

## Квантовые скачки при переходах Ландау–Зинера в диссипативной динамике сверхпроводящего кубита

А. И. Гельман<sup>1)</sup>, А. М. Сатанин\*

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия

\*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 30 марта 2010 г.

Методом квантовых траекторий изучено влияние шума на населенности уровней кубита в отдельных реализациях эксперимента, а также прослежен переход к усредненной динамике, получающейся путем многократных измерений состояния кубита. В качестве применения развитой методики исследовано влияние шума на интерференционную картину, возникающую при амплитудной спектроскопии кубита в сильном переменном поле вследствие переходов Ландау–Зинера. Изучено влияние числа повторяемых измерений и флуктуации фазы возбуждающего импульса при формировании отклика кубита на внешнее поле, что позволило дать интерпретацию недавних экспериментов с точки зрения единичных реализаций и усредненной динамики.

**1. Введение.** В последнее время выполнены измерения характеристик одиночных квантовых объектов: иона в магнитной ловушке, оптической моды в резонаторе, сверхпроводящих кубитов и др. Данные эксперименты стимулировали разработку теоретических методов описания единичных реализаций квантовых процессов. Возникший в начале 90-х годов метод квантовых скачков (квантовых траекторий или квантовый метод Монте-Карло) для расчета волновой функции системы позволил глубже понять особенности релаксационного поведения открытых квантовых систем [1, 2]. Исследование единичных реализаций процессов (а не только усредненных данных) дает практическую возможность осуществлять численное моделирование многих экспериментов квантовой динамики, процессов передачи и хранения квантовой информации [2, 3].

Наиболее перспективными для реализации квантового компьютера считаются кубиты на основе сверхпроводящих джозефсоновских переходов [4–6]. Однако неконтролируемое воздействие шума нарушает когерентность и затрудняет реализацию квантовых вычислений, поэтому изучение воздействия шума на кубит является актуальной проблемой в настоящее время. Существуют методы измерения характерных времен релаксации, основанные на резонансном и нерезонансном поглощении микроволнового излучения [7, 8]. В недавних работах для измерения параметров кубита был предложен метод амплитудной спектроскопии (АС), в основе которого лежит явление интерференции Ландау–Зинера–

Штюкельберга [9–17]. Практическая реализация метода сводится к измерению населенностей кубита при фиксированной частоте в зависимости от амплитуды внешнего возбуждающего поля. Метод АС позволил измерить как параметры кубитов, так и влияние шума на их усредненное поведение по интерференционной картине, возникающей при воздействии переменного поля на кубит. Работающий на данном принципе интерферометр может быть использован для калибровки импульсов микроволнового излучения [15, 17].

В данной работе выполнено исследование диссипативной динамики одиночного сверхпроводящего кубита в сильном переменном поле методом квантовых траекторий. Полученные в работе результаты позволяют дать интерпретацию переходам Ландау–Зинера (ЛЗ) в условиях шума и методу АС кубитов с точки зрения единичных реализаций, а также установить связь с усредненной динамикой системы. Показано, что даже слабый шум существенно влияет на динамику кубита в единичной реализации и зависит от фазы поля в момент релаксации. Прослежен переход от результатов единичного эксперимента к усредненной зависимости населенностей кубита от времени, которая может быть получена в экспериментах [15–17] путем многократного повторения опыта. Рассмотрено влияние различного уровня шума на населенности кубитов. В применении к методу АС найдено, что хотя отдельные зависимости населенности кубита от амплитуды внешнего поля требуют большого числа измерений и повторений эксперимента, итоговая интерференционная картина хорошо проявляется уже при сотнях реализаций, тогда как в недавних экспе-

<sup>1)</sup> e-mail: gelman@appl.sci-nnov.ru

риментах проводятся десятки тысяч испытаний. Исследовано также влияние уровня шума на метод АС и обнаружена устойчивость к скорости дефазировки в кубите при больших амплитудах внешнего поля и резонансах высоких порядков.

**2. Модель и уравнения.** Основные черты динамического поведения сверхпроводящего кубита, изучаемого в экспериментах [14–17], могут быть описаны гамильтонианом

$$H_s = 1/2(\varepsilon(t)\sigma_z + \Delta\sigma_x), \quad (1)$$

где  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + A \cos \omega t$  – внешнее управляющее поле с периодом  $T = 2\pi/\omega$ ,  $\Delta$  – туннельное расщепление уровней,  $\sigma_z, \sigma_x$  – матрицы Паули. Параметром  $\varepsilon_0$ , определяющим расстояние между уровнями, и амплитудой переменного поля  $A$  можно управлять, меняя соответственно величину магнитного потока и амплитуду ВЧ поля, возбуждающего кубит. Гамильтониан взаимодействия с резервуаром в общем виде можно представить как [4–6]

$$H_{\text{int}} = F_z \sigma_z + F_x \sigma_x, \quad (2)$$

где эрмитовы операторы  $F_z$  и  $F_x$  резервуара отвечают за продольную и поперечную релаксацию в системе и линейно зависят от операторов резервуара;  $F_z$  вызывает случайные изменения фазы волновой функции кубита, физически обусловленные флуктуацией потока через сверхпроводящий контур кубита,  $F_x$  отвечает за переворот спина и определяется, например, флуктуацией заряда на контактах. Операторы резервуара  $F_\alpha(t)$  подчиняются гауссовской статистике, а их статистические свойства определяются корреляционной функцией  $\gamma(t-s) = \langle F_\alpha(t)F_\alpha^\dagger(s) \rangle$ . Мы рассмотрим простейшую модель шума, обладающего гладким спектром  $\tilde{\gamma}(\omega)$  в широкой области частот в окрестности расстояния между уровнями  $\varepsilon_0$ , что соответствует марковскому резервуару [2] и реализуется во многих экспериментах [14–17].

**3. Метод квантовых траекторий.** Если кубит реализуется в виде плоских сверхпроводящих контуров, то главным источником шума являются флуктуации магнитного потока и в (2) можно удерживать только поперечную релаксацию  $F_x$ . В этом случае уравнение для оператора плотности кубита  $\rho$  в марковском приближении можно записать в виде [18]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}[H_s, \rho] + \frac{\Gamma}{2}(\sigma_z \rho \sigma_z - \rho), \quad (3)$$

где скорость  $\Gamma$  характеризует процесс затухания фазы (дефазировку) [2] и обычно существенно доминирует над процессом релаксации энергии, которым в

данном приближении пренебрегаем [17] (см. [2, 6]). Скорость дефазировки известным образом определяется спектром переменных резервуара вида  $\tilde{\gamma}(\omega)$  [2].

Уравнение (3) дает усредненную по ансамблю квантовую динамику системы. Чтобы проследить динамику отдельного кубита, обратимся к методу квантовых траекторий [1]. Согласно этому подходу, динамика квантовой системы представляется как непрерывное изменение векторов состояния  $\psi^i(t)$  ( $i$ -го представителя или “квантовой траектории”) под действием неэрмитового гамильтониана  $H_{\text{eff}}$ :

$$\frac{\partial \psi^i(t)}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar} H_{\text{eff}} \psi^i(t), \quad (4)$$

где  $i$  – номер траектории,  $H_{\text{eff}} = H - \frac{i\hbar\Gamma}{4}I$  – гамильтониан Вигнера–Вайскопфа,  $I$  – единичный оператор. При этом диссипативная динамика прерывается скачками, переводящими волновую функцию в другое состояние, когда имеет место акт дефазировки  $\psi^i(t + \Delta t) = \lambda \sigma_z \psi^i(t)$ , где  $\lambda$  – нормировочная константа. Вероятность скачков  $P^i(t) = \frac{\Gamma}{2} \Delta t |\psi^i(t)|^2$  под действием оператора  $\sigma_z$  зависит от времени и может быть вычислена согласно [1], где  $\Delta t$  – шаг по времени, через который рассматривается эволюция системы. После  $i$ -го прохода по времени мы получаем квантовую траекторию, представляющую одну реализацию реального эксперимента – диссипативную динамику одного кубита. Для получения среднего значения произвольного оператора  $A$ , определяющего параметры системы, для различных реализаций волновой функции  $\psi^i(t)$  рассматривается квантовомеханическое среднее  $\langle \psi^i(t) | A | \psi^i(t) \rangle$  и берется среднее  $\langle A(t) \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle \psi^i(t) | A | \psi^i(t) \rangle$  по числу реализаций  $N$ .

**4. Результаты и обсуждение.** Поведение кубита в сильном переменном поле в отсутствие квантового шума хорошо известно (см. [19]). В резонансном приближении, когда  $\varepsilon_0 \approx n\omega$  и  $\Delta \ll \omega$  (здесь и далее выбираем систему единиц, в которой  $\hbar = 1$ ), эффективный гамильтониан системы, описывающий медленное движение, запишется в виде

$$\tilde{H}(t) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \Delta_n \\ \Delta_n & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $\Delta_n = \Delta J_n(A/\omega)$ ,  $J_n(x)$  – функция Бесселя,  $n$  – номер резонанса. Гамильтониан (5) известен в квантовой оптике и соответствует резонансному взаимодействию лазерного поля с двухуровневым атомом, где  $|\Delta_n|$  – частота Раби [18]. В данном случае зависимость  $\Delta_n$  от амплитуды ВЧ поля определяется функцией Бесселя, поэтому при  $J_n(A/\omega) = 0$  может обращаться в нуль даже в условиях резонанса,

что приводит к отсутствию возбуждения системы и эффекту когерентного подавления туннелирования (КПТ) [20, 21] при сильных полях, когда  $A \gg \Delta, \varepsilon_0$ . Из (5) и стандартного анализа Раби динамики системы [18] можно получить усредненную по времени вероятность нахождения кубита в возбужденном состоянии:

$$P_{sw} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Delta_n^2}{\Delta_n^2 + (\varepsilon_0 - n\omega)^2}. \quad (6)$$

При монотонном увеличении амплитуды приложенного поля наблюдаются изменения частоты Раби осцилляционного типа, что приводит к характерной интерференционной картине, используемой в АС кубита [14–17]. Обоснование метода АС также возможно в рамках модели ЛЗ квазипересечения энергетических уровней [9, 10, 13]. В моменты времени, определяемые соотношением  $\varepsilon(t) = 0$ , происходит пересечение неадиабатических (без учета расщепления уровней  $\Delta$ ) энергетических уровней кубита, соответствующих собственным состояниям  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$  оператора  $\sigma_z$ . Вероятность перехода  $|\uparrow\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle$  дается формулой  $P_{LZ} = 1 - \exp(-2\pi\Delta^2/v)$ , где  $v = \partial\varepsilon(t)/\partial t_{\varepsilon(t)=0}$  – скорость изменения разности энергии между уровнями в момент пересечения, в пределе бесконечного времени, если скорость пересечения области взаимодействия  $v$  можно считать постоянной. При этом повторяющиеся переходы ЛЗ, вызванные периодическим воздействием на систему  $\varepsilon(t)$ , приводят к многочисленным новым эффектам [13–17].

Мы предполагаем, что начальное состояние  $|0\rangle$  кубита соответствует нижнему уровню  $|0\rangle = -\sin\theta/2|\uparrow\rangle + \cos\theta/2|\downarrow\rangle$ , где  $\theta = \arctan\Delta/\varepsilon_0$ , поскольку существует возможность контролируемого приготовления (охлаждения) кубита в данное состояние [22, 23]. Тогда при больших  $\varepsilon_0$  ( $\varepsilon_0 \gg \Delta$ ) система изначально находится в чистом состоянии  $|\downarrow\rangle$ , при малых – в суперпозиции. Но учитывая, что в эксперименте можно измерить только состояния  $|\downarrow\rangle$  и  $|\uparrow\rangle$  (соответствуют разному направлению тока в контуре), мы исследуем динамику в базисе  $\sigma_z$  и населенность возбужденного состояния  $|\uparrow\rangle$ .

Результаты расчета населенности верхнего уровня  $P_{\uparrow}$  одиночного кубита представлены на рис.1 при типичных в эксперименте скоростях дефазировки  $\Gamma$  при однофотонном резонансе, когда  $\varepsilon_0 = \omega$ .

Как видно из рис.1, при большой амплитуде  $A \gg \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon_0^2}$  [19] в каждой реализации наблюдается характерная Раби динамика, хорошо описываемая резонансным приближением (5) (с учетом осцилляций при переходах ЛЗ). При  $A = 10.2\omega$  (рис.1b) эффективная частота Раби кубита  $|\Delta_1(A)| = \Delta|J_1(A/\omega)| \approx$

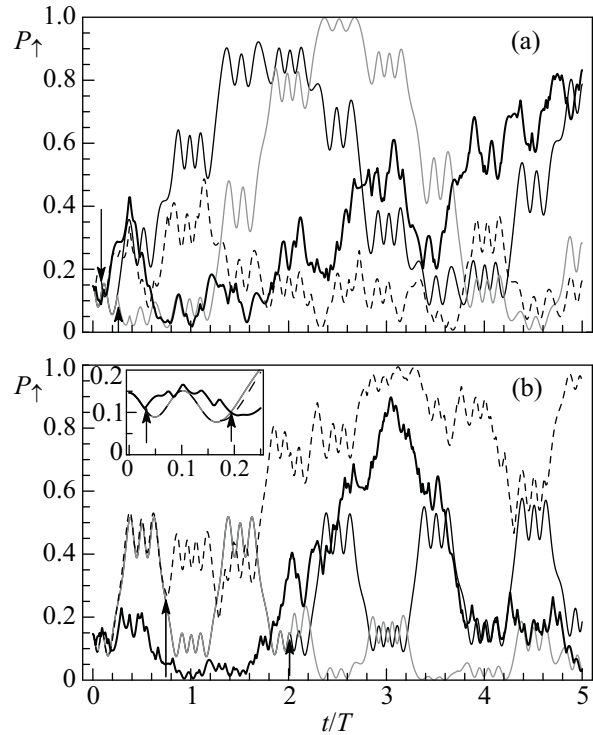


Рис.1. Зависимость населенности верхнего уровня от времени при скорости дефазировки  $\Gamma = 0$  (черная сплошная),  $\Gamma = 0.09\omega$  (серая),  $\Gamma = 0.81\omega$  (черная пунктир),  $\Gamma = 4\omega$  (жирная). Стрелками обозначен момент первой дефазировки, когда траектории расходятся. Параметры  $\Delta = \omega$ ,  $\varepsilon_0 = \omega$ ; (a)  $A = 8.5\omega$ , (b)  $A = 10.2\omega$ . На вставке – начальный участок траектории

$\approx 0$ , что соответствует эффекту КПТ, когда кубит не возбуждается сильным внешним полем в точном резонансе, тогда как при  $A = 8.5\omega$  частота Раби  $|\Delta_1(A)| \approx 0.27\omega$  (рис.1a).

При увеличении скоростей дефазировки  $\Gamma$  характер траекторий существенно меняется. Если на начальном участке траектории определяются диссипативной динамикой Вигнера–Вайскопфа, то после первого скачка они существенно различаются (стрелки на рис.1). При этом в зависимости от фазы поля динамика будет различной [21]. В условиях КПТ (рис.1b) видно, как даже слабая дефазировка существенно влияет на динамику кубита (черная и серая линии рис.1b), а при большей релаксации кубит может возбуждаться на верхний уровень, чего не происходит без релаксации за рассмотренное время. Кроме того, для  $\Gamma = 0.09\omega$  и  $\Gamma = 0.81\omega$  еще видны признаки осцилляций ЛЗ (пленение на неадиабатическом уровне на временах  $T/2$ ), а при  $\Gamma = 4\omega$  они отсутствуют.

Поведение населенностей в режиме многофотонного резонанса при большом ( $\varepsilon_0 \gg \omega$ ) постоянном поле представлено на рис.2 для  $\varepsilon_0 = 30\omega$ . Видно,

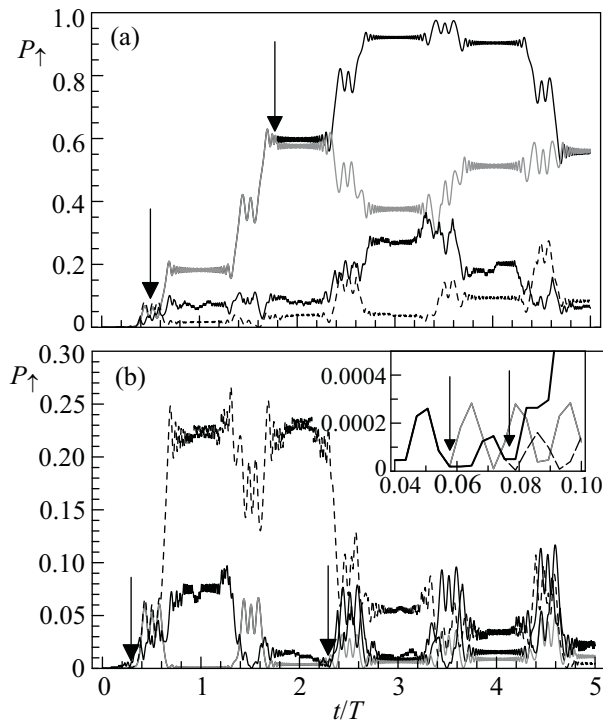


Рис.2. Зависимость населенности верхнего уровня от времени при скоростях дефазировки  $\Gamma = 0$  (черная сплошная линия),  $\Gamma = 0.09\omega$  (серая),  $\Gamma = 0.81\omega$  (пунктир),  $\Gamma = 4\omega$  (жирная сплошная). Стрелками обозначен момент первой дефазировки, когда траектории расходятся. Параметры  $\Delta = \omega$ ,  $\varepsilon_0 = 30\omega$ ; (a)  $A = 43.3\omega$ , (b)  $A = 45.5\omega$ . На вставке – начальный участок траектории

что пленение населенностей происходит на временах порядка  $T/2$  [21, 20]. При  $|\Delta_{30}(45.5)| \approx 0$  в присутствии шума наблюдается эффект КПТ (рис.2b) и Раби-динамика (рис.2a). Переходы ЛЗ хорошо локализованы во времени, так как выполняется неравенство  $A \gg \Delta$  [24, 20]. Как видно, элементы когерентной динамики, такие как осцилляции ЛЗ, эффект КПТ, осцилляции Раби, нарушаются при учете релаксации. Наши результаты показывают, что даже слабая дефазировка может существенно изменить динамику системы в отдельно взятом эксперименте, несмотря на сильное управляющее поле.

При обработке эксперимента по измерению параметров кубита требуется осуществить томографию состояния кубита, выполняя представительное число измерений, обычно повторяя их от сотен до десятков тысяч раз [13–17]. Этот процесс может быть напрямую смоделирован в рамках метода квантовых траекторий. С точки зрения эксперимента наиболее интересно проследить зависимость населенностей кубита от времени вблизи максимумов и минимумов

$\Delta_n(A)$  и переход к усредненной по ансамблю динамике системы, генерируя единичные траектории типа тех, что изображены на рис.1 и рис.2. Результаты таких вычислений представлены на рис.3 для

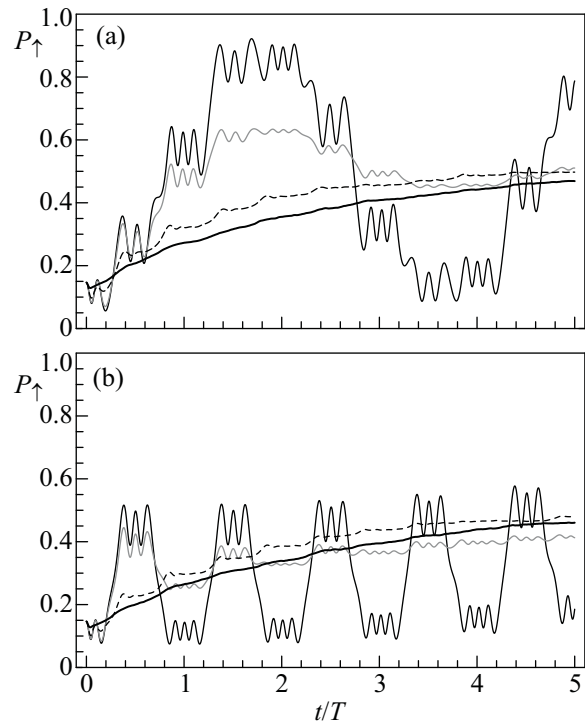


Рис.3. Зависимость населенности верхнего уровня от времени (усреднение по 3000 реализаций). Обозначения и параметры как на рис.1. В отличие от стохастической динамики на рис.1, наблюдается выход населенности на стационар

различных скоростей релаксации  $\Gamma$  (для тех же параметров, что и на рис.1). Без учета релаксации данные на рис.1 и рис.3 полностью совпадают (черные сплошные линии). Видно отличие релаксационной динамики в одной реализации – стохастическое случайное движение (рис.1) от усредненной динамики, когда наблюдается насыщение и выход населенности на стационарное значение [16]. Отметим, что в работах [24, 25] исследовано шумовое воздействие на усредненную динамику кубита при переходах ЛЗ более детально. Результаты численного моделирования для выбранных параметров качественно согласуются как с [24], так и с экспериментом [16] для параметров  $\Delta = 0.14\omega$ ,  $A \approx 30\omega$ ,  $\varepsilon_0 \approx 27\omega$  и  $\varepsilon_0 \approx 27.5\omega$ , где  $\omega = 90$  МГц и найденный методом АС уровень шума составил  $\Gamma = 0.13\omega - 0.2\omega$ .

Чтобы извлечь дополнительную информацию о влиянии процесса измерения и шума на состояние кубита, нами было изучено формирование интерфе-

ренционной картины в экспериментах по АС в зависимости от скорости дефазировки  $\Gamma$  и числа реализаций  $N$ . В соответствии с [16] было рассмотрено воздействие на кубит импульса ВЧ поля частоты  $\omega$ , постоянной амплитуды длительностью  $\tau = 10$  Тл в присутствии шума. По окончании импульса фиксировалась населенность на верхнем уровне  $P_{\uparrow}(A, \varepsilon_0)$ , причем анализировалась населенность, усредненная как по числу реализаций  $N = 3000$  в момент окончания действия накачки  $t^* = \tau$ , так и дополнительно усредненная по времени динамики  $\tau$ . Интерференционная картина для населенности  $P_{\uparrow}(A, \varepsilon_0)$  в первом случае, соответствующая способу измерения в эксперименте, представлена на рис.4 для различных значений  $\Gamma$  при  $\Delta = \omega$ . Когда скорость дефазировки достигает значения  $\Gamma \approx \omega/2\pi$ , многофотонные резонансы, определяемые условием  $\varepsilon_0 = n\omega$ , перекрываются и становятся неразличимы. Однако резонансы высоких порядков ( $\varepsilon_0 \gg \omega$ ) различимы на интерференционной картине, кроме того, хорошо заметны провалы в нулях  $\Delta_n(A/\omega)$  при сканировании по амплитуде поля  $A$ , в отличие от ситуации с малым  $\varepsilon_0$ , где уже при  $\Gamma = 0.25\omega$  наблюдается сильное перекрытие резонансов. Высокая контрастность интерференционной картины в области многофотонных резонансов может быть использована для диагностики состояний кубитов и измерения их характеристик. Из нашего рассмотрения видно отличие получаемых в эксперименте данных от случая с дополнительным усреднением по времени действия импульса, где наблюдается менее резкая, но и менее чувствительная к воздействию шума интерференционная картина.

Существенным преимуществом подхода, основанного на методе квантовых траекторий, является возможность осуществить мониторинг процесса измерения состояний кубита. На рис.5 приведена интерференционная картина после 10, 100 и 500 измерений. Видно, что уже после 100 реализаций метода картина видна достаточно хорошо, тогда как в экспериментах обычно проводят 3000–8000 измерений.

**5. Заключение.** Традиционные методики измерения спектров и населенностей атомов и молекул осуществляются на ансамблях тождественных объектов. Возможность оперирования с единичными квантовыми объектами требует развития нового подхода для интерпретации подобных экспериментов. Как было продемонстрировано в данной работе, метод квантовых траекторий адекватно описывает релаксационную динамику сверхпроводящего кубита в единичных реализациях и позволяет проследить его усредненную динамику. Приведены результаты анализа характерных режимов динамики кубита в

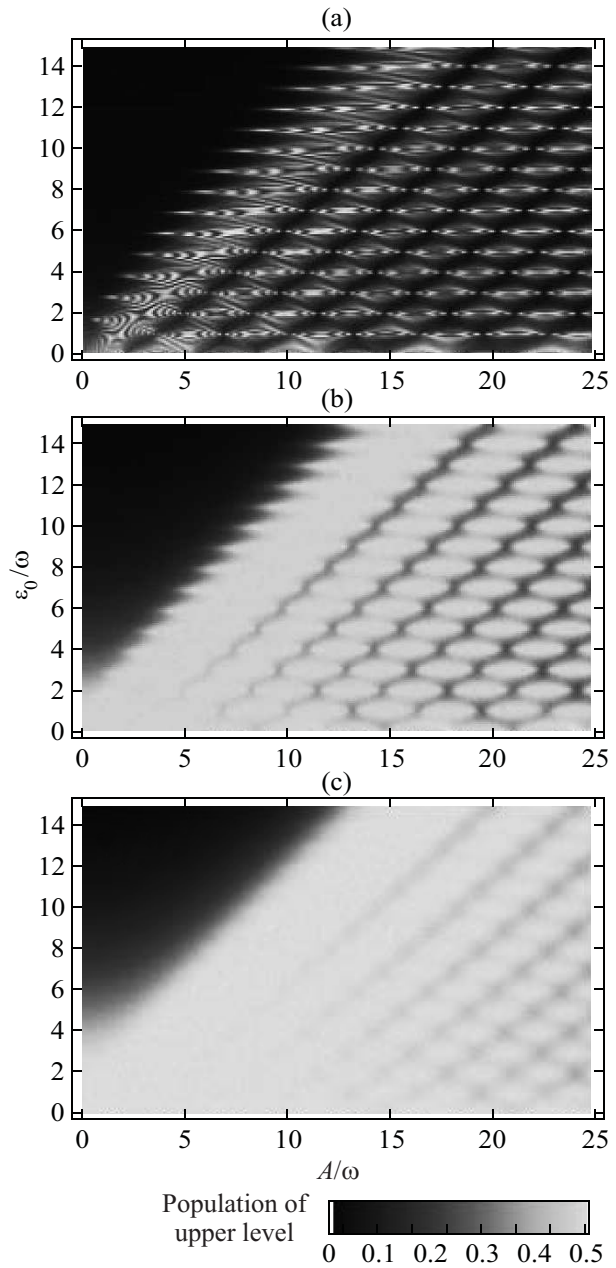


Рис.4. Населенность верхнего уровня по окончании действия возбуждающего поля в зависимости от параметров  $\varepsilon_0$  и  $A$  управляющего поля для  $\Delta = \omega$ ,  $N = 3000$ . Параметры шума: (а)  $\Gamma = 0.01\omega$ , (б)  $\Gamma = 0.09\omega$  и (с)  $\Gamma = 0.25\omega$

условиях шума, такие как эффект КПТ и переходы ЛЗ, как в одной реализации эксперимента, так и для усредненной по реализациям динамики в зависимости от величины скоростей релаксации. Демонстрировано, что даже слабый шум может существенно нарушить динамику единичной квантовой системы. Рассмотрено формирование интерференционной картины метода АС в зависимости от числа изме-

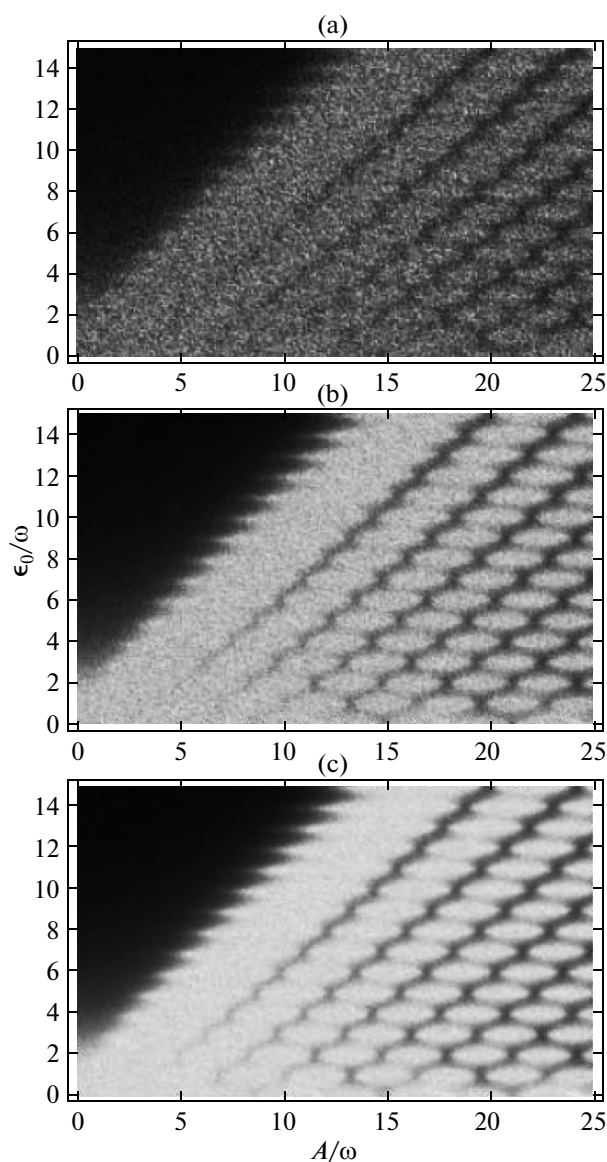


Рис.5. Населенность верхнего уровня по окончании действия возбуждающего поля в зависимости от параметров  $\epsilon_0$  и  $A$  управляющего поля для  $\Delta = \omega$ . Число реализаций (a)  $N = 10$ , (b)  $N = 100$ , (c)  $N = 500$

рений кубита и показана возможность контрастного формирования интерференционной картины уже при 100 реализациях, что может быть существенным при проведении реального эксперимента. При сильных полях  $A \gg \epsilon_0, \Delta$  и  $\epsilon_0 \gg \omega$  продемонстрирована устойчивость метода АС к дефазировке. Вывод о высокой контрастности интерференционной картины даже при сильных шумах позволяет рассматривать метод АС перспективным для измерения параметров кубита, которые сильно связаны с шумовым резервуаром. Метод позволил также из первых принципов промоделировать реальный процесс измерения

кубита, включая в рассмотрение флуктуацию фазы управляющего сигнала.

Авторы признательны В.А.Миронову за полезные замечания. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 09-0297059) и программы РНП.

1. M. B. Plenio and P. L. Knight, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 101 (1998).
2. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*, Springer, Berlin, 2000.
3. М. Нильсен, И. Чанг, *Квантовые вычисления и квантовая информация*, М.: Мир, 2006.
4. Yu. Makhlin, G. Schon, and A. Shnirman, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 357 (2001).
5. J. Q. You and F. Nori, *Phys. Today* **58**(11), 42 (2005).
6. G. Wendin and V. S. Shumeiko, in *Handbook of Theoretical and Computational Nanotechnology*, Eds. M. Rieth and W. Schommers, American Scientific, New York, Vol. 3, 2006.
7. C. H. van der Wal, A. C. J. ter Haar, F. K. Wilhelm et al., *Science* **290**, 773 (2000).
8. A. Izmailkov, M. Grajcar, E. Il'ichev et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 037003 (2004).
9. L. D. Landau, *Phys. Z. Sowjetunion* **2**, 46 (1932).
10. C. Zener, *Proc. R. Soc. A* **137**, 696 (1932).
11. E. C. G. Stückelberg, *Helv. Phys. Acta* **5**, 369 (1932).
12. S. Yoakum, L. Sirko, and P. M. Koch, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1919 (1992).
13. A. V. Shytov, D. A. Ivanov, and M. V. Feigel'man, *Eur. Phys. J. B* **36**, 263 (2003).
14. M. Sillanpää, T. Lehtinen, A. Paila et al., *Phys. Rev. Lett.* **96**, 187002 (2006).
15. W. D. Oliver, Y. Yu, J. C. Lee et al., *Science* **310**, 1653 (2005).
16. D. M. Berns, W. D. Oliver, S. O. Valenzuela et al., *Phys. Rev. Lett.* **97**, 150502 (2006).
17. D. M. Berns, M. S. Rudner, S. O. Valenzuela et al., *Nature* **455**, 51 (2008).
18. М. О. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, М.: Физматлит, 2003.
19. S. Ashhab, J. R. Johansson, A. M. Zagoskin, and F. Nori, *Phys. Rev. A* **75**, 063414 (2007).
20. G. S. Agarwal and W. Harshawardhan, *Phys. Rev. A* **50**, R4465 (1994).
21. M. B. Garraway and N. V. Vitanov, *Phys. Rev. A* **55**, 4418 (1997).
22. W. D. Oliver and S. O. Valenzuela, *Quant. Inf. Process.* **8**, 261 (2009).
23. J. You, Y. Liu, and F. Nori, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 047001 (2008).
24. K. Saito, M. Wubs, S. Kohler et al., *Phys. Rev. B* **75**, 214308 (2007).
25. V. L. Pokrovsky and D. Sun, *Phys. Rev. B* **76**, 024310 (2007).