

Построение “скрытых изображений” на основе дисперсии разностного фототока

Е. Д. Лопаева, М. В. Чехова¹⁾

МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 апреля 2010 г.

Предлагается кардинальное изменение техники получения так называемых “скрытых изображений” (*ghost imaging*) – изображений, реализуемых не в распределениях интенсивности, а в распределениях высших ее моментов. Традиционный способ регистрации такого изображения основан на измерении корреляционных функций интенсивности второго порядка. В предлагаемом методе измеряются не корреляционные функции интенсивностей двух световых пучков, а дисперсия разности их интенсивностей. Теоретически показано, что как видность изображения, так и отношение сигнал – шум при этом значительно выше, чем для традиционного способа.

В настоящее время значительный интерес привлекает техника так называемых “скрытых изображений” (*ghost imaging*) – изображений, реализуемых не в распределениях интенсивности, а в распределениях высших ее моментов. Ранее метод скрытых изображений (СИ) был предложен в [1] и основан на двухфотонных корреляциях при параметрическом рассеянии (ПР). Идея метода иллюстрируется на рис.1. Источник S излучает два пучка, флуктуации интен-

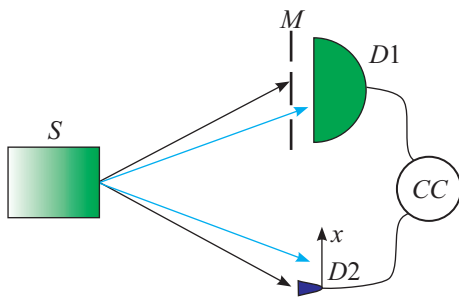


Рис.1. Принципиальная схема эксперимента по построению скрытых изображений: S – источник излучения, который генерирует коррелированные пары фотонов; M – маска; $D1$ – собирающий детектор; $D2$ – точечный детектор; CC – схема совпадений

сивности в которых пространственно коррелированы. В одном из пучков (сигнальном) установлен объект – маска M . Детектор $D1$ собирает все излучение, прошедшее через маску, но не разрешает ее форму. Во втором пучке – опорном – детектор $D2$ обладает высоким пространственным разрешением, но маски в опорном канале нет. Однако, если регистрировать корреляционную функцию (КФ) фототоков двух детекторов (или количество совпадений их фотоотсче-

тов) в зависимости от смещения опорного детектора, изображение маски проявляется. А именно, КФ оказывается выше в случаях, когда детектор $D2$ регистрирует те пространственные моды, которые коррелированы с модами, пропускаемыми маской. Помимо фундаментального интереса, метод СИ привлекает внимание, благодаря возможности получать изображения без использования линз в труднодоступных спектральных диапазонах [2].

Впоследствии в ряде работ было показано, что метод можно реализовать не только с неклассическим двухфотонным светом, излучаемым при ПР, но и с классическим тепловым излучением, которое также проявляет корреляции интенсивности [3–5]. Оказалось, что все свойства СИ реализуемы с классическими “тепловыми” пучками: возможность строить СИ чисто фазового объекта [6], возможность использовать корреляции между пучками разных длин волн [7], СИ в ближней и дальней зоне [4] и т.д. Единственное различие, существующее между СИ в тепловом и двухфотонном излучении, – это различие в видности, достигающей единицы для излучения ПР и не превышающей 0.333: для теплового излучения. Видностью изображения называют

$$V \equiv \frac{|\langle S_{in} \rangle - \langle S_{out} \rangle|}{\langle S_{in} \rangle + \langle S_{out} \rangle}, \quad (1)$$

где S_{in} – величина сигнала (в данном случае, КФ интенсивности) “внутри” изображения маски, а S_{out} – вне его.

Было предложено несколько способов повысить видность СИ в тепловом излучении. Так, авторы [8] предложили установить “порог” и регистрировать лишь достаточно высокие значения интенсивности. При этом видность СИ растет за счет увеличения нормированной КФ интенсивности. Того же резуль-

¹⁾ e-mail: drquantum@hotmail.com

тата можно достичь, перейдя к регистрации от КФ второго порядка к КФ более высоких порядков [9]. Этот способ построения СИ был реализован в работах [10, 11].

Однако сама по себе видность – не главный параметр, определяющий качество СИ, так как “фон” изображения всегда можно вычесть, если его флуктуации невысоки. Другими словами, для СИ важнее отношение сигнал/шум [9, 12], которое можно определить как отношение среднего “контраста” изображения к стандартному отклонению контраста:

$$SNR \equiv \frac{|\langle S_{in} \rangle - \langle S_{out} \rangle|}{\sqrt{Var(S_{in} - S_{out})}}. \quad (2)$$

В работах [10, 12] было показано, что SNR для теплового излучения монотонно растет со средним числом фотонов на моду, а для излучения ПР имеет максимум в области малых чисел фотонов. В пределе больших чисел фотонов на моду и тепловое излучение, и излучение ПР дают одинаковые величины SNR .

В данной работе мы рассмотрим совершенно другой способ построения СИ. А именно, вместо измерения КФ интенсивности предлагается измерение шума (дисперсии) разностного фототока двух детекторов, регистрирующих сигнальный и опорный пучки. Измерение дисперсии разностного фототока – широко используемый способ исследования двухфотонных корреляций. Хотя этот способ направлен на то же, что и измерение КФ второго порядка, то есть на выявление корреляций интенсивности между двумя световыми пучками, во многих отношениях он “дополнителен” методу измерения КФ [13]. Так, например, в то время как КФ теряют “неклассичность” в случае ярких световых источников, шум разностного фототока выявляет неклассические свойства света даже в пределе больших фотонных потоков. Различие проявляется и во влиянии числа регистрируемых мод: в то время как нормированные КФ интенсивности с ростом числа регистрируемых мод уменьшаются, стремясь к единице, метод дисперсии разностного фототока к числу мод нечувствителен. В экспериментах по СИ число регистрируемых мод, по существу, – число “деталей” изображения – велико, поэтому можно ожидать, что метод дисперсии разностного фототока будет эффективнее, чем метод КФ. Кроме того, преимущества метода должны проявиться в режиме высокой яркости источника. Несмотря на все это, метод дисперсии разностного фототока никогда ранее не применялся и не предлагался для получения СИ.

Вычислим видность и отношение сигнал/шум для СИ, получаемого методом измерения дисперсии разностного фототока. Расчет будем проводить в рамках модели с дискретным набором мод [14]. Для простоты будем считать задачу одномерной. Пусть a_i , $i = 0, \dots, M$ – моды в опорном канале, а b_j , $j = 0, \dots, M$ – моды в сигнальном канале, причем объект (маска) пропускает моды от 1 до M . Квантовую эффективность детекторов будем считать равной единице. В этом случае фототок сигнального детектора равен $I^s = \sum_{i=1}^M b_i^+ b_i$, а фототок опорного детектора, регистрирующего моду j , – $I_j^{ref} = a_j^+ a_j$. Область “внутри” изображения соответствует случаю, когда опорный детектор регистрирует моды $j = 1, \dots, M$, а “вне” изображения – $j = 0$. Измеряемой величиной при построении изображения будем считать квадратичное отклонение разностного фототока от его среднего значения:

$$S_j \equiv (I^s - I_j^{ref} - \langle I^s - I_j^{ref} \rangle)^2. \quad (3)$$

Среднее (по времени) значение величины S_j , равное дисперсии разностного фототока, определяет видность СИ. В области изображения, $j = 1, \dots, M$, $\langle S_j \rangle$ минимально, а вне изображения, при $j = 0$, $\langle S_j \rangle$ максимально. Таким образом, СИ оказывается “инвертированным”, в отличие от СИ, полученного традиционным методом на основе КФ интенсивности.

Видность СИ и отношение сигнал/шум были рассчитаны по формулам (1) и (2), считая, что $S_{in} \equiv S_1$, $S_{out} \equiv S_0$. Рассматривались два типа излучения: пучок теплового света (на практике реализуемого за счет рассеяния когерентного излучения на вращающемся матовом диске), расщепленный на два пучка полупрозрачным светоделителем, и “пучки-близнецы” (*twin beams*), генерируемые при ПР с произвольным коэффициентом параметрического усиления. Далее мы рассмотрим эти случаи отдельно.

А. Тепловое излучение. Для расчета видности и отношения сигнал/шум требуются выражения для моментов интенсивности первого-четвертого порядков. В случае теплового излучения на входе 50% светоделителя (моды a_j^{in} , $j = 0, \dots, M$), для расчета моментов интенсивности на его выходах достаточно воспользоваться соотношением для нормально упорядоченных моментов в тепловом свете, $\langle (a_j^{in+})^n (a_j^{in})^n \rangle = n! \langle a_j^{in+} a_j^{in} \rangle^n$ [15], а также преобразованиями операторов светоделителем, $a_j = (a_j^{in} + a_j^{vac})/\sqrt{2}$, $b_j = (a_j^{in} - a_j^{vac})/\sqrt{2}$, где a_j^{vac} – оператор уничтожения в моде на втором (вакуумном) входе светоделителя. Моды с разными индексами будем считать статистически независимыми. Для момен-

тов, включающих моды с одинаковыми индексами, получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} \langle a_j^+ a_j b_j^+ b_j \rangle &= 2n^2, \quad \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j \rangle = 2n^2 + n, \\ \langle a_j^+ a_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j \rangle &= 6n^3 + 2n^2, \\ \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j a_j^+ a_j \rangle &= 6n^3 + 6n^2 + n, \\ \langle a_j^+ a_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j \rangle &= 24n^4 + 18n^3 + 2n^2, \quad (4) \\ \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j \rangle &= 24n^4 + 12n^3 + 2n^2, \\ \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j a_j^+ a_j a_j^+ a_j \rangle &= 24n^4 + 36n^3 + 14n^2 + n, \end{aligned}$$

где $n \equiv \langle a_j^+ a_j \rangle = \langle b_j^+ b_j \rangle$ – число фотонов в каждой из мод. Считается (как обычно в СИ), что распределение интенсивности по модам очень широкое и практически равномерно в пределах маски.

В результате для видности и отношения сигнал/шум СИ в поле теплового излучения получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} V^{th} &= \frac{n}{Mn + M + 1}, \\ SNR^{th} &= \frac{2n^2}{\sqrt{4(3 + 2M)n^4 + 16(M + 1)n^3 + 2(9 + 4M)n^2 + 2n}}. \end{aligned} \quad (5)$$

В. “Пучки-близнецы”. Рассмотрим теперь излучение параметрического рассеяния с произвольной величиной коэффициента параметрического усиления в режиме, невырожденном по частоте, направлению или поляризации. Такое излучение обычно называется в литературе пучками-близнецами, или двухмодовым сжатым вакуумом. Моменты интенсивности для пучков-близнецов рассчитываются, исходя из гамильтониана взаимодействия

$$\hat{H} = i\hbar\Gamma \sum_{i=0}^M a_i^+ b_i^+ + \text{h.c.} \quad (6)$$

Таким образом, как и для теплового излучения, считаем, что имеется $M + 1$ независимых пар мод с одинаковой интенсивностью. Интенсивности и моменты интенсивности для различных мод вычисляются в представлении Гейзенберга, исходя из преобразований Боголюбова, которые получают как решение уравнений Гамильтона для гамильтониана (6):

$$\begin{aligned} a_i &= ua_i^{\text{vac}} + v(b_i^{\text{vac}})^+, \\ b_i &= ub_i^{\text{vac}} + v(a_i^{\text{vac}})^+, \end{aligned} \quad (7)$$

где $a_i^{\text{vac}}, b_i^{\text{vac}}$ – вакуумные операторы, $u \equiv \cosh G$, $v \equiv \sinh G$, а G – коэффициент параметрического усиления.

В результате среднее число фотонов в каждой моде равно $n = v^2$, а моменты равны

$$\begin{aligned} \langle a_j^+ a_j b_j^+ b_j \rangle &= \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j \rangle = v^4 + u^2 v^2, \\ \langle a_j^+ a_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j \rangle &= \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j a_j^+ a_j \rangle = u^4 v^2 + 4u^2 v^4 + v^6, \\ \langle a_j^+ a_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j \rangle &= \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j b_j^+ b_j b_j^+ b_j \rangle = \quad (8) \\ &= \langle a_j^+ a_j a_j^+ a_j a_j^+ a_j \rangle = \\ &= 4u^4 v^4 + (u^3 v + 3uv^3)^2 + (u^2 v^2 + v^4)^2. \end{aligned}$$

Расчет видности и отношения сигнал/шум по формулам (1), (2) дает

$$V^{TB} = 1/M, \quad SNR^{TB} = \sqrt{\frac{2n(n+1)}{(6+4M)n(n+1)+1}}. \quad (9)$$

Как видность, так и отношение сигнал/шум для “пучков-близнецов” оказываются больше, чем для теплового излучения, причем видность в случае пучков-близнецов не зависит от числа фотонов на моду. Далее мы будем обсуждать только отношение сигнал/шум, так как видность, сама по себе, не имеет значения при построении изображения. Зависимости отношения сигнал/шум от числа фотонов на моду для обоих типов источников представлены на рис.2 при различных числах мод M . При ма-

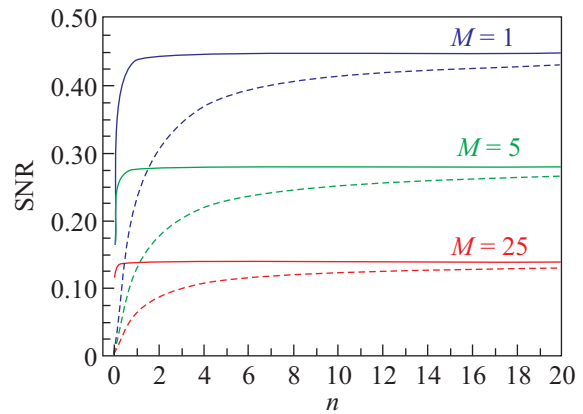


Рис.2. Зависимость отношения сигнал/шум SNR от числа фотонов на моду n для различных чисел мод M , прошедших через маску: сплошная линия для СИ при ПР, штриховая – в тепловом излучении

лых числах фотонов “пучки-близнецы” имеют заметное преимущество, что объясняется их квантовыми свойствами. Действительно, в то время как в тепловом излучении дисперсия разностной интенсивности всегда ограничена снизу дробовым шумом, который становится заметным при малых числах фотонов, в “пучках-близнецах” шум разностной интенсивности

может быть, в принципе, подавлен до нуля. В пределе больших чисел фотонов тепловое излучение и “пучки-близнецы” дают одинаковую видность и отношение сигнал/шум для СИ. Это связано с тем, что при больших числах фотонов избыточные флуктуации интенсивности преобладают над квантовыми, и квантовые эффекты оказываются несущественными.

Максимальное отношение сигнал/шум, достигаемое для обоих типов источников в пределе высокой интенсивности, имеет корневую зависимость от числа регистрируемых мод:

$$SNR^{TB}|_{n \gg 1} = \frac{1}{\sqrt{3 + 2M}}. \quad (10)$$

Интересно сравнить эту величину с максимальным отношением сигнал/шум, реализуемым в традиционном методе построения СИ на основе измерения КФ второго порядка. На рис.3 сплошной кривой

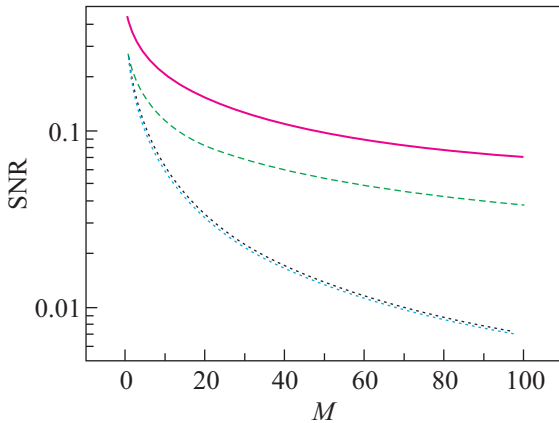


Рис.3. Зависимость отношения сигнал-шум SNR от числа мод M , прошедших через маску. Сплошная кривая – максимальное значение SNR для метода регистрации разностного фототока, штриховая кривая – максимальное значение SNR для метода корреляционных функций интенсивности, пунктир – значения SNR для метода корреляционных функций интенсивности в пределе больших чисел фотонов для теплового излучения и излучения ПР

представлена максимальная величина SNR для метода регистрации шума разностного фототока в зависимости от числа мод M (10). Для сравнения представлены значения SNR в методе измерения КФ интенсивности второго порядка [10] в пределе больших чисел фотонов (пунктир). Эти зависимости практически совпадают для пучков-близнецов и теплового света и лежат существенно ниже, чем зависимость для СИ, получаемого на основе дисперсии разностного фототока. Видно, что в методе дисперсии разностного фототока SNR убывает с числом мод значительно

но медленнее, чем в методе КФ. Это объясняется тем, что, как уже говорилось выше, дисперсия (не являющаяся нормально упорядоченным моментом) растет с числом мод линейно, тогда как для нормально упорядоченного второго момента интенсивности, то есть КФ Глаубера, линейно с числом мод растет только “полезная” часть, а “фоновая” часть по числу мод квадратична. Это приводит к более быстрому убыванию SNR с числом мод.

Однако, как показано в [10, 12], максимальное отношение сигнал/шум для пучков-близнецов в методе регистрации КФ реализуется не в пределе больших чисел фотонов, но имеет максимум, положение и величина которого зависят от числа мод M . Из формулы (16) работы [10] следует, что максимум реализуется при

$$n_{\max} = (1 + \sqrt{1 + 2M(M + 1)})/2M(M + 1). \quad (11)$$

Максимальная величина SNR для метода КФ и пучков-близнецов в зависимости от числа мод показана на рис.3 штриховой кривой. Характер ее убывания такой же, как и для метода дисперсии разностного фототока, то есть корневой, но сама зависимость лежит ниже. Корневая зависимость от числа мод достигается за счет того, что с ростом числа мод число фотонов на моду n_{\max} выбирается, исходя из (11), все меньшим. При этом возрастает значение “полезной” части КФ по сравнению с ее “фоновой” частью. В то же время, это означает, что для получения значительного сигнала СИ в методе КФ для “пучков-близнецов” при большом числе мод из-за малости фотонных потоков придется увеличивать время приема. В предлагаемом методе этого не требуется, и можно получить высокое отношение сигнал/шум при сколь угодно больших числах фотонов. Это обстоятельство, а также возможность использования “доступного” теплового излучения вместо “экзотических” пучков-близнецов чрезвычайно важны для практического применения СИ.

Таким образом, в работе исследован новый метод построения “скрытого изображения” – на основе измерения дисперсии разностной интенсивности вместо КФ второго порядка. Расчеты показывают, что метод позволяет повысить как видность СИ, так и отношение сигнал/шум. Основное преимущество при этом заключается в более медленном спаде отношения сигнал/шум с ростом числа мод – обстоятельство, очень важное для построения изображений, а также в том, что отношение сигнал/шум растет с ростом интенсивности используемого излучения. Важным практическим достоинством является то, что метод в равной мере реализуем как с излуче-

нием параметрического рассеяния, так и с тепловым светом.

Авторы признательны Т.Ш. Исхакову и А.Н. Пенину за ценные обсуждения. Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # # 08-02-00555, 08-02-00741, 10-02-00202).

1. T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. Strekalov, and A. V. Sergienko, *Phys. Rev. A* **52**, R3429 (1995).
2. M. Zhang, Q. Wei, X. Shen et al., *Phys. Rev. A* **75**, 021803(R) (2007).
3. R. S. Bennink, S. J. Bentley, and R. W. Boyd, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 113601 (2002).
4. A. Gatti, E. Brambilla, M. Bache, and L. A. Lugiato, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 093620 (2004); *Phys. Rev. A* **70**, 013802 (2004); F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti et al., *Phys. Rev. Lett.* **94**, 183602 (2005).
5. G. Scarcelli, A. Valencia, and Y. Shih, *Phys. Rev. A* **70**, 051802(R) (2004); M. D'Angelo, A. Valencia, M. H. Rubin, and Y. Shih, *Phys. Rev. A* **72**, 013810 (2005).
6. M. Bache, D. Magatti, F. Ferri et al., *Phys. Rev. A* **73**, 053802 (2006).
7. K. W. C. Chan, M. N. O'Sullivan, and Robert W. Boyd, *Phys. Rev. A* **79**, 033808 (2009).
8. L. Basano and P. Ottonello, *Applied Optics* **46**, 6291 (2007).
9. I. N. Agafonov, M. V. Chekhova, T. S. Iskhakov, and L.-A. Wu, *J. Modern Optics* **56**, 422 (2009).
10. I. N. Agafonov, M. V. Chekhova, and A. N. Penin, *quant-ph arXiv: 0911.3718*.
11. L.-A. Wu, X.-H. Chen, I. Agafonov et al., *Opt. Lett.*, принято к печати (2010).
12. V. I. Erkmén and J. H. Shapiro, *Phys. Rev. A* **79**, 023833 (2009).
13. Т. Ш. Исхаков, Е. Д. Лопаева, А. Н. Пенин и др., Письма в *ЖЭТФ* **88**, 757 (2008).
14. L. Basano and P. Ottonello, *Optics express* **15**, 1238617 (2007).
15. Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники*, М.: Наука, 1986.