Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 7, стр. 346 – 349 10 апреля 1990 г.

ГРАВИТАЦИОННЫЙ ДИПОЛЬ

А.Д.Долгов

Рассмотрены гравитационные поля, порождаемые глобальными монополями. Показано, что в случае одного изотопически векторного скалярного поля покоящийся глобальный монополь практически не создает гравитационного поля. Однако в случае нескольких скалярных полей возможны конфигурации, приводящие к гравитационным полям с нетривиальными свойствами, в частности, гравитационные диполи. Эти поля могут быть существенны в космологических масштабах.

При спонтанном нарушении глобальной симметрии, включающей группу $O(3)$, возможно образование топологически устойчивых конфигураций скалярного поля, так называемых глобальных монополей (см., например, обзор [1]). Характерные черты теории, приводящей к подобным объектам, описываются лагранжианом

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\varphi^a_{,\mu})^2 - U(\varphi^a), \tag{1}$$

где φ^a – триплет скалярных полей, $a = 1, 2, 3$, $\varphi^a_{,\mu} = \partial\varphi^a / \partial x^\mu$, $U(\varphi^a)$ – потенциал самодействия поля φ^a, имеющий минимум в точке $|\varphi^a|^2 = \eta^2 \neq 0$. В простейших перенормируемых моделях

$$U(\varphi^a) = \frac{\lambda}{4}[(\varphi^a)^2 - \eta^2]^2 . \tag{2}$$

Монополь описывается следующим решением уравнений движения:

$$\varphi^a = \eta f(r) n^a , \tag{3}$$

где $n^a = r^a/r$ – единичный радиус-вектор, а $f(r)$ удовлетворяет уравнению

$$f'' + \frac{2}{x}f' - \frac{2}{x^2}f - f(f^2 - 1) = 0, \tag{4}$$

где $x = \sqrt{\lambda}\eta r$, и $f = 1 - x^{-2} - \frac{3}{2}x^{-4} + \ldots + O(e^{-\sqrt{2}x}/x)$ при $x \to \infty$.

Тензор энергии-импульса, отвечающий лагранжиану (1) равен

$$T_{\mu\nu} = \varphi^a_{,\mu}\varphi^a_{,\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\varphi^a_{,\alpha}\varphi^a_{,\alpha} - U). \tag{5}$$

Для монополя (3) основной вклад в плотность энергии T_{00} на больших расстояниях возникает от дифференцирования n^a

$$T_{00} \approx \frac{\eta^2}{r^2} \quad (r \to \infty). \tag{6}$$

Такое поведение T_{00} наводит на мысль, что глобальные монополи могли бы имитировать невидимое вещество во Вселенной, так как плотность энергии последнего согласно астрономическим данным ведет себя в соответствии с законом (3) и коэффициентом, близким к масштабу большого объединения $\eta \approx 10^{15}$ ГэВ. Однако к сожалению, объяснить феномен скрытой массы энергией глобальных монополей невозможно, так как гравитационное поле глобального монополя оказывается исчезающе малым, несмотря на бесконечно большую массу. Действительно, в пределе слабого поля уравнение, определяющее гравитационный потенциал, имеет вид

$$\Delta\phi = 8\pi G(T_{00} - \frac{1}{2}T) \equiv 8\pi G\tau , \tag{7}$$

где $T = T^{\mu}_{\mu}$ – след тензора энергии-импульса. Величина τ в соответствии с выражением (5) равна

$$\tau \equiv T_{00} - \frac{1}{2}T = \varphi^a_{,t}\varphi^a_{,t} - \frac{U}{2} . \tag{8}$$

Видно, что в стационарном случае, когда $\varphi_{,t} = 0$, гравитация глобального монополя определяется потенциалом $U(\varphi) \approx (\lambda r^4)^{-1}$ и малосущественна в астрономических масштабах. Малость гравитационного поля глобальных монополей была отмечена в работе [2], где было получено точное решение уравнений Эйнштейна с источником (5), (3). Было показано, что пространство является практически плоским, однако с дефицитом телесного угла.

Отметим, что источник (8) в стационарном случае является отрицательным, что отвечает антигравитации. Этот результат не зависит от вида решения $\varphi^a(r)$. Известно, однако, что скалярное поле с лагранжианом (1) не имеет стационарных состояний с конечной полной энергией [3] и потому создать антигравитирующее состояние скалярного поля непросто. Исключение из утверждения работы [3] представляют скирмионы [4], описывающиеся лагранжианом четвертой степени по $\varphi_{,\alpha}$. Поэтому выражение (8) для них несправедливо.

Отметим, что утверждение о гравитационном притяжении при положительной определенности плотности энергии верно лишь, когда последняя достаточно быстро спадает на боль -

ших расстояниях и следует из интегрирования по частям выражения

$$\int d^3r r^k \partial_\alpha T^\alpha_\mu = 0.$$

Очевидно, T_{00} (6) не позволяет провести эту процедуру.

Итак, мы видим, что несмотря на значительную энергию, глобальный монополь практически не оказывает гравитационного воздействия на окружающее вещество. Можно, однако, несколько изменив модель, построить пример, когда гравитация глобального монополя оказывается пропорциональной всей имеющейся у него энергии. Это реализуется за счет известной неминимальной связи со скаляром четырехмерной кривизны:

$$\Delta \mathcal{L} = \zeta R(\varphi^a_1 + \varphi^a_2)^2 , \qquad (9)$$

где φ^a_1 и φ^a_2 – два изотопически векторных поля с потенциалом самодействия:

$$U(\varphi_1, \varphi_2) = \frac{\lambda_1}{4}[(\varphi^a_1)^2 - \eta_1^2]^2 + \frac{\lambda_2}{4}[(\varphi^a_2)^2 - \eta_2^2]^2 . \qquad (10)$$

Взаимодействие типа (9) могло бы, например, возникнуть за счет радиационных поправок к лагранжиану $\lambda(\varphi^a_1 \varphi^a_2)(\varphi^b_1)^2$. Если это так, то вклад последнего должен быть учтен в последующих рассуждениях. Мы, однако, здесь этого делать не будем.

В состоянии, в котором φ^a_2 принимает постоянное значение $\varphi^a_2 = \eta_2 n^a_0$, где n^a_0 – постоянный единичный вектор, а φ^a_1 образует "еж" (3), поправка к тензору энергии–импульса от взаимодействия (9) равна

$$\Delta T_{\mu\nu} = 2\zeta \eta_1 \eta_2 (\partial_\mu \partial_\nu - g_{\mu\nu} \partial^2) \frac{n^a_0 r^a}{r} . \qquad (11)$$

Это приводит к источнику гравитационного поля $\Delta\tau = 2\zeta\eta_1\eta_2 (n^a n^a_0) r^{-2}$ в уравнении (7), которое дает

$$\phi = 8\pi G\zeta \eta_1 \eta_2 (n^a n^a_0) , \qquad (12)$$

где $n^a = r^a/r$. Весьма любопытным представляется, что ось диполя фиксируется нарушением симметрии в изотопическом пространстве. Мы получили в результате гравитационный диполь, отталкивающий в одной полусфере и притягивающий другой. Соответствующая сила имеет только θ -компоненту и равна

$$F = - 8\pi G\zeta \eta_1 \eta_2 \frac{\sin\theta}{r} . \qquad (13)$$

Заметим, что она убывает лишь как r^{-1}. Для $\eta = 10^{15}$ ГэВ сила гравитационного воздействия такого монополя на расстоянии 100 кпс порядка силы притяжения 10^{11} масс Солнца. Такой объект фокусирует налетающие на него частицы, образуя кильватерную нитевидную струю. Это могло бы сыграть роль в формировании крупномасштабной структуры Вселенной.

Так как сила взаимодействия (негравитационная) двух глобальных монополей не падает с расстоянием:

$$F = - \frac{\partial M}{\partial R} \sim \eta^2 ,$$

где $M(R)$ – масса пары монополь–антимонополь на расстоянии R, то такие пары должны схлопнуться за время порядка R. (Уравнение движения имеет вид $\ddot{R} = - R^{-1}$). Поэтому можно ожидать, что в каждый момент во Вселенной имеется один монополь в хэббловском размере $l = H^{-1} \sim t$. Полагая, что формирование структуры шло после рекомбинации водорода, т. е. при красном смещении $z \approx 10^3$, получим, порядка 10^9 центров конденсации структуры в масштабе современного горизонта, что выглядит разумным.

Я благодарен М.Волошину, В.Захарову, В.Новикову и Дж.Фридману за стимулирующие обсуждения.

Литература

1. *Vilenkin A.* Phys. Rep., 1985, **121**, 263.
2. *Barriola M., Vilenkin A.* Phys. Rev. Lett., 1989, **63**, 341.
3. *Derrick G.H.* J. Math. Phys., 1964, **5**, 1252.
4. *Skyrme T.H.R.* Proc. Roy. Sec. A, 1961, **260**, 128; **262**, 237; Nucl. Phys., 1962, **31**, 556.

Институт теоретической и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
7 марта 1990 г.