Письма в ЖЭТФ, том 91, вып. 4, с. 201 – 203 © 2010 г. 25 февраля

Плазменные колебания двумерного полуметалла

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников Сибирского отд. РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 13 января 2010 г.

Исследованы коллективные колебания электронно-дырочной плазмы в двумерном полуметалле. Показано, что при выполнении определенных условий на параметры структуры существуют две незатухающие ветви плазменных колебаний. Акустические плазмоны не испытывают затухания в конечном интервале волновых чисел. При равенстве фермиевских скоростей электронов и дырок этот интервал расширяется до границ применимости теории (импульс плазмона много меньше фермиевских импульсов частиц).

Недавно семейство двумерных электронных систем пополнилось еще одним весьма интересным представителем. Было показано [1], что в номинально не легированных квантовых ямах CdHgTe/HgTe/CdHgTe, выращенных на поверхности с ориентацией (031) и имеющих инвертированную зонную структуру, реализуется двумерный полуметалл. Предположительно его происхождение связано с перекрытием (порядка 10 мэВ) зоны проводимости (минимум в центре двумерной зоны Бриллюэна) и двух валентных зон, максимумы которых сдвинуты от центра и симметрично расположены в направлении [013] и противоположном ему. В следующей работе той же группы [2] сообщалось о создании аналогичной структуры с полевым электродом, что позволило авторам исследовать транспортные характеристики двумерного полуметалла при произвольно изменяемом соотношении концентраций электронов и дырок.

Цель данного письма состоит в том, чтобы обратить внимание на еще одну интересную особенность нового объекта: плазменные колебания двумерного полуметалла (в отличие от их трехмерного аналога) могут описываться двумя незатухающими ветвями в конечном интервале волновых чисел плазмонов $k \leq k_c$ (k – модуль двумерного волнового вектора).

Как хорошо известно, в газовой плазме при абсолютном нуле температуры электронные плазменные колебания не имеют затухания в области $k \ll p_0$ (p_0 – фермиевский импульс электронов, $\hbar = 1$), тогда как ионно-звуковые волны всегда затухают благодаря электронному вкладу в полную поляризуемость системы. Очевидно, что то же самое относится к колебаниям электронно-дырочной плазмы в объемном полуметалле с большой разницей эффективных масс электронов и дырок. Как будет показано, положение качественно меняется в квантовой яме, причем решающим оказывается различие волновых функций электронов и дырок, описывающих движение частиц в направлении нормали к поверхности. Учет конечной ширины квантовой ямы оказывается принципиально важным: в пределе δ-образной двумерной плазмы "выживает" лишь одна, оптическая, ветвь колебаний. Ниже будет выведен критерий существования незатухающей акустической ветви плазмонов и определена величина k_c.

Общий формализм нахождения спектра плазменных волн в многокомпонентной пространственно неоднородной плазме неоднократно излагался в литературе (см., например, обзор [3], где содержится также библиография вопроса). Применительно к рассматриваемой здесь задаче дисперсионное уравнение для плазмонов получается как условие существования нетривиального решения системы уравнений на матричные элементы скалярного потенциала по волновым функциям поперечного движения частиц. При этом считается, что можно пренебречь эффектами запаздывания, что справедливо вне области чрезвычайно малых k (порядка и меньше ω/c, где ω – частота плазмона, c – скорость света). Кроме того, амплитуда плазменной волны, то есть отклонения концентраций электронов и дырок от их равновесных значений, предполагается достаточно малой, так что применима теория линейного отклика.

В этих предположениях фурье-компонента потенциала $\Phi(z,k)$ удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\Phi''_{zz} - k^2\Phi = -\frac{4\pi|e|}{\varepsilon}(n_h - n_e), \qquad (1)$$

где n_e, n_h – переменные части концентраций носителей, ε – фоновая диэлектрическая проницаемость (разница диэлектрических постоянных CdHgTe и

[1)]e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

HgTe считается пренебрежимо малой). Величины n_e и n_h выражаются через матричные элементы Φ по функциям $\psi_e(z)$ и $\psi_h(z)$, соответствующим уровням носителей в квантовой яме HgTe. В соответствии с условиями эксперимента [2] рассматриваем ультраквантовый предел, когда существен лишь основной уровень квантования электронов и дырок. Записав формальное решение уравнения (1) через функцию Грина

$$\frac{1}{2k}\exp(-k|z-z'|)$$

и находя затем матричные элементы потенциала

$$\Phi_e \equiv \int |\psi_e(z)|^2\Phi(z)dz \quad \text{и} \quad \Phi_h \equiv \int |\psi_h(z)|^2\Phi(z)dz,$$

можно получить систему уравнений

$$\Phi_e + \frac{2\pi e^2}{\varepsilon k}\left[J_{ee}\Pi_e(\omega,k)\Phi_e + J_{eh}\Pi_h(\omega,k)\Phi_h\right] = 0$$
$$\Phi_h + \frac{2\pi e^2}{\varepsilon k}\left[J_{he}\Pi_e(\omega,k)\Phi_e + J_{hh}\Pi_h(\omega,k)\Phi_h\right] = 0. \quad (2)$$

Здесь Π_e, Π_h - поляризационные операторы электронов и дырок, учитывающие лишь вклад основного уровня:

$$\Pi_e(\omega,k) = -\sum_{\mathbf{q}} \frac{f_e(\mathbf{q}) - f_e(\mathbf{k}+\mathbf{q})}{E_e(\mathbf{q}) - E_e(\mathbf{k}+\mathbf{q}) + \omega + i\delta},$$
$$E_e(q) = \frac{q^2}{2m_e}, \quad (3)$$

f_e – фермиевские числа заполнения. Аналогично определяется Π_h. В пределе $k \ll p_0$, которым мы ограничимся в данной работе,

$$\Pi_i = \frac{m_i}{\pi}\left[1 - \left(1 - \frac{k^2 v_i^2}{\omega^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right], \quad (4)$$

где $i = e, h$; m_i и m_h - эффективная масса и фермиевская скорость, соответственно. Форм-факторы J_{ee}, J_{hh} и $J_{eh} = J_{he}$ определяются интегралами

$$J_{ii}(k) = \int |\psi_i(z)|^2 e^{-k|z-z'|}|\psi_i(z')|^2 dzdz', \quad (5)$$

$$J_{eh}(k) = \int |\psi_e(z)|^2 e^{-k|z-z'|}|\psi_h(z')|^2 dzdz'. \quad (6)$$

Таким образом, дисперсионное уравнение для плазмонов (нуль детерминанта системы (2) приобретает вид:

$$1 + \gamma[J_{ee}\Pi_e + J_{hh}\Pi_h] + \gamma^2\Pi_e\Pi_h[J_{ee}J_{hh} - J_{eh}^2] = 0,$$
$$\gamma \equiv \frac{2\pi e^2}{\varepsilon k}. \quad (7)$$

Исследуем длинноволновый предел $kd \ll 1$, где d – эффективная ширина квантовой ямы. В этом пределе все форм-факторы стремятся к единице, так что последний член в (7) $\Delta(k) = J_{ee}J_{hh} - J_{eh}^2$ обращается в нуль. Легко видеть из определения величин J, что это обращение происходит по линейному закону: $\Delta(k) \approx \Delta'(0)k$. Теперь ясно, как ведут себя решения уравнения (7) при малых k. Одно из них соответствует пределу $\omega \gg kv_i$ (приближение "холодной" плазмы), когда радикалы в формуле (4) можно разложить: $\Pi_i \approx -m_i k^2 v_i^2/2\pi\omega^2$. В уравнении (7) тогда существенны лишь два первых слагаемых, и получается закон дисперсии оптических плазмонов:

$$\omega_{opt}^2 = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon}\left(\frac{N_e}{m_e} + \frac{N_h}{m_h}\right)k, \quad (8)$$

где N_e, N_h – равновесные концентрации электронов и дырок.

Второе решение соответствует акустической ветви $\omega_{ac} = sk$ и получается из (7), если пренебречь первым слагаемым (единицей):

$$a_e T_e(s) + a_h T_h(s) + 2\Delta'(0) = 0,$$
$$T_i \equiv \frac{\sqrt{s^2 - v_i^2}}{\sqrt{s^2 - v_i^2} - s}, \quad (9)$$

a_e, a_h - эффективные боровские радиусы электрона и дырки, $\Delta'(0)$ по порядку величины равно ширине ямы. Затухание Ландау ветви ω_{ac} обращается в нуль, если $s > \max(v_e, v_h)$. Легко получить соответствующий критерий существования такого корня уравнения (9). Пусть для определенности $v_e > v_h$. Тогда искомый критерий имеет вид

$$a_h\frac{\sqrt{v_e^2 - v_h^2}}{v_e - \sqrt{v_e^2 - v_h^2}} < 2\Delta'(0), \quad (10)$$

при этом величина $\Delta'(0)$, как следует из (9), должна быть положительной, поскольку $T_e, T_h < 0$. Граница области существования незатухающих акустических плазмонов определяется, очевидно, условием $\omega_{ac} = kv_e$ (при этом параметр kd уже может быть не мал), когда фазовая скорость волны становится равной фермиевской скорости электронов. Полагая в (7) $\omega = kv_e$ и выражая фермиевские скорости через концентрации частиц, находим уравнение, определяющее k_c – максимальное волновое число, при котором акустическая ветвь еще не затухает:

$$\left(1 - \frac{N_h m_e^2}{N_e m_h^2}\right)\left[1 + \frac{J_e(k_c)k_c a_h}{2\Delta(k_c)}\right]^2 = 1 \quad (11)$$

(по условию $v_e > v_h$ круглая скобка в (11) положительна).

Особая ситуация возникает при равенстве фермиевских скоростей электронов и дырок, когда $N_e/m_e^2 = N_h/m_h^2$. Напомним, что в условиях структуры [2] величины N_e и N_h могут варьироваться затворным напряжением. При $v_e = v_h$ основное уравнение (7) допускает точное аналитическое решение. Обозначим

$$x = k[1 - (k^2v^2/\omega^2)^{-1/2}].$$

Тогда (7) приводится к квадратному уравнению:

$$4\Delta x^2 + 2(J_e a_h + J_h a_e)x + a_e a_h = 0. \qquad (12)$$

Отсутствию затухания соответствует условие $\omega > kv$, то есть величина x должна быть вещественной и отрицательной. При $\Delta < 0$ уравнение (12) имеет один отрицательный и один положительный корень, тогда как при $\Delta > 0$ оба корня вещественны и отрицательны. Действительно, при $\Delta < 0$ парабола $F(x)$, определяемая левой частью уравнения (12), после деления на Δ имеет отрицательный свободный член, откуда следует сделанное утверждение. Если же $\Delta > 0$, то $F(x)$ при $x = 0$ имеет положительное значение и положительный наклон, а ветви параболы уходят в плюс бесконечность. Минимальное значение $F(x)$ равно

$$F_{\min} = a_e a_h/4 - (J_e a_h + J_h a_e)^2/16\Delta.$$

Подставляя $\Delta = J_e J_h - J_{eh}^2$, убеждаемся, что

$$F_{\min} = -16\Delta[(J_e a_h - J_h a_e)^2 + 4a_e a_h] < 0$$

при всех k, то есть оба корня отрицательны. Таким образом, при $v_e = v_h$ и $\Delta > 0$ обе ветви становятся незатухающими во всей области волновых чисел, в которой применима построенная теория: $k \ll p_e, p_h$.

В заключение приведем явный вид основных величин, фигурирующих в рассмотренной задаче, для модельной системы с гауссовскими функциями поперечного движения:

$$|\psi_e(z)|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}w_e}e^{-z^2/w_e^2},$$
$$|\psi_h(z)|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi}w_h}e^{-(z-\delta)^2/w_h^2}. \qquad (13)$$

Формулы (13) учитывают тот факт, что при приложении к структуре затворного напряжения неизбежно возникает сдвиг δ между центрами распределения электронной и дырочной плотностей. Форм-факторы (5), (6) удобно вычислять, представив $\exp(-k|z-z'|)$ в виде фурье-разложения. После этого выражения факторизуются, и интегралы по z, z' легко берутся. Величины J_e и J_h выражаются через интеграл вероятности:

$$J_i = e^{k^2w_i^2/2}[1 - \Phi(kw_i/\sqrt{2})], \quad i = e, h,$$

а для J_{eh} можно получить разложение при $kw \ll 1$, где $w^2 = w_e^2 + w_h^2$, и произвольном $k\delta$:

$$J_{eh} \approx (1 + k^2w^2/4 + \ldots)e^{-k|\delta|}.$$

Отсюда при $k \to 0$ получаем $\Delta'(0) = 2|\delta| - (w_e + w_h)\sqrt{2}/\pi$, то есть увеличение $|\delta|$ при увеличении затворного напряжения благоприятствует возникновению незатухающей ветви акустических плазмонов.

Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований (#офи-м 09-02-12291) и программами РАН.

1. З. Д. Квон и др., Письма в ЖЭТФ **87**, 558 (2008).
2. Е. Б. Ольшанецкий и др., Письма в ЖЭТФ **89**, 338 (2009).
3. A. A. Chaplik, Surf. Sci. Rep. **5**, 289 (1985).