

Киральный магнитный эффект в решеточной $SU(2)$ глюодинамике при нулевой температуре

П. В. Буйвидович⁺, Е. В. Луцевская⁺, М. И. Поликарпов⁺, М. Н. Чернодуб^{∇□+}

⁺ Институт теоретической и экспериментальной физики, 117218 Москва, Россия

^{*} ОИЭЯИ “Сосны”, Национальная Академия Наук, 220109 Минск, Беларусь

[∇] Университет математики и теоретической физики, 37200 Тур, Франция

[□] Университет, Кафедра математической физики и астрономии, В-9000 Гент, Бельгия

Поступила в редакцию 17 августа 2009 г.

Киральный магнитный эффект заключается в возникновении электрического тока кварков вдоль направления магнитного поля в топологически нетривиальных калибровочных полях. Существуют свидетельства в пользу того, что этот эффект наблюдается в столкновениях тяжелых ионов на ускорителе RHIC. Мы исследуем характерные черты кирального магнитного эффекта в $SU(2)$ глюодинамике на решетке при нулевой температуре. Мы обнаружили, что электрический ток усиливается в направлении магнитного поля благодаря квантовым флуктуациям калибровочных полей. Флуктуации локальной зарядовой плотности и киральности также увеличиваются с ростом напряженности магнитного поля, что является характерной чертой кирального магнитного эффекта.

PACS: 11.30.Rd, 12.38.Gc, 13.40.—f

1. Введение. Известно, что магнитные поля адронного масштаба воздействуют на свойства сильно-взаимодействующей материи [1, 2]. В природе сильные магнитные поля величиной 10^{16} Тл ($\sqrt{eB} \sim 1$ ГэВ) могли возникать на ранних этапах развития Вселенной после электрослабого фазового перехода. В нейтронных звездах (магнетарах) магнитное поле приближенно составляет 10^{10} Тл ($\sqrt{eB} \sim 1$ МэВ). В эксперименте RHIC в GSI и ELI область столкновения тяжелых ионов облучается мощным лазером, величина магнитного в пучке которого имеет порядок $B \sim 10^7$ Тл ($\sqrt{eB} \sim 0.01$ МэВ, $I \sim 10^{23}$ Вт/см²). В экспериментах на ускорителе RHIC величина магнитного поля в центральной области столкновения ионов золота может быть порядка $B \sim 10^{15}$ Тл, $\sqrt{eB} \sim 10$ МэВ...300 МэВ [3, 4], то есть имеет порядок адронного масштаба. Недавно коллаборация STAR обнаружила новый интересный эффект [5, 6]: в нецентральных ионных столкновениях ядер наблюдалась зарядовая асимметрия частиц по отношению к плоскости реакции, причем величина асимметрии зависела от центральности столкновения. Объяснение этого явления, вызываемого так называемым киральным магнитным эффектом (КМЭ), было дано в работах [3, 7–9]. Ниже мы кратко опишем суть этого эффекта.

В вакууме КХД присутствуют топологические флуктуации или, другими словами, конфигурации

глюонных полей с нетривиальным топологическим зарядом [10, 11]. Фоновое калибровочное поле с ненулевым топологическим зарядом Q нарушает баланс между кварками с положительной и отрицательной киральностями согласно известному соотношению Атья-Зингера:

$$\Delta(N_L - N_R) = N_f Q, \quad (1)$$

где N_L и N_R – число левых и правых кварков, соответственно, а N_f – число типов кварков.

Помимо киральности, безмассовые фермионы обладают спиральностью, правой или левой, с положительной или отрицательной проекциями фермионного спина на направление импульса, соответственно. У безмассовых кварков киральность и спиральность совпадают по значению, а у антикварков они противоположны друг другу. При энергиях ускорителя RHIC легкие u и d кварки можно считать безмассовыми. Во время нецентрального столкновения ионов возникает очень сильное магнитное поле. Оно направлено перпендикулярно плоскости реакции и является результатом движения заряженных частиц относительно друг друга. Спины фермионов ориентируются в направлении этого поля, и движение безмассовых кварков оказывается коллинеарным направлению поля. Топологические флуктуации приводят к флуктуациям киральности, а затем к локальному разделению заряда [3, 7–9, 12, 13]

Этот эффект также подразумевает локальное \mathcal{P} и \mathcal{CP} нарушения “в каждом отдельном событии”, поскольку наблюдаемая асимметрия возникает из-за разности количества кварков положительной и отрицательной киральностей, возникающей в поле глюонной конфигурации с определенным топологическим зарядом $Q \neq 0$. В среднем, топологический заряд равен нулю, так что нарушения четности в обычном смысле не происходит.

Данная работа посвящена исследованию КМЭ в $SU(2)$ глюодинамике на решетке при нулевой температуре, причем в нашем подходе динамические кварки отсутствуют [2, 14–16].

Заметим, что до сих пор во всех работах, в которых изучалось влияние внешних электромагнитных полей на свойства решеточной КХД, только валентные кварки имели электрический заряд, а морские кварки не взаимодействовали с внешними полями [15, 16, 14]. Причина этого состоит в различии зарядов u - и d -кварков, приводящих к знакопеременности функционального интеграла для наиболее распространенных видов динамических фермионов [14]. В то время как включение динамических кварков даже с нулевыми зарядами делает вычисления намного более трудоемкими, нет веских оснований утверждать, что динамические кварки с нулевым зарядом лучше описывают электромагнитные свойства КХД, чем чистая теория Янга-Миллса без динамических кварков. Можно надеяться, что для наших целей выбор глюодинамики не сильно отличается от теории с морскими кварками. В обеих теориях наблюдаются удержание цвета и спонтанное нарушение киральной симметрии. Отличие состоит в том, что в теории с легкими кварками топологический заряд глюонной конфигурации оказывается подавленным [17] по сравнению с вакуумом чистой глюодинамики. Однако, как известно из работ [3, 7–9] КМЭ возникает благодаря локальным (а не глобальным) флуктуациям топологического заряда и не зависит от числа цветов в теории, поэтому рассмотрение $SU(2)$ теории без кварков вполне оправдано.

2. Детали вычислений. Техническое описание наших симуляций приведено в работе [18]. В частности, действие Симанчика определяется выражением (1) указанной работы. Для вычислений мы используем симметричные решетки с объемом 14^4 , шагом $a = 0.103$ фм и размером $L = 14 \cdot a = 1.44$ фм. Разные решетки нам необходимы для проверки влияния эффектов конечного объема и конечного шага на результаты вычислений.

Для вычислений собственных функций и собственных значений оператора Дирака мы используем

решеточный оператор Дирака, предложенный Нойбергером [19]. Вид этого оператора и его параметры подробно описаны в работе [18]. Такой оператор Дирака сохраняет киральную инвариантность на решетке, что позволяет нам изучать топологические свойства $SU(2)$ решеточной глюодинамики.

В калибровочном поле A_μ безмассовый оператор Дирака выглядит следующим образом:

$$\mathcal{D} = \gamma^\mu (\partial_\mu - iA_\mu), \quad (2)$$

где γ^μ – гамма-матрицы, $\mu = 1, 2, 3, 4$ – лоренцевские индексы.

Мы численно решаем уравнение

$$\mathcal{D}\psi_k = i\lambda_k \psi_k \quad (3)$$

и находим собственные значения λ_k и собственные функции ψ_k . Точные нулевые моды не учитываются при вычислении наблюдаемых величин, поскольку их вклад становится несущественным в термодинамическом пределе $V \rightarrow \infty$.

Непосредственно с абелевым полем взаимодействуют только кварки, в то время как глюонные неабелевы поля с абелевым полем напрямую не взаимодействуют. Поэтому для того, чтобы учесть внешнее магнитное абелево поле, достаточно добавить его в оператор Дирака, следуя, например, работе [14]. Так как в конечном объеме полный магнитный поток квантуется, то на периодическом пространстве с периодом L однородное магнитное поле может принимать только дискретные значения [20]:

$$qB = 2\pi k/L^2, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad (4)$$

где q – заряд кварка. Для вычислений мы используем $q = -e/3$, соответствующий заряду d -кварка. Условие квантования (4) определяет минимальное ненулевое значение магнитного поля, равное $\sqrt{qB} = 348$ МэВ в нашем случае.

3. Плотность электрического заряда. Как уже говорилось выше, сильные магнитные поля B приводят к возникновению КМЭ, а значит, они индуцируют локальный электрический ток. Общее выражение для электрического тока имеет вид

$$j_\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x). \quad (5)$$

Естественным результатом протекания тока на неоднородном фоне глюонного поля является пространственное разделение электрических зарядов. Локальная зарядовая плотность отвечает нулевой компоненте в выражении (5). Нас интересует величина

$$j_0(x; B) = \langle j_0(x) \rangle_B - \langle j_0(x) \rangle_{B=0}. \quad (6)$$

Обозначение $\langle \dots \rangle_B$ соответствует средней ожидаемой (измеряемой) величине во внешнем магнитном поле B . В уравнении (6) мы вычитаем локальную зарядовую плотность при нулевом магнитном поле для того, чтобы уничтожить все ультрафиолетовые расходимости и оставить только конечные слагаемые, возникающие благодаря внешнему магнитному полю.

На рис.1, 2 и 3 представлены поверхности уровня распределений зарядовой плотности калибровочно-полевой конфигурации для трех значений магнитного поля B в фиксированном временном срезе.

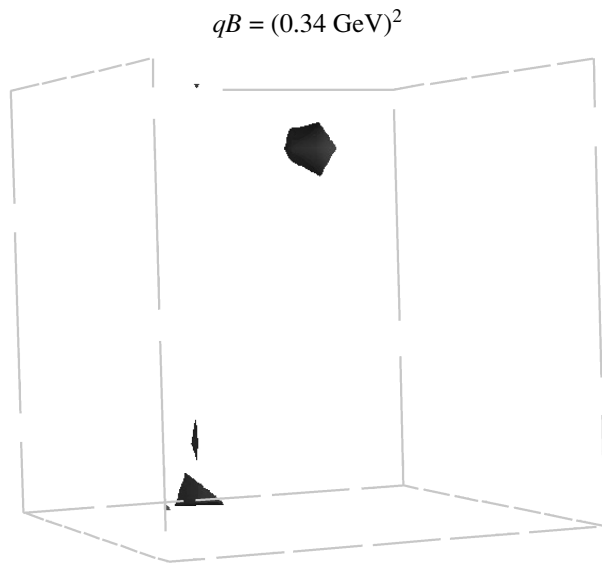


Рис.1. На трехмерном срезе калибровочно-полевой конфигурации показана плотность электрического заряда (6), возникающая из-за внешнего магнитного поля $qB = (0.34 \text{ ГэВ})^2$ на решетке 14^4 объемом $(1.44 \text{ фм})^4$. Магнитное поле направлено на рисунке снизу вверх. Красные области соответствуют избытку положительного заряда, синие области – отрицательного

Сравнивая между собой рис.1, 2 и 3, мы видим, что с ростом магнитного поля плотность электрического заряда увеличивается, как и должно быть при возникновении КМЭ. Области концентрации заряда вытянуты вдоль направления магнитного поля. Объяснение этого явления дает обычная электродинамика [21]: кварки локализуются в области, перпендикулярной магнитному полю, и занимают низший уровень Ландау. Кварки имеют также продольный импульс, направленный коллинеарно магнитному полю B . Поле глюонов воздействует на движение кварков, и вместо движения по спирали вдоль B движе-

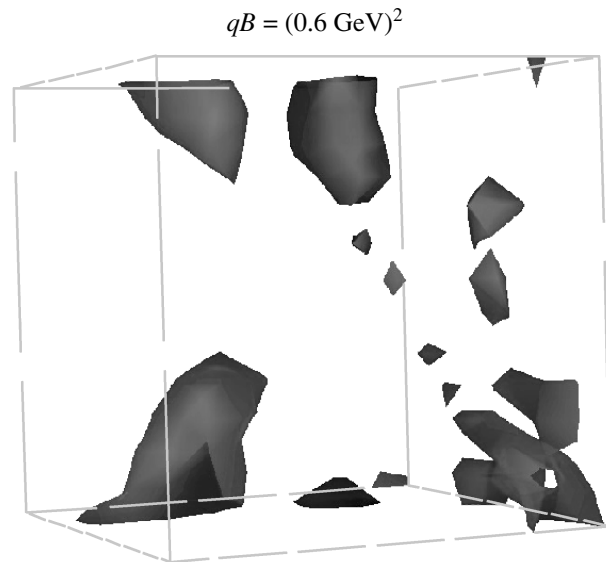


Рис.2. Плотность электрического заряда для $qB = (0.6 \text{ ГэВ})^2$ для той же конфигурации калибровочных полей, что и на рис.1

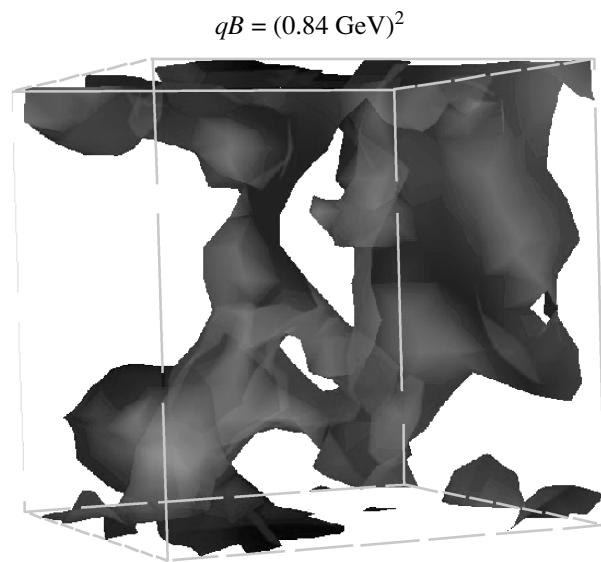


Рис.3. Плотность электрического заряда для $qB = (0.84 \text{ ГэВ})^2$ для той же конфигурации калибровочных полей, что и на рис.1 и 2

ние кварков размывается, что хорошо видно на рис.1, 2 и 3.

4. Флуктуации киральности. КМЭ также характеризуется локальной киральностью, которую мы определяем как разность между плотностями левых и правых кварков:

$$\rho_5(x) = \bar{\psi}(x) \gamma_5 \psi(x). \quad (7)$$

КМЭ возникает благодаря флуктуациям локальной киральности, а в CP -инвариантном вакууме $\langle \rho_5 \rangle = 0$, поэтому сила флуктуаций может быть описана квадратом локальной киральности. Ультрафиолетовые расходимости мы снова вычитаем:

$$\begin{aligned} \langle \rho_5^2 \rangle_{IR}(B) &= \frac{1}{V} \int_V d^4x \langle \rho_5(x) \rho_5(x) \rangle_B - \\ &- \frac{1}{V} \int_V d^4x \langle \rho_5(x) \rho_5(x) \rangle_{B=0}, \end{aligned} \quad (8)$$

где V – полный объем решетки, индекс IR в $\langle \dots \rangle_{IR}$ означает, что данная величина содержит только инфракрасные вклады. Отметим, что все величины, входящие в уравнение (8), берутся в одной точке x .

На рис.4 изображена величина флуктуаций киральности (8) (в логарифмическом масштабе). Вид-

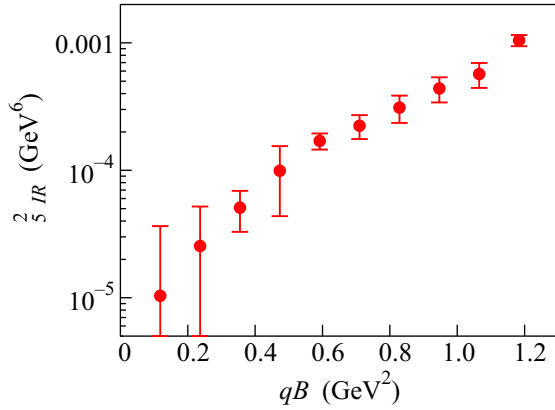


Рис.4. Флуктуации киральности (8)

но, что флуктуации киральности быстро увеличиваются с ростом магнитного поля.

Киральные переходы можно объяснить следующим образом: кварки участвуют в одномерном движении коллинеарно направлению магнитного поля. Кварк может поменять киральность в локальном одномерном процессе рассеяния на флуктуации калибровочного поля, в котором импульс частицы меняется на противоположный, а спин остается без изменения.

Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что КМЭ зависит от разницы между левыми и правыми модами. Локально эта разница характеризуется величиной киральных флуктуаций, $\langle \rho_5^2 \rangle$, которая определяет скорость киральных переходов. Поскольку внешнее магнитное поле сильно усиливает флуктуации киральности, то киральный магнитный эффект может наблюдаться также в достаточно плотной холодной ядерной материи, когда ядра

перекрываются и эффектом удержания цвета, который препятствует перемещению электрически заряженных кварков, можно пренебречь.

5. Флуктуации электромагнитного тока.

Флуктуации киральности порождают флуктуации электромагнитного тока. Величины, аналогичные (6), для пространственных направлений ($\mu = 1, 2, 3$) равны нулю, поскольку движения зарядов в противоположных направлениях в среднем компенсируют друг друга. Это касается как продольного направления ($\mu = 3$), так и поперечных направлений по отношению к магнитному полю ($\mu = 1, 2$). Что касается времениподобной компоненты ($\mu = 0$), то ее среднее значение также зануляется в силу теоремы Гаусса (полный электрический заряд в замкнутом объеме с периодическими граничными условиями должен быть равным нулю). На рис.5 изображена

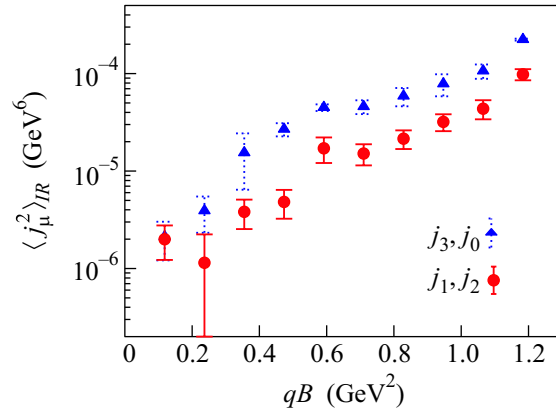


Рис.5. Флуктуации поперечных (j_1, j_2) и продольных (j_3, j_0) компонент векторного тока (5) как функции внешнего магнитного поля

ультрафиолетово регуляризованная величина

$$\begin{aligned} \langle j_\mu^2 \rangle_{IR}(B) &= \frac{1}{V} \int_V d^4x \langle j_\mu^2(x) \rangle_B - \\ &- \frac{1}{V} \int_V d^4x \langle j_\mu^2(x) \rangle_{B=0}. \end{aligned} \quad (9)$$

Вращательная симметрия теории нарушается магнитным полем, но в однородном поле, направленном вдоль оси x_3 , справедливы следующие соотношения:

$$\langle j_1^2 \rangle = \langle j_2^2 \rangle, \quad \langle j_0^2 \rangle = \langle j_3^2 \rangle \quad (T = 0). \quad (10)$$

При слабых магнитных полях все компоненты флуктуаций электромагнитного тока имеют одну и ту же величину. Однако при более сильных магнитных полях продольные компоненты флуктуаций (j_3 и j_0)

оказываются сильнее по сравнению с поперечными (j_1 и j_2). Все компоненты растут при увеличении магнитного поля B . Рост флуктуаций j_3 и j_0 является указанием на возможность существования КМЭ в холодной материи. Рост флуктуаций поперечных компонент j_1 и j_2 возникает из-за того, что при увеличении B поперечный импульс частицы, занимающей определенный уровень Ландау, растет.

На рис.6 показано отношение величины флуктуаций продольной компоненты электрического тока к

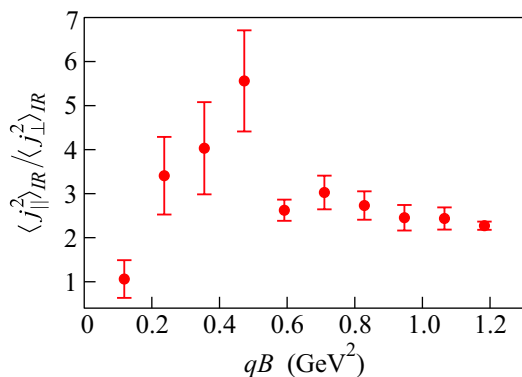


Рис.6. Отношение величины флуктуаций продольной компоненты электрического тока к величине флуктуаций поперечной компоненты в зависимости от силы внешнего магнитного поля

величине флуктуаций поперечной компоненты в зависимости от силы внешнего магнитного поля при нулевой температуре. При величине магнитного поля, равной $qB \sim 1.5 \text{ ГэВ}^2$, продольная компонента тока значительно усилена по сравнению с поперечной, в то время как при сравнительно слабых полях, $qB \sim 0.3 \text{ ГэВ}^2$, усиление продольной компоненты тока не наблюдается. Такое поведение находится в качественном согласии со свойствами КМЭ: при слабых магнитных полях продольное и поперечные направления эквивалентны, и наличие ненулевого магнитного поля усиливает электрический ток преимущественно вдоль направления поля.

6. Заключение. В этой работе мы обнаружили доказательства существования КМЭ [8, 9, 3, 7] в решеточной $SU(2)$ глюодинамике. КМЭ возникает из-за разницы числа левых и правых мод. Локальной мерой этой разницы является киральная плотность кварков. В среднем глобальный киральный заряд ра-

вен нулю, однако локальные флуктуации киральной плотности могут быть достаточно сильными. Мы установили, что продольные токи вдоль направления магнитного поля растут при увеличении напряженности поля, и при больших полях этот рост происходит медленнее. Обнаруженный эффект сопровождается более слабым усилением поперечных токов, которое объясняется сжатием уровней Ландау (рис.5).

1. N. O. Agasian and S. M. Fedorov, Phys. Lett. B **663**, 445 (2008); E. S. Fraga and A. J. Mizher, Phys. Rev. D **78**, 025016 (2008); Nucl. Phys. A **820**, 103C (2009).
2. B. C. Tiburzi, Nucl. Phys. A **814**, 74 (2008).
3. D. E. Kharzeev, L. D. McLerran, and H. J. Warringa, Nucl. Phys. A **803**, 227 (2008).
4. V. Skokov, A. Illarionov, and V. Toneev, arXiv:0907.1396.
5. S. A. Voloshin [STAR Collaboration], arXiv:0806.0029.
6. H. Caines [STAR Collaboration], arXiv:0906.0305.
7. K. Fukushima, D. E. Kharzeev, and H. J. Warringa, Phys. Rev. D **78**, 074033 (2008); H. J. Warringa, arXiv:0906.2803; D. E. Kharzeev, arXiv:0906.2808.
8. D. Kharzeev, R. D. Pisarski, and M. H. G. Tytgat, Phys. Rev. Lett. **81**, 512 (1998).
9. D. Kharzeev, Phys. Lett. B **633**, 260 (2006).
10. G. 't Hooft, Phys. Rev. D **14**, 3432 (1976) [Erratum-ibid. D **18**, 2199 (1978)].
11. А. И. Вайнштейн, В. И. Захаров, В. А. Новиков, М. А. Шифман, УФН **136**, 553 (1982).
12. H. B. Nielsen and M. Ninomiya, Phys. Lett. B **130**, 389 (1983).
13. M. A. Metlitski and A. R. Zhitnitsky, Phys. Rev. D **72**, 045011 (2005).
14. P. V. Buividovich, M. N. Chernodub, E. V. Luschevskaya, and M. I. Polikarpov, arXiv:0812.1740.
15. C. Aubin, K. Orginos, V. Pascalutsa, and M. Vanderhaeghen, arXiv:0809.1629.
16. F. X. Lee, R. Kelly, L. Zhou, and W. Wilcox, Phys. Lett. B **627**, 71 (2005).
17. R. J. Crewther, Phys. Lett. B **70**, 349 (1977).
18. V. G. Bornyakov, E. V. Luschevskaya, S. M. Morozov et al., Phys. Rev. D **79**, 054505 (2009).
19. H. Neuberger, Phys. Lett. B **417**, 141 (1998).
20. P. H. Damgaard and Urs M. Heller, Nucl. Phys. B **309**, 625 (1988).
21. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, том 3. М.: Наука, 1989.