

## Черенковский механизм возбуждения поверхностных волн

В. С. Зуев<sup>1)</sup>, А. М. Леонтович<sup>1)</sup>, В. В. Лидский<sup>1)</sup>

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 ноября 2009 г.

После переработки 21 декабря 2009 г.

Предложена теория возбуждения поверхностных волн в тонкой однородной пленке металла, окруженной диэлектрической средой, при движении внутри пленки быстрой заряженной частицы. Показано, что эффект Вавилова-Черенкова для поверхностных волн возникает при скоростях частицы в десятки и сотни раз меньших, чем соответствующие скорости в однородной среде.

**1.** Явление Вавилова-Черенкова – излучение света при движении быстрого электрона в среде – наблюдается как в однородных [1, 2], так и в неоднородных средах, в таких, как фотонные кристаллы [3]. Условием возникновения этого излучения является наличие в пространстве (однородном или неоднородном) собственных электромагнитных волн с фазовой скоростью меньшей, чем скорость пролетающего электрона.

Собственные волны с малой фазовой скоростью имеются в нанопленках и в нанонитях из серебра, золота, меди. Это так называемые поверхностные плазмон-поляритоны. Отличие фазовой скорости этих волн от скорости света в вакууме может составлять многие десятки и сотни раз. Это означает, что испускать излучение в виде плазмона может электрон, сравнительно медленный по сравнению с электроном, способным излучать в однородной среде [4].

Неоднородное пространство с тонкой металлической пленкой имеет в качестве собственных волн симметричный и антисимметричный поверхностные плазмоны без продольной составляющей магнитного поля, так называемые ТМ-плазмоны, плазмоны поперечно-магнитного типа с магнитным полем в плоскости пленки. Симметрию плазмонов мы определяем по виду магнитного поля. При заданном значении волнового числа частота симметричного плазмона выше частоты антисимметричного плазмона. Соответственно, фазовая скорость антисимметричного плазмона меньше фазовой скорости симметричного. Поле плазмонов локализовано на пленке, а на удалении от пленки экспоненциально мало. Таких волн в однородном пространстве нет.

Мы рассмотрим возбуждение поверхностных волн частицей, движущейся в тонкой пленке металла строго параллельно поверхности пленки. Такая постановка задачи позволит нам отвлечься от переходного из-

лучения частицы, неизбежно сопутствующего черенковскому при движении частицы под углом к поверхности пленки [5]. Более детальное исследование показывает [6], что при движении частицы вне металла возникает картина излучения, подобная рассмотренной ниже в данной работе. При этом расстояние между траекторией частицы и поверхностью металла может превышать в несколько раз толщину пленки. Малая же вертикальная составляющая скорости частицы не оказывает заметного влияния на черенковское возбуждение поверхностных волн.

**2.** Рассмотрим тонкую пленку металла, помещенную в диэлектрическую среду (см. рис.1). Диэлектрическую проницаемость металла будем обо-

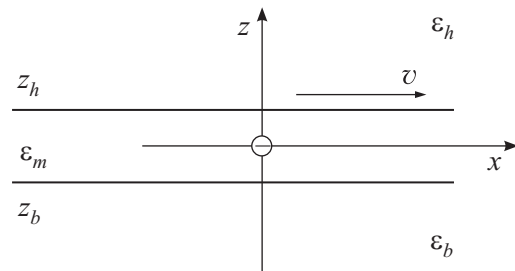


Рис.1

значать  $\varepsilon_m$ , а диэлектрическую проницаемость среды ниже и выше пленки –  $\varepsilon_b$  и  $\varepsilon_h$ , соответственно. Введем декартову систему координат так, чтобы частица двигалась вдоль оси  $x$ . Оси  $x$  и  $y$  лежат в плоскости пленки, ось  $z$  направим перпендикулярно плоскости пленки. Ток, создаваемый точечной частицей, движущейся со скоростью  $v$  вдоль оси  $x$ , и плотность заряда описываются следующими формулами:

$$j_x = ev\delta(x-vt)\delta(y)\delta(z), \quad \rho = e\delta(x-vt)\delta(y)\delta(z). \quad (2.1)$$

<sup>1)</sup> e-mail: vizuev@sci.lebedev.ru; leon@sci.lebedev.ru; vlidsky@sci.lebedev.ru

Решение уравнений Максвелла будем искать с помощью разложения полей на компоненты Фурье по частоте:

$$\mathbf{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{\omega} e^{-i\omega t} d\omega. \quad (2.2)$$

Так как источник поля зависит от координаты  $x$  и времени через выражение  $(x - vt)$  (см. (2.1)), то спектральные компоненты поля частоты  $\omega$  зависят от координаты  $x$  только через фазовый множитель  $\exp(ik_x x)$ , где

$$k_x = \omega/v. \quad (2.3)$$

Прделаем теперь преобразование Фурье по волновым числам  $k_y$ :

$$\mathbf{E}_{\omega} = \exp(ik_x x) \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{\omega k_y} \exp(ik_y y) dk_y. \quad (2.4)$$

Как мы увидим ниже, зависимости полей от координаты  $z$  в нашем случае удобнее отыскивать, не переходя к компонентам Фурье, а решая обыкновенные линейные дифференциальные уравнения. Решения этих уравнений окажутся убывающими экспонентами, а не гармоническими колебаниями. Поэтому мы оставили все компоненты поля зависящими от координаты  $z$ . Для компонент полей  $\mathbf{E}_{\omega k_y}$ ,  $\mathbf{H}_{\omega k_y}$  система уравнений Максвелла принимает вид

$$ik_y H_z - \partial_z H_y = -\frac{\varepsilon i\omega}{c} E_x + \frac{e}{\pi c} \delta(z), \quad (2.5)$$

$$\partial_z H_x - ik_x H_z = -\frac{\varepsilon i\omega}{c} E_y, \quad (2.6)$$

$$ik_x H_y - ik_y H_x = -\frac{\varepsilon i\omega}{c} E_z, \quad (2.7)$$

$$ik_y E_z - \partial_z E_y = \frac{i\omega}{c} H_x, \quad (2.8)$$

$$\partial_z E_x - ik_x E_z = \frac{i\omega}{c} H_y, \quad (2.9)$$

$$ik_x E_y - ik_y E_x = \frac{i\omega}{c} H_z. \quad (2.10)$$

Для упрощения записи мы опустили у всех компонент индексы  $\omega k_y$ , указывающие, по каким переменным сделано преобразование Фурье. Несложно показать, что уравнения Максвелла для дивергенции  $\mathbf{E}_{\omega k_y}$ ,  $\mathbf{H}_{\omega k_y}$  следуют из уравнений (2.5)–(2.10), если принять во внимание (2.1).

**3.** Перейдем к новым неизвестным функциям согласно следующим формулам:

$$H_{\xi} = \frac{1}{k}(k_x H_x + k_y H_y), \quad H_{\eta} = \frac{1}{k}(-k_y H_x + k_x H_y), \quad (3.1)$$

$$E_{\xi} = \frac{1}{k}(k_x E_x + k_y E_y), \quad E_{\eta} = \frac{1}{k}(-k_y E_x + k_x E_y), \quad (3.2)$$

где через  $k$  обозначено выражение

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \quad (3.3)$$

После замены неизвестных (3.1), (3.2) система (2.5)–(2.10) превращается в систему шести уравнений, которая распадается на две независимые тройки уравнений. Первая тройка уравнений:

$$\begin{aligned} -\partial_z H_{\eta} + \varepsilon i\omega E_{\xi} &= \frac{e k_x}{\pi k} \delta(z), \\ k \cdot H_{\eta} + \varepsilon \omega E_z &= 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\partial_z E_{\xi} - ik \cdot E_z - i\omega H_{\eta} = 0.$$

Вторая тройка уравнений относительно компонент  $H_{\xi}$ ,  $H_z$ ,  $E_{\eta}$  не имеет решений в виде поверхностных волн и потому для нас интереса не представляет.

Возбуждаемые частицей волны описываются системой (3.4) и имеют отличные от нуля компоненты  $H_{\eta}$ ,  $E_{\xi}$ ,  $E_z$ . Исключив  $E_z$  из второго и третьего уравнений (3.4), найдем:

$$H_{\eta} = \frac{\varepsilon i\omega}{k^2 - \varepsilon \omega^2} \partial_z E_{\xi}. \quad (3.5)$$

Подставив найденное  $H_{\eta}$  в первое из уравнений (3.4), найдем:

$$\partial_z^2 E_{\xi} - (k^2 - \varepsilon \omega^2) E_{\xi} = -\frac{e k_x}{\pi k} \frac{k^2 - \varepsilon \omega^2}{\varepsilon i\omega} \delta(z). \quad (3.6)$$

Это уравнение выполнено как внутри пленки, так и вне ее, причем для поля внутри под  $\varepsilon$  следует понимать  $\varepsilon_m$  – диэлектрическую проницаемость металла, а для поля выше и ниже пленки – соответственно  $\varepsilon_h$  и  $\varepsilon_b$ .

Введем обозначения:

$$p = \sqrt{k^2 - \varepsilon_m \omega^2}, \quad q_h = \sqrt{k^2 - \varepsilon_h \omega^2}, \quad q_b = \sqrt{k^2 - \varepsilon_b \omega^2}. \quad (3.7)$$

Для полей в пленке и вне пленки получим уравнения:

$$\partial_z^2 E_{\xi}^{(m)} - p^2 E_{\xi}^{(m)} = -\frac{e k_x}{\pi k} \frac{p^2}{\varepsilon_m i\omega} \delta(z), \quad (3.8)$$

$$\partial_z^2 E_{\xi}^{(h)} - q_h^2 E_{\xi}^{(h)} = 0, \quad \partial_z^2 E_{\xi}^{(b)} - q_b^2 E_{\xi}^{(b)} = 0. \quad (3.9)$$

**4.** Поскольку мы предполагаем  $\varepsilon_m < 0$ , то ясно, что значение  $p$  (см. (3.7)) вещественно (мы временно не рассматриваем малую мнимую часть  $p$ , связанную с конечной проводимостью металла). Величины же  $q_h$ ,  $q_b$  могут быть как вещественными, так и мнимыми. Сопоставляя (2.3), (3.3) и (3.7), мы видим,

что рассматриваемое явление существенно зависит от скорости частицы и диэлектрической проницаемости окружающей пленку среды.

Остановимся кратко на случае, когда скорость частицы превосходит величину фазовой скорости света в среде:  $v > c/\sqrt{\epsilon_h}$  (где  $c$  – скорость света в вакууме). При малых значениях  $k_y$  величина  $q_h$  окажется чисто мнимой, следовательно, решения уравнений (3.9) представляют собой осциллирующие функции  $z$ , что соответствует излучению электромагнитных волн в окружающее пленку пространство. Это классический случай черенковского излучения, теория которого предложена в [7]. В этом случае мнимую часть  $q_h$  естественно обозначить  $k_z$ , так что  $q_h = ik_z$ . Излучение Вавилова-Черенкова сосредоточено на поверхности конуса, причем волновой вектор возникающих волн оказывается равным  $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, k_z\}$ . Источником излучения является в нашем случае поле на поверхности пленки, индуцированное движущейся внутри металла частицей.

Картина качественно меняется в случае, когда скорость частицы меньше скорости света в среде:  $v < c/\sqrt{\epsilon_h}$ . В этом случае классическое черенковское излучение отсутствует [7]. Величина  $q_h$  становится вещественной, что соответствует экспоненциальному затуханию поля при удалении от поверхности пленки. Вектор Пойнтинга, характеризующий направление распространения энергии, направлен строго в плоскости пленки. Такие решения уравнений поля можно называть поверхностной волной, с волновым вектором  $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, 0\}$ .

5. Итак, в дальнейшем мы будем предполагать  $v < c/\sqrt{\epsilon_h}$ . Общее решение уравнения (3.8) является суммой частного решения неоднородного уравнения и общего решения однородного. Частное решение находим методом вариации произвольной постоянной и добавляем общее решение, зависящее от двух постоянных:

$$E_{\xi}^{(m)} = \frac{e}{2\pi} \frac{k_x}{k} \frac{p}{\epsilon_m i \omega} [\theta(z)e^{-pz} + (1 - \theta(z))e^{pz}] + C_1 e^{pz} + C_2 e^{-pz}. \quad (5.1)$$

Здесь  $\theta(z)$  – функция Хевисайда. Решение уравнений (4.5) и (4.6) найдем из условия убывания поля на бесконечности:

$$E_{\xi}^{(h)} = C_3 \exp(-q_h z), \quad E_{\xi}^{(b)} = C_4 \exp(q_b z). \quad (5.2)$$

Здесь  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – константы, которые должны быть определены из граничных условий. Применяв уравнение (3.5) ко всем трем средам, найдем компоненты полей  $H_{\eta}^{(m)}, H_{\eta}^{(h)}, H_{\eta}^{(b)}$ . Граничные условия

требуют непрерывности тангенциальных компонент  $H_{\eta}$  и  $E_{\xi}$  на поверхностях  $z = z_h$  и  $z = z_b$ . Приравняв их, мы получим четыре уравнения относительно четырех неизвестных  $C_1, C_2, C_3, C_4$ . Решая эти уравнения, находим:

$$C_1 = \frac{e}{2\pi} \frac{k_x}{k} \frac{p}{i\omega\epsilon_m} \frac{Q_b \exp(-2pz_b) + 1}{Q_b Q_h \exp(2pd) - 1}, \quad (5.3)$$

$$C_2 = \frac{e}{2\pi} \frac{k_x}{k} \frac{p}{i\omega\epsilon_m} \frac{Q_h \exp(-2pz_h) + 1}{Q_b Q_h \exp(2pd) - 1}, \quad (5.4)$$

где  $d = z_h - z_b$  – толщина пленки, а через  $Q_h, Q_b$  обозначены следующие выражения:

$$Q_h = \frac{\epsilon_m q_h + \epsilon_h p}{\epsilon_m q_h - \epsilon_h p}, \quad Q_b = \frac{\epsilon_m q_b + \epsilon_b p}{\epsilon_m q_b - \epsilon_b p}. \quad (5.5)$$

Вычислим компоненты Фурье составляющей напряженности  $E_{z, \omega k_y}^{(h)}$  на поверхности пленки. Используя (5.1), (5.3), (5.4) и второе из уравнений (3.4), после упрощений находим:

$$E_{z, \omega k_y}^{(h)}(z_h) = \frac{e}{2\pi} \frac{k_x}{\epsilon_h \omega} \frac{Q_b \exp(-2pz_b) + 1}{Q_b Q_h \exp(2pd) - 1} (Q_h - 1) \exp(pz_h). \quad (5.6)$$

Теперь мы можем определить зависимость от времени и пространственных координат составляющей электрического поля  $E_z(x, y, z, t)$  на поверхности пленки, то есть при  $z = z_h$ . Для этого надо подставить разложение (2.4) в (2.2) и выполнить интегрирование:

$$E_z(x, y, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dk_y \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \cdot E_{z, \omega k_y} \cdot \exp\left(i\frac{\omega}{v}x - i\omega t\right) \cdot \exp(ik_y y). \quad (5.7)$$

6. Ниже приведены спектры, построенные по формуле (5.6). На рис.2 по горизонтальным осям отложены величины  $k_x, k_y$  в обратных нанометрах. Частота волны связана с волновым числом соотношением  $\omega = k_x \cdot v$ . По вертикальной оси – компонента  $E_{z, \omega k_y}$  электрического поля на поверхности пленки,  $z = z_h$  вне пленки. Диэлектрическая проницаемость пленки металла вычисляется по формуле  $\epsilon_m(\omega) = 1 - \omega_{pl}^2/\omega^2 + 0.3i$ , причем плазменная частота выбрана соответствующей длине волны в вакууме  $\lambda = 150$  нм. Толщина пленки металла составляет  $d = 2$  нм. Диэлектрическая проницаемость пространства вне пленки  $\epsilon_b = \epsilon_h = 1$ . Скорость частицы выбрана  $v = 0.22c$ . Это на одну двадцатую превышает скорость резонансного поверхностного плазмона в

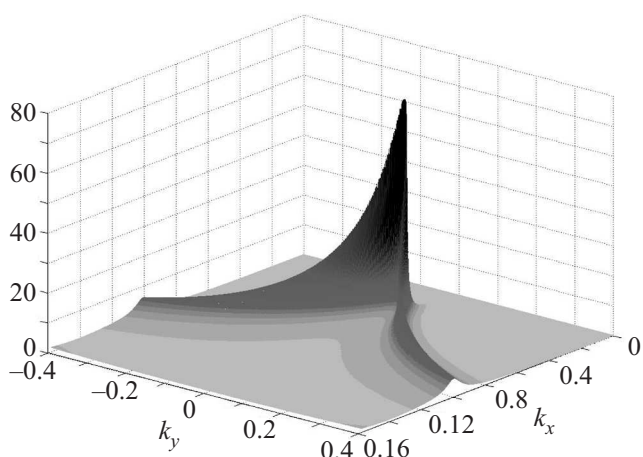


Рис.2. Спектр волн, возбуждаемых частицей, движущейся в пленке металла. Значения  $k_x$ ,  $k_y$  даны в  $\text{нм}^{-1}$ . Параметры пленки и скорость частицы помещены в тексте

рассматриваемой пленке на частоте, соответствующей длине волны в вакууме  $\lambda = 800 \text{ нм}$ . Предполагалось, что частица движется вдоль поверхности  $z = z_h$ , то есть в (5.6) положено  $z_h = 0$ ,  $z_b = -d$ .

Зависимость от пространственных координат  $x$ ,  $y$  составляющей напряженности электрического поля  $E_z(x, y, z_h)$  на поверхности пленки была определена по формуле (5.7) численным интегрированием. Результаты численного расчета представлены на рис.3.

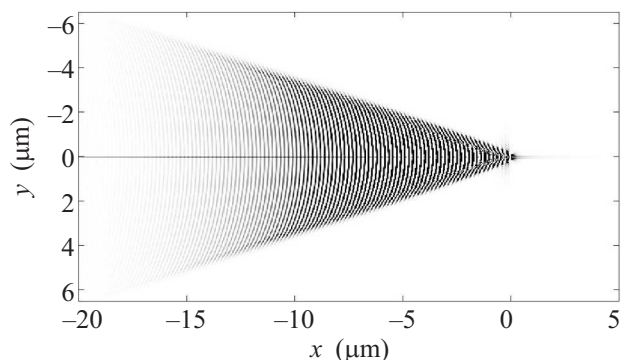


Рис.3. Зависимость от пространственных координат компоненты напряженности  $E_z^{(h)}$  вблизи поверхности пленки. Частица движется вправо вдоль оси  $x$ , причем в момент наблюдения находится в точке  $x = 0$ . Параметры пленки приняты те же, что и при построении рис.2

Вычисления проводились при тех же значениях параметров среды и скорости частицы. При вычислении интегралов в (5.7) было выбрано значение  $t = 0$ . Час-

тица находится в момент наблюдения в точке  $x = 0$ ,  $y = 0$ .

Мы видим (см. рис.2), что максимум энергии несет волна с волновым вектором, параллельным скорости частицы, при этом фазовая скорость ее совпадает со скоростью частицы. Фронт этой волны перпендикулярен скорости оси  $x$ , в связи с чем на рис.3 видна серия дуг, которыми изрезана возмущенная поверхность. Излучение заполняет треугольник, являющийся двумерным аналогом трехмерного конуса из классического явления Вавилова-Черенкова.

#### 7. Подведем итог.

Электрон, движущийся в тонкой пленке порождает поверхностные волны, причем механизм возбуждения поверхностных волн аналогичен механизму черенковского излучения. Возникает двумерный эффект Вавилова-Черенкова.

В отличие от электрона в однородной среде, рассматриваемый эффект могут порождать электроны, скорость которых в десятки и сотни раз меньше соответствующей скорости в однородной среде.

Возникающее излучение заполняет треугольник, являющийся двумерным аналогом черенковского конуса. Причем в отличие от классического эффекта Вавилова-Черенкова излучение не сосредоточено у поверхности конуса, а заполняет все пространство внутри треугольника. Последнее связано со следующей особенностью рассматриваемого варианта эффекта Вавилова-Черенкова – сильной зависимостью от частоты фазовой скорости поверхностных волн, что в свою очередь связано с зависимостью от частоты диэлектрической проницаемости металла. В силу этих причин максимальную амплитуду имеет волна с фазовой скоростью, совпадающей со скоростью частицы.

Предварительный вариант текста данного сообщения имеется в [6].

1. П. А. Черенков, Труды ФИАН **2**, вып.4, 3 (1944).
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
3. С. Luo, M. Ibanescu, S.G. Johnson, and J.D. Joannopoulos, *Science* **299**, 368 (2003).
4. V.S. Zuev, arXiv:0907.1145 07 July 2009; В.С. Зуев, *Оптика и спектроскопия*, рег. № 24709 от 22 июля 2009 г.
5. И. М. Франк, *УФН* **87**, 189 (1965).
6. V.S. Zuev, A.M. Leontovich, and V.V. Lidsky, arXiv:0911.0565v2 (06 November 2009).
7. И. Е. Тамм, И. М. Франк, *ДАН СССР* **XIV**, 107 (1937).