Письма в ЖЭТФ, том 91, вып. 6, с. 297 – 300 © 2010 г. 25 марта

"Мягкие" краевые состояния в неоднородных 2D электронных системах

С. Назин, В. Шикин

Поступила в редакцию 14 июля 2009 г.
После переработки 28 января 2010 г.

Обсуждаются детали структуры краевых электронных состояний в ограниченных внешними полями 2D заряженных системах (электронных или дырочных) в условиях обращения в нуль граничной плотности подвижных носителей заряда. Показано, что вдоль этих границ возникают так называемые "мягкие" краевые электронные состояния (МКС). Анализируются детали структуры и спектра, обозначены возможные эффекты с участием МКС.

В работе авторов [1] отмечено, что в силу некоторых естественных причин краевые электронные состояния (КЭС) для 2D электронных систем в магнитном поле заметно искажаются кулоновскими эффектами разной природы. Несмотря на это, во всех рассмотренных в [1] примерах поворотная точка налетающих из "объема" на границу квазичастиц оставалась внутри или на границе проводящей зоны. Существует, однако, целый класс задач с кулоновскими возмущенными КЭС, в которых одна из поворотных точек, участвующих в формировании краевого состояния, оказывается вне пределов проводника. Речь идет о вырожденных 2D системах разной геометрии, полученных с использованием *split–gate* технологии (см., например, [2, 3]), гетероструктурах с селективным травлением донорной части [4, 5], классических 2D электронных системах на поверхности жидкого гелия [6] и т.п. Характерным свойством подобных 2D конфигураций, называемых нами мягкими, является нулевая плотность электронов на периметре проводящей области. Наличие в подобных условиях краевой ветви возбуждений в литературе до сих пор не обсуждалось, хотя "освоение" проблемы заметно разнообразит набор эффектов с участием КЭС. Определение и простейшие свойства возбуждений, именуемых ниже мягкими краевыми состояниями (МКС) обсуждаются в данной работе. Дополнительно отметим и формальную сторону дела. Существующая картина КЭС [7 – 9] предполагает идеальное бездиссипативное отражение электронов от границы проводящей области. В волновых терминах "бездиссипативное отражение" означает обращение волновой функции электрона в нуль на границе проводящей области. Идеальный сценарий, безусловно, верен, пока расстояние Δ между соседними поворотными точками R_1, R_2 достаточно велико:

$$\Delta = |R_1 - R_2| \gg R_c, \qquad (1)$$

где R_c – характерный циклотронный радиус задачи. В общем же случае с повышением энергии КЭС неравенство (1) становится плохо выраженным, и механизм отражения электронов от границы проводящей области, возможно, перестает быть идеальным, требуя специального рассмотрения. Пример МКС подтверждает эту гипотезу.

1. Начнем с описания подходящей 2D системы, содержащей мягкие границы. Пусть для определенности речь идет об электронном канале, сформированным удерживающим симметричным потенциалом $V(x)$. В электростатическом приближении

$$V(x) + e\varphi(x) = \text{const}, \quad \int_{-b}^{+b} n(x)dx = N, \qquad (2)$$
$$-b \le x \le +b,$$

где $\varphi(x)$ – электропотенциал электронов в канале, N – заданное на единицу длины канала число электронов.

Требование (2) является интегральным уравнением относительно локальной плотности $n(x)$ электронов. Его решение имеет вид

$$\frac{e^2}{\kappa} n(x) = -\frac{1}{\pi^2}\sqrt{b^2 - x^2}\int_{-b}^{+b} \frac{dsV'(s)}{\sqrt{b^2 - s^2}(s - x)}, \qquad (3)$$

κ – диэлектрическая постоянная среды. Располагая (3) и вторым из условий (2), нетрудно посчитать величину $2b$ в терминах N и деталей поведения $V(x)$. Канал (3) называется нами "мягким" в связи с тем, что плотность $n(x)$ на его концах обращается в нуль, а ширина канала $2b$ варьируется в функции от N и $V(x)$.

Вдоль бортов $n(x)$ (3), то есть в окрестности точек $\pm b$, на выходе из области, занятой электронами, суммарный потенциал $V(x) + e\varphi(x)$ терпит изломы,

$$[V'(x) + e\varphi'(x)] = \begin{cases} = 0, & x > 0 \\ \neq 0, & x < 0 \end{cases} \qquad (4)$$

(начало координат задачи (2), (3) перенесено здесь в точку $x=-b$). В магнитном поле, нормальном плоскости канала, вдоль линий $x=\pm b$ должны возникать МКС, существование и свойства которых во многом похожи на "жесткие" КЭС [7–9]. Разница лишь в том, что известные КЭС появляются на границе с вертикальной стенкой ($V'\to\infty$). Здесь же речь идет о ситуации $V'\neq\infty$. Прилагательное "мягкие" подчеркивает конечность излома потенциального профиля, формирующего бегущие вдоль бортов электронные орбиты. Схематический вид одной из "мягких" краевых траекторий изображен на рис.1.

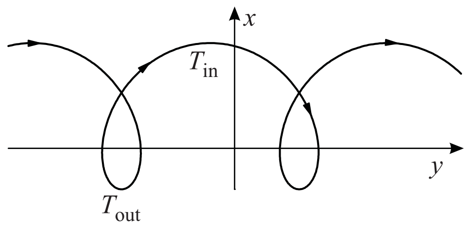

Рис.1. Качественный вид траекторий 2D электронов в магнитном поле при их движении в мягком краевом режиме

2. Проблема возможной локализации "замагниченных" электронов в окрестности излома $V'(x)+e\varphi'(x)$ в общем случае решается с привлечением волнового уравнения. Однако для понимания физики дела и ориентировки в числах имеет смысл ее квазиклассическая трактовка. В этом приближении центральное место занимает период T циклического движения электрона вдоль границы $x=0$:

$$T=T_{\rm in}+T_{\rm out}, \tag{5}$$

где $T_{\rm in}$ – часть цикла, проводимая электроном внутри полосы (то есть в области $x>0$) на орбите с $R\gg l_H$, а $T_{\rm out}$ – соответствующее время за его пределами в зоне $x<0$.

Величина $T_{\rm in}$ определяется по аналогии с классической задачей о магнитных КЭС:

$$T_{\rm in}=\frac{\theta}{\omega_c}=\frac{2}{\omega_c}\arctan\left(\frac{v_x}{v_y}\right), \tag{6}$$

где θ – угловой сектор, характеризующий длину скачка электрона вдоль поверхности в зоне $x>0$, ω_c – циклотронная частота, компоненты скорости v_y, v_x при пересечении электроном границы $x=0$.

Для расчета $T_{\rm out}$ используем уравнения движения электрона в форме [10]

$$\dot y+i\dot x=a\exp\left(-i\omega_c t\right)+\frac{cE_x}{H},$$

$$E_x=[V'(0)+e\varphi'(0)]/e,\quad a=b\exp\left(\alpha\right), \tag{7}$$

где a – комплексная величина, b,α – действительные числа. Их значение определяется требованием: в начальный момент движения в зоне $x<0$ скорости $\dot y,\dot x$ совпадают с их значениями v_y, v_x при пересечении электроном границы $x=0$. В результате

$$b=v_x/\sin(\alpha),\quad v_x=[v_y/\sin(\alpha)]\cos(\alpha)+\frac{cE_x}{H},$$

$$\cot\alpha=\frac{v_y}{v_x}-\frac{cE_x}{Hv_y}. \tag{8}$$

Уравнениям (7), (8) отвечают координаты электрона при его движении по трохоиде в зоне $x<0$:

$$y=b\left[\cos(\alpha)\frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c}-\sin(\alpha)\frac{\cos(\omega_c t)}{\omega_c}\right]+\frac{cE_x}{H}t+C_y, \tag{9}$$

$$x=-b\left[-\cos(\alpha)\frac{\cos(\omega_c t)}{\omega_c}+\sin(\alpha)\frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c}\right]+C_x. \tag{10}$$

Константы C_y, C_x выбираются из требований

$$y(0)=0,\quad x(0)=0\quad \text{или}$$

$$C_y=b\frac{\sin(\alpha)}{\omega_c},\quad C_x=b\frac{\cos(\alpha)}{\omega_c}. \tag{11}$$

Располагая формулами (5)–(11), можно определить время $T_{\rm out}$, проводимое электроном на петле трохоиды в зоне $x<0$. Это время отвечает появлению электрона на границе $x=0$ после того, как он вошел в зону $x<0$ с начальными условиями (6), (11). В интересующих нас терминах это время следует из уравнения (10) в момент $t=T_{\rm out}$:

$$x(t=T_{\rm out})=0,\quad \text{или}$$

$$\cos(\Omega T_{\rm out})+\tan(\alpha)\sin(\Omega T_{\rm out})=1. \tag{12}$$

Условие

$$\omega_c[T_{\rm in}+T_{\rm out}]<1 \tag{13}$$

означает, что в целом время электрона на цикле сложной краевой орбиты меньше циклотронного, как и должно быть для траектории, на которой частица отражается от границы системы, не успев совершить один оборот по окружности циклотронного радиуса.

Возвращаясь к началу статьи, нетрудно видеть, что поворотная точка на интервале $T_{\rm out}$ отвечают движению электрона в вакууме вне проводящей зоны. Эта деталь, отмеченная выше, может рассматриваться как атрибут МКС.

Информация (6)–(12) достаточна для обсуждения на уровне КЭС-МКС одного из самых показательных краевых эффектов – геометрического квантования

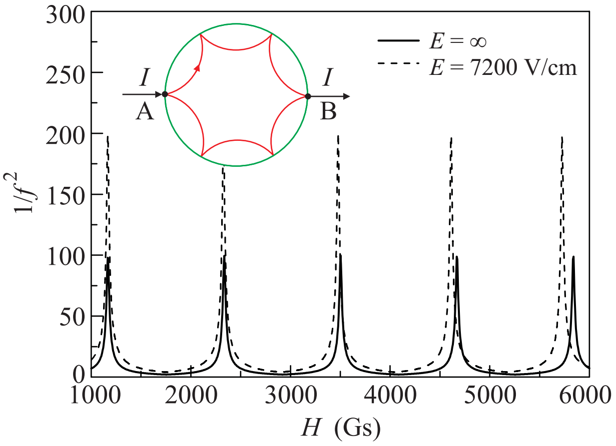

Рис.2. Положение идеальных и “мягких” резонансов в функции от магнитного поля. Расчеты проведены для квантовой точки радиусом $R = 0.6$ мкм и фермиевской скорости электронов в ней $v_F = 3\cdot 10^7$ см/с

(см. вставку на рис.2), возникающего из требования, чтобы на длине периметра L 2D системы между точкой входа тока (A) и точкой его выхода (B) укладывалось целое число длин одного прыжка l электрона вдоль этого периметра:

$$L/l = n, \quad n = 1,2,3\ldots \tag{14}$$

Эффект (14) в разных вариантах, от большего числа измерений магнетоосцилляций ВАХ между точечными электродами на поверхностях трехмерных металлов и до идейно аналогичных явлений в 2D системах, наблюдался разными авторами (см., например, [11–13]). Последнюю из этой серии публикаций [14] отметим специально, так как геометрия этого эксперимента используется нами для выяснения разницы между следствиями (14) для КЭС и МКС. Ясно, что ток I через 2D систему, изображенную на рис.2, должен иметь резкие максимумы, когда отношение L/l близко к целому числу. Графики на рис.2 показывают, как изменяется отклонение L/l от ближайшего целого числа, то есть величина

$$f = \left|\frac{L}{l} - \left[\frac{L}{l} + 0.5\right]\right|$$

(точнее говоря, обратный квадрат f; здесь $[a]$ – целая часть числа a) в зависимости от магнитного поля для случая вертикального барьера (сплошная кривая) и “мягкого” удерживающего потенциала при использовании в условии (14) длины прыжка при конечном значении $E = [V'(x) + e\varphi'(x)]_0$ (сплошная кривая). Очевидно, разница между сплошной и штриховой кривыми нарастает с ростом магнитного поля. Резонансы вида (14) хорошо видны на ВАХ из [14]. Поэтому проследить за отличием между сплошной и штриховой кривыми не составляет труда.

3. Спектр $\epsilon_n(p_\parallel)$ МКС также чувствителен к степени “мягкости” границы. В квазиклассическом приближении [15]

$$\frac{\partial \epsilon_l}{\partial l} \simeq \frac{2\pi}{T(\epsilon_l, p_\parallel)}\hbar, \tag{15}$$

где $T(\epsilon_l, p_\parallel)$ – полный период циклического движения электрона вдоль границы $x = 0$, $p_\parallel$ — сохраняющаяся при движении электрона вдоль границы величина импульса, l — номер уровня Ландау, с которым плавно сопряжено значение $\epsilon_n(p_\parallel)$,

$$T(\epsilon_l, p_\parallel) = T_{\text{in}} + T_{\text{out}},$$

T_{in} – часть цикла, проводимая электроном внутри полосы (то есть в области $x > 0$) на орбите с $R \gg l_H$, берется из (6), T_{out} – соответствующее время – за его пределами в зоне $x < 0$ – определено в (12). $E_x = [V'(x) + e\varphi'(x)]_0$ – электрическое поле за пределами 2D системы, которое полагается постоянным (в пределе $E_x \to \infty$ задача сводится к известной, см. [7–9]). В процессе движения по трохоиде компоненты v_y, v_x связаны между собой условием

$$\epsilon_l(p_\parallel, p_\perp) = \frac{p_\parallel^2}{2m} + \frac{p_\perp^2}{2m} \tag{16}$$

с сохранением импульса электрона $p_\parallel$.

Возвращаясь к эффекту (14), можно, зная спектр (15), оформить это явление в форме баллистического выражения для ВАХ:

$$I = e\int_0^{+\infty} v(p) f(p) dp, \quad v = \partial\epsilon/\partial p, \tag{17}$$

v – скорость квазичастицы, p – ее импульс, $f(p)$ – функция распределения электронов по непрерывным состояниям МКС. Пределы $0,\infty$, выбранные в определении тока (17), отражают киральность задачи (обычно пределы должны быть симметричны, а интеграл вида (17) для равновесной функции распределения обращается в нуль).

Явный вид $f(p)$ возникает, если воспользоваться общим, фермиевским выражением для этой функции и учесть явное определение химпотенциала ζ, формируемое свойствами 2D системы вдали от свободной границы:

$$\nu = \sum_l f\left[\hbar\omega_c\left(l + \frac{1}{2}\right) - \zeta\right]. \tag{18}$$

В классической области $\nu \ll 1$, которой мы и ограничимся,

$$\zeta \simeq \frac{1}{2}\hbar\omega_c - T\ln 1/\nu, \quad f_0(p) \simeq \nu\exp\left[-\epsilon(p)\right]/T. \tag{19}$$

При работе со сплошным спектром и $f(p)$ (19) ток (17) оказывается конечным, отвечая диамагнитному краевому значению вдоль одного из краев $\pm b$ (диамагнитный ток, циркулирующий вдоль периметра образца замкнутой геометрии). Стационарная ВАХ в баллистическом приближении возникает теперь, как обычно, нагрузкой одного из плечей замкнутого канала внешним потенциалом V:

$$I(V) = e \int_0^{+\infty} v(p)[f(p+eV) - f(p)]dp =$$

$$= e \int_0^{+\infty} v(p) f_0(p)[\exp(+eV/T) - 1]dp. \qquad (20)$$

Учет дискретности спектра (14) в определении ВАХ (20) не составляет труда (интеграл по импульсам надо заменить на сумму по разрешенным значениям p_l из (14)).

Резюме. Предлагается обобщение теории КЭС, учитывающее конечность барьера, ограничивающего движение замагниченных электронов границами проводящей зоны. Найден квазиклассический спектр таких МКС квазичастиц, переходящий для барьера бесконечной высоты в известный спектр КЭС. Построена краевая ВАХ, содержащая геометрические резонансы краевого происхождения, чувствительные к разнице между КЭС и МКС. Введение МКС заметно расширяет круг задач с участием краевых электронных состояний. Кроме явлений на идеально резких границах, трудоемких в изготовлении, речь идет о вырожденных 2D системах разной геометрии, полученных с использованием *split–gate* технологии, гетероструктурах с селективным травлением донорной части, классических 2D электронных системах на поверхности жидкого гелия и т.п.

Авторы благодарны С.В. Иорданскому и В.Т. Долгополову за обсуждение полученных результатов. Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований # 09-02-00894-а и Программой Президиума РАН “Квантовая физика конденсированного состояния”.

1. В. Шикин, С. Назин, Письма в ЖЭТФ **90**, 69 (2009).
2. K. Berggren et al., Phys. Rev. Lett. **57**, 1769 (1986).
3. Van Wees et al., Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
4. V.B. Shikin, S.S. Nazin, D. Heitman, and T. Demel, Phys. Rev. B **43**, 11903 (1991).
5. B. Hackens, F. Delfosse, S. Faniel et al., Phys. Rev. B **66**, 241305(R) (2002).
6. M.W. Cole, Rev. Mod. Phys. **46**, 451 (1974).
7. И. Лифшиц, А. Косевич, ЖЭТФ **29**, 743 (1955).
8. М.С. Хайкин, ЖЭТФ **39**, 212 (1960).
9. R. Prange and T. Nee, Phys. Rev. **168**, 779 (1968).
10. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория поля*, М.: Наука, 1972.
11. V. Tsoi, J. Bass, and P. Wyder, Rev. Mod. Phys. **71**, 1641 (1999).
12. H. Linke, L. Christensson, P. Omling, and P.E. Lindelof, Phys. Rev. B **56**, 1440 (1997).
13. P. Boggild, A. Kristensen, H. Bruus et al., Phys. Rev. B **57**, 15408 (1998).
14. М.Ю. Мельников, В.Т. Долгополов, В.С. Храпай, Д. Шух, Письма в ЖЭТФ **88**, 40 (2008).
15. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1973.