## Деформационный фазовый переход в ванадии под давлением

Н. Г. Бондаренко, Ю. Х. Векилов, Э. И. Исаев, О. М. Красильников<sup>1)</sup>

Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС", 119049 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 мая 2010 г.

В рамках теории фазовых переходов Ландау и метода функционала плотности показано, что обнаруженное в ванадии при 69 ГПа структурное превращение ОЦК ⇒ ромбоэдрическая фаза является деформационным фазовым переходом первого рода, близким ко второму.

Термин "деформационный фазовый переход" был введен Хмельницким [1] для структурных превращений, обусловленных потерей устойчивости кристаллической решетки к однородным деформациям (в англоязычной научной литературе - elastic phase transitions [2]). В результате произойдет переход в спонтанно деформированное состояние, симметрия которого может оказаться ниже симметрии исходной фазы. Такие переходы при гидростатическом давлении могут наблюдаться при больших степенях сжатия, когда величина давления сравнима с упругими постоянными материала. В работах [1, 2] рассмотрены различные случаи потери устойчивости и показано, что критические явления при деформационных переходах сильно подавлены. Это позволяет использовать при рассмотрении таких структурных превращений теорию фазовых переходов Ландау [3], где параметром порядка служат компоненты тензора деформаций.

В недавних экспериментах по исследованию структуры ванадия под давлением [4] был обнаружен фазовый переход: объемно-центрированная кубическая (ОЦК)  $\Rightarrow$  ромбоэдрическая фаза при  $P = 69 \Gamma \Pi a$ , температура комнатная. Переход не сопровождался скачкообразным изменением объема и является, по мнению авторов [4], фазовым переходом второго рода. Его причину они связывают со смягчением упругой постоянной (УП)  $\tilde{C}_{44}$ , которое было обнаружено в [5]. Первопринципные расчеты показали [5], что при давлениях 120-180 ГПа эта УП обращается в нуль. Возможность появления ромбоэдрической фазы в ванадии под давлением подтверждена в работах [6-9] расчетами в рамках теории функционала плотности. Расчеты энтальпии показали [6], что в ванадии при  $P \approx 84\,\Gamma\Pi$ а стабильной становится ромбоэдрическая структура. При этом имеются две фазы, отличающиеся знаком ромбоэдрической деформации. В области давлений  $P > 280 \, \Gamma \Pi a \, O \amalg K$ решетка ванадия снова становится энергетически

УП второго порядка ванадия были рассчитаны в [8] в интервале давлений 0-400 ГПа и показано, что ОЦК решетка становится механически неустойчивой при P = 80 ГПа вследствие обращения в нуль постоянной  $\tilde{C}_{44}$ . В работе [9] определены равновесные объемы и УП второго порядка для всех отмеченных выше фаз ванадия. Показано, что изменение объема, связанное с переходами между фазами, невелико (не превышает 0.15%). Сдвиговые УП при переходе из одной структуры в другую обнаруживают небольшую прерывистость, как при фазовом переходе первого рода. Найденные в этих работах УП второго порядка  $\tilde{C}_{\alpha\beta}$  (обозначения Фойгта) представляют собой постоянные Бирча [10].

В напряженном кристалле различают три вида УП [10], которые при P = 0 равны между собой: коэффициенты разложения свободной или внутренней энергии по компонентам тензора конечных деформаций Лагранжа  $C_{ijkl}$  (УП Браггера), коэффициенты пропорциональности в законе Гука  $\tilde{C}_{ijkl}$  (УП Бирча) и коэффициенты распространения звука  $A_{ijkl}$ . Для кубического кристалла при гидростатическом давлении соотношения между этими величинами имеют вид [10]  $\tilde{C}_{11} = C_{11} - P$ ,  $\tilde{C}_{12} = C_{12} + P$ ,  $\tilde{C}_{44} = C_{44} - P$ и  $A_{ijkl} = C_{ijkl} - \delta_{jl}\delta_{ik}$ , где  $\delta_{ik}$  – символ Кронекера.

В настоящей работе в рамках теории фазовых переходов Ландау рассмотрен деформационный фазовый переход ОЦК  $\Rightarrow$  ромбоэдрическая фаза. Необходимые для проведения анализа браггеровские УП второго и третьего порядков ванадия рассчитаны методом функционала плотности в широком интервале

выгодной. Расчеты электронной структуры и динамики решетки последовательности фаз (ОЦК, две ромбоэдрические фазы, снова ОЦК) обнаружили [7], что ОЦК решетка ванадия становится нестабильной при  $P = 62 \Gamma \Pi a$ . Стабильной оказывается фаза с ромбоэдрическим углом  $\alpha = 110.5^{\circ}$  (для ОЦК решетки этот угол составляет 109.47°). При давлении P = 130ГПа стабильной становится ромбоэдрическая фаза с углом  $\alpha = 108.2^{\circ}$ . И, наконец, при  $P = 250 \Gamma \Pi a$  ОЦК структура снова оказывается стабильной.

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: omkras@mail.ru

давлений (до 800 ГПа). Определены области механической устойчивости ОЦК решетки ванадия под давлением.

Разложение свободной энергии, приходящейся на единицу объема недеформированного кристалла, при заданном давлении и температуре в ряд по компонентам лагранжева тензора конечных деформаций имеет вид [10]

$$\frac{F(\eta)}{V_0} = \frac{F(0)}{V_0} + \sigma_{ij}\eta_{ij} + \frac{1}{2}C_{ijkl}\eta_{ij}\eta_{kl} + \frac{1}{6}C_{ijklmn}\eta_{ij}\eta_{kl}\eta_{mn} + \frac{1}{24}C_{ijklmnpq}\eta_{ij}\eta_{kl}\eta_{mn}\eta_{pq} + \dots$$
(1)

Здесь

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial F}{\partial \eta_{ij}} \right)_0$$

- тензор напряжений,

$$\begin{split} C_{ijkl} &= \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial \eta_{ij} \partial \eta_{kl}} \right)_0, \\ C_{ijklmn} &= \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial^3 F}{\partial \eta_{ij} \partial \eta_{kl} \partial \eta_{mn}} \right)_0, \\ C_{ijklmnpq} &= \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial^4 F}{\partial \eta_{ij} \partial \eta_{kl} \partial \eta_{mn} \partial \eta_{pq}} \right)_0 \end{split}$$

- изотермические браггеровские УП 2, 3 и 4 порядков.

Термодинамическим потенциалом при заданной температуре и напряженном состоянии, описываемом тензором  $\sigma_{ij}$ , является потенциал Гиббса G. В случае конечных деформаций дифференциал работы, произведенной напряжением, отнесенный к единице первоначального объема, равен произведению  $t_{ij}d\eta_{ij}$  [11], где  $t_{ij}$  – термодинамические напряжения, зависящие от  $\sigma_{kl}$  и  $\eta_{ij}$  [11]. Поэтому в выражении для потенциала Гиббса (см. [12]) слагаемое  $\sigma_{ij}u_{ij}$  ( $u_{ij}$  – бесконечно малые деформации) следует заменить на  $\int_{0}^{\eta} t_{ij} d\eta_{ij}$ . Тогда изменение G вследствие деформации <sup>0</sup>меет вид

$$\frac{\Delta G(\sigma,\eta,T)}{V_0} = \frac{\Delta F(\sigma,\eta,T)}{V_0} - \int_0^\eta t_{ij} \, d\eta_{ij}.$$
(2)

Аналогичный результат получен в [13].

Разложим  $\Delta G(\sigma, \eta, T)$  по компонентам лагранжева тензора конечных деформаций вблизи равновесного состояния, отвечающего  $\eta_{ij} = 0$ . При заданных  $\sigma_{ij}$  и T состояние равновесия будет устойчивым, если

Письма в ЖЭТФ том 91 вып. 11-12 2010

линейный член разложения равен нулю, а квадратичная форма будет положительно определенной. В результате для кубического кристалла при гидростатическом давлении *P* получаем условия механической устойчивости относительно однородных деформаций

$$C_{11} + 2C_{12} + P > 0, (3)$$

$$C_{11} - C_{12} - 2P > 0, (4)$$

$$C_{44} - P > 0. (5)$$

Соотношения (3) – (5) совпадают с условиями устойчивости кубического кристалла, полученными ранее в [13, 14]. При изменении давления и температуры эти условия могут нарушаться, вследствие чего произойдет переход в спонтанно деформированное состояние, устойчивость которого обеспечивается ангармоническими членами разложения (3, 4-го и т.д. порядков). Структурное превращение в ванадии (ОЦК  $\Rightarrow \Rightarrow$ ромбоэдрическая фаза) определяется деформацией  $\eta_{12} = \eta_{13} = \eta_{23} = \eta/2$ . В этом случае разложение термодинамического потенциала (2) имеет вид

$$\frac{\Delta G(P,\eta,T)}{V_0} = \frac{3}{2}(C_{44} - P)\eta^2 + (C_{456} + P)\eta^3 + \frac{1}{8}(C_{4444} + 6C_{4455} - 9P)\eta^4 + \cdots,$$
(6)

где  $C_{\alpha\beta..}$  — упругие постоянные соответствующего порядка в обозначениях Фойгта. При нарушении условия (5) величина деформации  $\eta$ , соответствующая равновесной новой фазе, определяется из условия минимума потенциала. Наличие слагаемого третьей степени в разложении (6) указывает на то, что такой переход, вообще говоря, должен быть переходом первого рода. Однако если в области перехода величина этого слагаемого окажется малой, то рассматриваемое структурное превращение будет близко к переходу второго рода.

Давление и УП второго и третьего порядков ванадия при T = 0 К определялись в соответствии с (1) как первая, вторая и третья производные от энергии по  $\eta$ . Для расчета полной энергии ОЦК ванадия при различных значениях атомного объема и деформации  $\eta$  использовался метод функционала плотности [15– 18]. На рисунке представлены результаты расчета квадратичного и слагаемого третьей степени в разложении (6). Видно, что величина  $C_{44} - P$  проходит через нуль при P = 60 - 70 ГПа. Следовательно, в этом интервале давлений ОЦК структура (решетка Браве  $\Gamma_c^{\nu}$ ) ванадия становится неустойчивой по отношению к сдвиговой деформации  $\eta_{12} = \eta_{13} = \eta_{23}$ и, как следует из теоретико-группового анализа симметрии решеток Браве [19], может перейти в ромбо-



Ванадий. Зависимость от давления: (a)  $C_{44} - P$ , (b)  $C_{456} + P$ 

эдрическую фазу (решетка Браве Г<sub>rh</sub>). Объем элементарной ячейки при таком переходе изменяется лишь во втором порядке по  $\eta$ , так как  $\Delta V/V_0$  =  $\mu=-2(\eta_{12}^2+\eta_{13}^2+\eta_{23}^2)+8\eta_{12}\eta_{13}\eta_{23}.$  Согласно экспериментальным данным [4], параметр перехода  $\eta \sim 10^{-3}$ во всей области существования ромбоэдрической фазы, поэтому изменение объема, обусловленное перестройкой решетки,  $\Delta V/V_0 \leq 10^{-5}$ . При давлении перехода (см. рисунок (b)) кубический член разложения (6) сравнительно мал. Таким образом, рассматриваемый структурный переход должен быть близок к переходу второго рода. Следует отметить, что при давлениях выше  $P pprox 160\,\Gamma\Pi$ а величина  $C_{44}-P$  снова становится положительной, что качественно согласуется с результатами работ [7, 8]: ОЦК решетка ванадия опять оказывается устойчивой.

Проверка условия (4) показывает, что ОЦК структура ванадия устойчива к сдвиговым деформациям, связанным с УП  $(C_{11} - C_{12})/2$ , до давлений  $\approx 1000 \Gamma \Pi a$ . Условие устойчивости (3) выполняется во всем рассмотренном интервале давлений.

Таким образом, в рамках теории деформационных фазовых переходов рассмотрено структурное превращение  ${\rm Im}\bar{3}m \Rightarrow R\bar{3}m$  в ванадии при гидроста-

тическом давлении. Получены условия потери устойчивости кубического кристалла под давлением к однородным сдвиговым деформациям. Найдены слагаемые 2, 3 и 4 степеней в разложении потенциала Гиббса в ряд по компонентам тензора конечных деформаций Лагранжа. Эти слагаемые выражаются через браггеровские упругие постоянные соответствующего порядка и давление. Методом функционала плотности определены упругие постоянные Браггера второго и третьего порядков ванадия в интервале 0 – 800 ГПа. Определены области устойчивости ОЦК решетки ванадия под давлением к однородным деформациям. Показано, что фазовый переход, наблюдаемый в ванадии при  $P \approx 69 \, \Gamma \Pi a$ , является деформационным переходом первого рода, близким ко второму. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментом. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты #10-02-00156-а, #10-02-00194-а).

- 1. Д. Е. Хмельницкий, ФТТ 16, 3188 (1974).
- 2. R. A. Cowley, Phys. Rev. B 13, 4877 (1976).
- 3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Статистическая физика, ч.1, М.: Наука, 1976.
- Y. Ding, R. Ahuja, J. Shu et al., Phys. Rev. Lett. 98, 085502 (2007).
- A. Landa, J. Klepeis, P. Soderlind et al., J. Phys. Chem. Solids 67, 2056 (2006); J. Phys.: Condens. Matter 18, 5079 (2006).
- B. Lee, R. E. Rudd, J. E. Klepeis et al., Phys.Rev. B 75, 180101 (R) (2007).
- W. Luo, R. Ahuja, Y. Ding et al., PNAS 104, 16428 (2007).
- L. Koci, Y. Ma, A. Oganov et al., Phys. Rev. B 77, 214101 (2008).
- B. Lee, R. E. Rudd, J. E. Klepeis et al., Phys. Rev. B 77, 134105 (2008).
- 10. D. C. Wallace, Solid State Phys. 25, 301 (1970).
- R. N. Thurston, in *Physical Acoustics Principles and Methods*, Eds. W. P. Mason and R. N. Thurston, vol.1A, p.1, Academic, N.Y, 1964.
- 12. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория упругости*, М.: Наука, 1965.
- J. Wang, S. Yip, S. R. Phillpot et al., Phys. Rev. Lett. 71, 4182, (1993); Phys. Rev. B 52, 12627 (1995).
- G. V. Sin'ko and N. A. Smirnov, J. Phys.: Condens. Matter 14, 6989 (2002).
- 15. G. Kresse and J. Hafner, Phys. Rev. B 47, 558 (1993).
- 16. G. Kresse, D. Joubert, Phys. Rev. B 59, 1758 (1999).
- J. P. Perdew, K. Burke, and M. Ernzerhof, Phys. Rev. Lett. 77, 3865(1996); 78, 1396 (1997).
- H. J. Monkhorst and J. D. Pack, Phys. Rev. B 13, 5188 (1976).
- 19. Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках, М.: Наука, 1972.