

## Субволновая локализация электромагнитного поля в собственных модах диэлектрических микро- и наносветоводов

А. М. Желтиков

Международный лазерный центр МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, 119992 Москва, Россия

Поступила в редакцию 18 февраля 2010 г.

После переработки 9 марта 2010 г.

Определены условия максимальной локализации электромагнитного поля в направляемых модах диэлектрических микро- и наносветоводов. Показана возможность формирования и волноводной передачи субволновых световых пучков.

Развитие методов микроскопии с пространственным разрешением, превышающим дифракционный предел, является одной из центральных задач современной оптической физики. Быстро прогрессирующие методы микроскопии ближнего поля [1] обеспечивают рекордное пространственное разрешение при исследовании специально приготовленных образцов, позволяя получить уникальную информацию о строении вещества и физических процессах в приповерхностных слоях. Методы ближнепольной микроскопии, однако, сталкиваются с серьезными трудностями при решении широкого класса задач, связанных с исследованием процессов и деталей пространственной структуры в объеме вещества и в живых системах. Решение задач этого класса становится возможным на основе реализации новых физических принципов оптической микроскопии дальнего поля, таких как многофотонная микроскопия [2, 3], микроскопия когерентного антистоксова рассеяния света (КАРС) [4] и вынужденного комбинационного рассеяния света [5], а также микроскопия с вынужденным насыщением флуоресцентного сигнала (STED) [6]. Новые методы микроскопии дальнего поля обеспечивают пространственное разрешение на уровне десятков нанометров (в отдельных случаях менее 20 нм [7]) и успешно применяются для исследования внутриклеточных процессов в живых организмах, регистрации отдельных молекул, а также изучения широкого класса наноструктур и нанообъектов.

Современные оптоволоконные технологии позволяют создавать микро- и наноструктурированные световодные системы, включая оптические волокна с субмикронной световедущей сердцевиной [8]. Такие системы открывают широкие возможности для реализации методов микроскопии сверхвысокого разрешения в волоконно-оптическом формате, включая разработку волоконно-оптических источников и систем доставки сверхкоротких импульсов для решения задач нелинейно-оптической эндоско-

пии и диагностики нейронной активности головного мозга [9, 10]. Для реализации уникальных возможностей микроскопии сверхвысокого разрешения в волоконно-оптическом формате необходимо детальное исследование фундаментальных физических факторов, ограничивающих локализацию электромагнитного излучения в волноводных системах, и изучение методов формирования и передачи предельно компактных световых пучков в оптоволоконных системах.

В настоящей работе на основе численного анализа волнового уравнения для собственных мод микро- и наносветоводных структур и использования приближенных аналитических решений этого уравнения определены условия формирования и волноводной передачи субволновых световых пучков. Для диэлектрических световодов с периодической (фотонно-кристаллической) оболочкой определено оптимальное значение периода структуры, обеспечивающее максимальную локализацию поля в собственной моде световода.

Рассмотрим волноводную структуру с произвольным профилем показателя преломления  $n(r)$ . Поле направляемой волноводной моды запишем в виде [11]

$$E(r, \varphi, z, t) = F(r) \cos(m\varphi) \exp(-i\beta z) \exp(i\omega t), \quad (1)$$

где  $z, r, \varphi$  – цилиндрические координаты,  $t$  – время,  $F(r)$  – поперечный профиль поля волноводной моды,  $m$  – азимутальный индекс моды,  $\beta$  – постоянная распространения,  $\omega$  – частота излучения.

Поперечный профиль поля волноводной моды находится путем решения волнового уравнения

$$\frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} + \left\{ \left[ \frac{\omega}{c} n(r) \right]^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right\} F = 0. \quad (2)$$

Радиус волноводной моды определим как

$$W = \left( \frac{S}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

где

$$S = \frac{2\pi \left[ \int_0^\infty |F(r)|^2 r dr \right]^2}{\int_0^\infty |F(r)|^4 r dr} \quad (4)$$

– эффективная площадь волноводной моды.

Профиль показателя преломления световодной структуры запишем в следующем виде [11, 12]:

$$n(r) = \begin{cases} n_1 \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{\rho} \right)^g \Delta \right]^{\frac{1}{2}}, & 0 \leq r \leq \rho \\ n_1 (1 - 2\Delta)^{\frac{1}{2}}, & \rho \leq r \end{cases}, \quad (5)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления образующих световодную структуру материалов,  $\rho$  – радиус сердцевины световода,  $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/2n_1^2$ . Показатель степени  $g$  в выражении (5) определяет крутизну профиля показателя преломления в волноводной структуре. Значение  $g = 1$  соответствует треугольному профилю  $n(r)$ . При  $g = 2$  имеется параболический профиль показателя преломления. Большие значения показателя  $g$  соответствуют волноводу со ступенчатым профилем показателя преломления.

Для стандартного световода радиус волноводной моды с высокой точностью описывается формулой Маркузе [12]:

$$\frac{w}{\rho} \approx \frac{A}{V^{2/(2+g)}} + \frac{B}{V^{3/2}} + \frac{C}{V^6}, \quad (6)$$

где

$$V = \frac{2\pi\rho}{\lambda} (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad (7)$$

– волноводный параметр,  $\lambda$  – длина волны излучения,  $A, B, C$  – численные коэффициенты.

Для световода со ступенчатым профилем показателя преломления,  $g \rightarrow \infty$ , численные коэффициенты в выражении (6) определяются следующим образом [12]:  $A = 0.65, B = 1.619, C = 2.879$ . Пунктирной линией на рис.1 представлена зависимость нормированного на длину волны  $\lambda$  радиуса волноводной моды  $w$  от радиуса сердцевины световода  $\rho$ , рассчитанная для стандартного слабнонаправляющего световода со ступенчатым профилем показателя преломления с  $n_1 - n_2 = 0.01$ . Волноводный параметр  $V$  является количественной мерой баланса эффектов дифракции и волноводного ограничения светового пучка за счет явления полного внутреннего отражения в волноводной структуре. При больших значениях  $V$  большая часть мощности волноводной моды локализована в сердцевине световода. При малых  $V$  значительная часть мощности волноводной моды переносится эва-

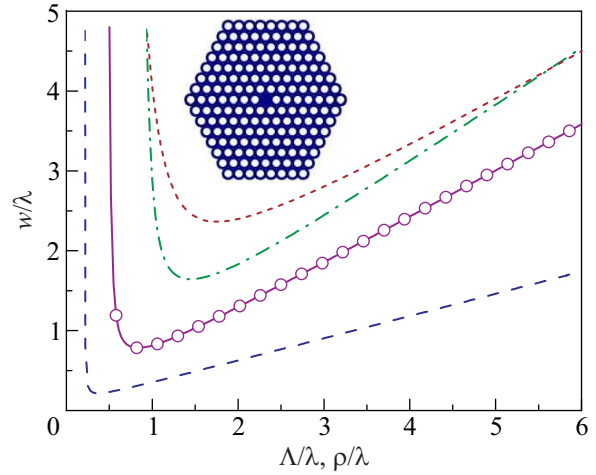


Рис.1. Зависимость радиуса волноводной моды кварцевого структурированного световода от постоянной структуры  $\Lambda$ , рассчитанная с помощью аппроксимации (9) для  $\lambda = 1$  мкм,  $d/\Lambda = 0.3$  (штрих-пунктирная линия), 0.5 (сплошная линия), 0.9 (штриховая линия). Светлыми кружками показан результат численного решения уравнения (2). Пунктирной линией представлена зависимость радиуса волноводной моды от размера сердцевины  $\rho$  для стандартного световода с  $n_1 - n_2 = 0.01$ . На вставке – изображение поперечного сечения фотонно-кристаллического световода

несцентным полем в оболочке световода. Эти общие свойства волноводных систем объясняют характер зависимости радиуса волноводной моды. Для волноводов с большим радиусом сердцевины (при больших значениях  $V$ ) поле моды в основном сосредоточено в оболочке, так что размер моды увеличивается с увеличением радиуса оболочки. Для световода со ступенчатым профилем показателя преломления ( $g \rightarrow \infty$ ) радиус моды  $w$  при больших значениях  $V$ , как следует из выражения (6), увеличивается прямо пропорционально радиусу сердцевины (пунктир на рис.1),  $w \approx A\rho$ . При уменьшении  $V$  локализация поля моды в сердцевине световода становится все более слабой [11, 13]. Как следствие, при малых  $V$  наблюдается увеличение радиуса моды с уменьшением  $\rho$  (пунктир на рис.1).

Рассмотрим теперь световод со структурой поперечного сечения, характерной для фотонно-кристаллического волокна [14, 15] (вставка на рис.1). Центральная часть световода, служащая его сердцевиной, окружена оболочкой с гексагональной системой воздушных отверстий диаметром  $d$ , отстоящих друг от друга на расстояние  $\Lambda$ . Волноводный параметр для световода такого типа определяется следующим образом [16]:

$$V_{PCF} = \frac{2\pi\Lambda}{\lambda} (n_1^2 - n_{\text{eff}}^2)^{1/2}, \quad (8)$$

где  $n_{\text{eff}}$  – эффективный показатель преломления структурированной оболочки световода, определяемый как эффективный показатель преломления основной моды бесконечной гексагональной периодической структуры с воздушными отверстиями диаметром  $d$  и периодом  $\Lambda$ .

Как показано в работе [16], при правильном выборе численных значений коэффициентов ( $A_{\text{PCF}} = 0.7078$ ,  $B_{\text{PCF}} = 0.2997$ ,  $C_{\text{PCF}} = 0.0037$ ,  $g_{\text{PCF}} = 8$ ) формула Маркузе, записанная в виде

$$\frac{w}{\Lambda} \approx \frac{A_{\text{PCF}}}{V_{\text{PCF}}^{2/(2+g)}} + \frac{B_{\text{PCF}}}{V_{\text{PCF}}^{3/2}} + \frac{C_{\text{PCF}}}{V_{\text{PCF}}^6}, \quad (9)$$

обеспечивает высокую точность аппроксимации зависимости отношения  $w/\Lambda$  от параметра  $V_{\text{PCF}}$ . На рис.1 выполнено сравнение зависимости радиуса волноводной моды от постоянной структуры  $\Lambda$ , рассчитанной с помощью формулы (9) (сплошная линия), и результатов численных расчетов волнового уравнения (2) (светлые кружки). Погрешность аппроксимации результатов численных расчетов с помощью приближенной формулы (9) в рассматриваемом диапазоне параметров не превышает 2%.

При фиксированном значении отношения  $d/\Lambda$  волноводный параметр  $V_{\text{PCF}}$ , аналогично стандартному  $V$ -параметру, служит количественной мерой баланса дифракции и волноводного ограничения светового пучка в волноводной структуре. При больших значениях  $V_{\text{PCF}}$  имеет место сильная локализация поля волноводной моды в сердцевине световода. В этом режиме радиус моды увеличивается с ростом постоянной фотонно-кристаллической структуры  $\Lambda$ . В случае малых  $V_{\text{PCF}}$  локализация поля моды в сердцевине световода становится все более слабой по мере уменьшения  $\Lambda$ . Эти тенденции обуславливают существование минимума зависимости радиуса моды от постоянной структуры  $\Lambda$  (рис.1). Увеличение отношения  $d/\Lambda$  приводит к уменьшению эффективного показателя преломления  $n_{\text{eff}}$  структурированной оболочки фотонно-кристаллического световода, что эквивалентно увеличению параметра  $V_{\text{PCF}}$  для данного значения  $\Lambda/\lambda$ . При относительно небольших  $d/\Lambda$  фотонно-кристаллический световод является одномодовым в интересующем нас диапазоне значений  $\Lambda/\lambda$  ( $V_{\text{PCF}} < 2$  для  $d/\Lambda = 0.3$ ). Минимальное значение радиуса моды при этом составляет  $w_{\text{min}} \approx 1.6\lambda$  (штрих-пунктир на рис.1). Большие значения отношения  $d/\Lambda$  приводят к достаточно сильной локализации поля моды в сердцевине волновода даже при малых значениях  $\Lambda/\lambda$ . Минимальное значение радиуса моды, получаемое для  $d/\Lambda = 0.9$ , достигается при  $\Lambda \approx 0.37\lambda$  и составляет  $w_{\text{min}} \approx 0.22\lambda$  (штриховая линия на рис.1). Сильная локализация поля направ-

ляемых мод в сердцевине световода с большими значениями отношения  $d/\Lambda$  соответствует высокой числовой апертуре волноводной структуры. Световоды с большой числовой апертурой обеспечивают высокую эффективность сбора сигнала флуоресцентного отклика в схемах нелинейной флуоресцентной спектроскопии сверхвысокого разрешения.

К настоящему времени разработано несколько способов изготовления световодов с субмикронной сердцевинной. Технологии микроструктурирования оптических волокон позволяют получать световодные структуры, в которых излучение распространяется вдоль стеклянных каналов радиусом менее 200 нм [17], окруженных оболочкой с высоким содержанием воздуха (вставка на рис.2). Большие зна-

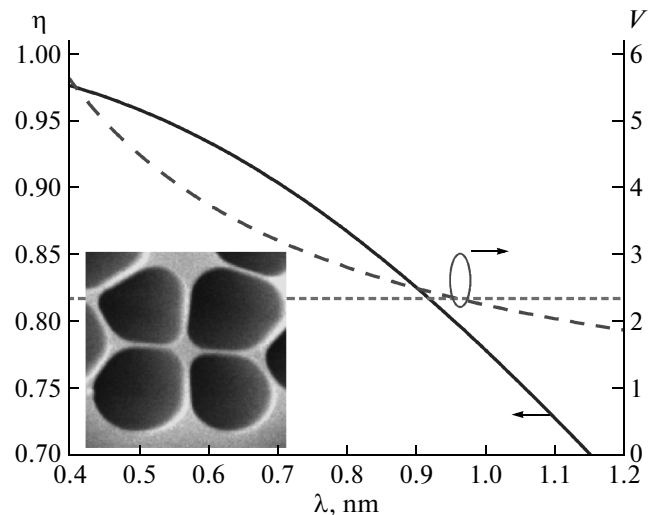


Рис.2. Параметр  $\eta$ , характеризующий относительную мощность излучения, передаваемого по сердцевине волновода, и волноводный параметр  $V$  в зависимости от длины волны излучения для кварцевого световодного канала радиусом 350 нм (показан на вставке). Пунктирной линией показана граница одномодового режима,  $V = 2.405$

чения контраста показателей преломления  $\Delta$ , характерные для таких световодных систем, обеспечивают высокую степень локализации поля в световодном канале [18, 19]. Кварцевая световодная структура, показанная на вставке к рис.2, аналогична волоконной структуре, использовавшейся в экспериментах [17]. Радиус световодного канала этой структуры составляет 350 нм. Результаты расчетов, представленные на рис.2, показывают, что такой световод является одномодовым для длин волн короче 970 нм (граница одномодового режима,  $V = 2.405$ , показана пунктирной линией). Для центральной длины волны титан-

сапфирового лазера ( $\lambda = 800$  нм) отношение мощности  $P_c$  излучения, локализованного в кварцевом канале, к полной мощности волноводной моды  $P_0$  (с учетом мощности эванесцентного поля моды) составляет  $\eta = P_c/P_0 \approx 87\%$  (сплошная линия на рис.2). Эффективный радиус моды излучения с длиной волны 800 нм, согласно численным расчетам, составляет  $w \approx 0.4\lambda$ . Этот результат находится в хорошем согласии с получаемой на основе экспериментов оценкой коэффициента оптической нелинейности световодной структуры  $\gamma = 2\pi\lambda^{-1} \int n_2(r) S_z^2 d^2r / \int S_z d^2r |^{-2} \approx 400 \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$ , где  $n_2$  – нелинейный показатель преломления,  $S_z = (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_z$  – продольная составляющая вектора Пойнтинга.

Технология перетяжки микроструктурированных световодов при высокой температуре [20, 21] позволяет получать световоды со структурой поперечного сечения, близкой к показанной на вставке к рис.1. Эксперименты по генерации суперконтинуума в таких световодах также указывают на локализацию светового поля в направляемой моде с эффективным радиусом менее  $\lambda$ . В частности, для световых импульсов с центральной длиной волны 800 нм достигнуты значения коэффициентов оптической нелинейности, указывающие на локализацию поля в волноводной моде с эффективным радиусом  $w \approx 0.4\lambda$ .

Технологии нанобработки полупроводниковых материалов позволяют получать высококачественные световоды с высокой числовой апертурой, локализирующие световое поле в волноводных модах с эффективной площадью менее  $0.1 \text{ мкм}^2$  [22]. Такие световодные структуры открывают широкие возможности для обработки оптических сигналов [22–25] в телекоммуникационном диапазоне частот ( $\lambda \approx 1.55 \text{ мкм}$ ), однако из-за узкой запрещенной зоны кремния не могут работать в видимом диапазоне. Коэффициенты нелинейности для таких световодных структур ( $\gamma \approx 10^5 \text{ Вт}^{-1} \cdot \text{км}^{-1}$ ) на много порядков превышают значения  $\gamma$ , характерные для стандартных кварцевых световодов.

Выполненный в настоящей работе анализ волнового уравнения для собственных мод микро- и наносветоводных структур и его приближенных аналитических решений показывает возможность использования таких структур для формирования и волноводной передачи субволновых световых пучков. Управление локализацией поля в этом режиме может осуществляться путем изменения структуры световода. Для диэлектрических световодов с периодической (фотонно-кристаллической) оболочкой существует оптимальное значение периода структуры, обеспечивающее максимальную локализацию поля в собст-

венной моде световода. В кварцевых световодах в этом режиме возможно формирование и волноводная передача световых пучков с радиусом менее  $\lambda/4$ .

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” (госконтракты # 1130 и # 02.740.11.0223).

1. S. Kawata, M. Ohtsu, and M. Irie, *Nano-Optics*, Berlin: Springer, 2002.
2. W. R. Zipfel, R. M. Williams, and W. W. Webb, *Nature Biotechnol.* **21**, 1369 (2003).
3. F. Helmchen and W. Denk, *Nature Methods* **2**, 932 (2005).
4. C. L. Evans and X. Sunney Xie, *Annu. Rev. Anal. Chem.* **1**, 883 (2008).
5. C. Freudiger, W. Min, B. Saar et al., *Science* **322**, 1857 (2008).
6. S. W. Hell, *Nature Methods* **6**, 24 (2009).
7. M. Bates, B. Huang, G. P. Dempsey, and X. Zhuang, *Science* **317**, 1749 (2007).
8. А. М. Желтиков, *Успехи физических наук* **177**, 737 (2007).
9. B. A. Flusberg, A. Nimmerjahn, E. D. Cocker et al., *Nature Methods* **5**, 935 (2008).
10. L. V. Doronina, I. V. Fedotov, A. A. Voronin et al., *Opt. Lett.* **34**, 3373 (2009).
11. A. W. Snyder and J. D. Love, *Optical Waveguide Theory*, London, U.K.: Chapman Hall, 1983.
12. D. Marcuse, *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 103 (1978).
13. A. M. Zheltikov, *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 1100 (2005).
14. P. St. J. Russell, *Science* **299**, 358 (2003).
15. А. М. Желтиков, *Успехи физических наук* **170**, 1203 (2000).
16. M. D. Nielsen, N. A. Mortensen, J. R. Folkenberg, and A. Bjarklev, *Opt. Lett.* **28**, 2309 (2003).
17. D. A. Akimov, E. E. Serebryannikov, A. M. Zheltikov et al., *Opt. Lett.* **28**, 1948 (2003).
18. M. Foster, K. Moll, and A. Gaeta, *Opt. Express* **12**, 2880 (2004).
19. A. Zheltikov, *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 1100 (2005).
20. S. Leon-Saval, T. Birks, W. Wadsworth et al., *Opt. Express* **12**, 2864 (2004).
21. M. Foster and A. Gaeta, *Opt. Express* **12**, 3137 (2004).
22. R. Salem, M. A. Foster, A. C. Turner et al., *Nature Photonics* **2**, 35 (2008).
23. M. A. Foster, A. C. Turner, J. E. Sharping et al., *Nature* **441**, 960 (2006).
24. M. A. Foster, R. Salem, D. F. Geraghty et al., *Nature* **456**, 81 (2008).
25. J. S. Levy, A. Gondarenko, M. A. Foster et al., *Nature Photonics* **4**, 37 (2009).