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, ДАН СССР **147**, 74 (1962).