Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 9, стр. 484 – 488 *10 мая 1990 г.*

САМОСОГЛАСОВАННАЯ ПЕРЕНОРМИРОВКА ЧЛЕНА ЧЕРНА–САЙМОНСА И КОРРЕЛЯЦИИ В СИСТЕМЕ АНИОНОВ

Я.И.Коган, Д.В.Хвещенко

Показано, что в самосогласованном приближении эффект среды сводится к уменьшению коэффициента Черна–Саймонса вдвое, а не к его занулению. Обсуждаются разные свойства анионной жидкости, в частности двухступенчатая трансмутация статистики.

1. Недавно [1, 2] был предложен новый механизм сверхпроводимости в системе анионов – двумерных частиц с дробной статистикой [3], связанный с появлением безмассового полюса в ток-токовом корреляторе. Используя теоретико-полевую реализацию анионов как обычных фермионов взаимодействующих с калибровочным полем с действием Черна–Саймонса (CS), в [4] было показано, что безмассовый полюс возникает тогда и только тогда, когда перенормированное действие Черна–Саймонса исчезает, т. е. индуцированное средой действие полностью сокращает затравочное. Безмассовый полюс отвечает "оживающему" безмассовому CS фотону, который при ненулевом коэффициенте перед действием Черна–Саймонса приобретает массу [5]. В работах [6, 7] было показано, что при ненулевой температуре T полного сокращения не происходит, но при $T = 0$ зануление перенормированного действия Черна–Саймонса происходит во всех порядках теории возмущений по константе связи. В этой работе мы хотим доказать, что на самом деле полного сокращения не происходит и при правильном вычислении перенормированного действия в самосогласованном приближении возникает универсальный конечный коэффициент в два раза меньше затравочного (см. ниже (10)).

2. Система анионов с ненулевой плотностью описывается при $T = 0$ континуальным интегралом по фермионному и калибровочному полям

$$Z = \int D\psi\, D\bar{\psi}\, DA_\mu \exp(iS)$$

с действием

$$S = \int d^3x\, [\bar\psi\,(i\not{D} - m)\,\psi - \mu\bar\psi\gamma_0\psi + \frac{k}{16\pi}\,\epsilon_{\mu\nu\lambda}\,F_{\mu\nu}A_\lambda - \frac{1}{4\gamma}\,F^2_{\mu\nu}\,], \tag{1}$$

где μ – хим. потенциал, определяющийся плотностью анионов ρ, m – масса фермиона (аниона). В (1) введен член $\sim F^2_{\mu\nu}$ возникающий вследствие квантовых поправок в среде. Собственно анионы, т. е. свободные частицы с дробной статистикой отвечают пределу $\gamma \to \infty$, однако из-за конечной плотности $\gamma_R^{-1} \neq 0$ (даже в нерелятивистском приближении). Из классического действия (1) следуют уравнения движения

$$\frac{1}{\gamma}\,\partial_\mu F_{\mu\nu} + \frac{k}{8\pi}\,\epsilon_{\nu\lambda\rho}\,F_{\lambda\rho} = \bar\psi\gamma_\mu\psi \tag{2}$$

нулевая компонента которых есть условие связи накладываемое на квантовые состояния:

$$\frac{1}{\gamma}\,\partial_i\hat F_{i0}(x) + \frac{k}{8\pi}\,\epsilon_{ij}\,\hat F_{ij}(x) = \psi^+(x)\,\psi(x). \tag{3}$$

Усреднив операторное равенство по пространству легко получить соотношение между средней плотностью $\hat\rho = \frac{1}{S}\int d^2x\,\psi^+(x)\psi(x)$ и магнитным полем $\hat B = \frac{1}{2S}\int d^2x\,\epsilon_{ij}\hat F_{ij}(x)$ (или умножив на S между оператором полного числа частиц $\hat N$ и оператором полного потока $\hat\Phi$)

$$\hat B = \frac{4\pi}{k}\,\hat\rho\,. \tag{4}$$

В приближении среднего поля, используемого в [1, 2, 6, 7] необходимо усреднить (4) по состоянию системы, иначе говоря необходимо рассматривать соотношение между перенормированными матричными элементами, при этом коэффициент k необходимо заменить эффективным (перенормированным) коэффициентом k_R. То что такая перенормировка нетривиальна следует из вида уравнения (2), в правой части которого стоит сохраняющийся, а, значит, и ренорминвариантный ток, а $F_{\mu\nu}$ в левой части перенормируется и эта перенормировка определяется поляризационным оператором фотона, т. е. перенормировкой пропагатора. В самом деле, уравнение (2), а тем самым и (4), следует из соотношения между полем и током $A_\mu(p) = G_{\mu\nu}(p)J_\nu(p)$, где пропагатор (после перенормировки)

$$G_{\mu\nu}(p) = \frac{\gamma_R\,g^\perp_{\mu\nu}}{p^2 - M^2} + i\,\frac{M\gamma_R\,\epsilon_{\mu\nu\lambda}\,p_\lambda}{p^2(p^2 - M^2)} + \xi\,\frac{p_\mu p_\nu}{p^4} \tag{5}$$

и $M = \gamma_R k_R/4\pi$ – ренормированная масса фотона. Перенормировки γ и k определяются симметричной и антисимметричной частями поляризационного оператора

$$\Pi_{\mu\nu}(p) = (p^2 g_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu)\,\Pi_{even}(p^2) + i\epsilon_{\mu\nu\lambda}p_\lambda\,\Pi_{odd}(p^2)$$

по следующим формулам:

$$k_R = k + \Pi_{odd}(0)$$
$$\frac{1}{\gamma_R} = \frac{1}{\gamma} + \Pi_{even}(0) \tag{6}$$

причем в силу теоремы Коулмена–Хилла [8] $\Pi_{odd}(0)$ определяется только однопетлевыми диаграммами (в [6] эта теорема была обобщена на случай конечных плотностей). Из (6) следует связь между средними по состоянию $B = \langle \hat{B} \rangle$ и $\rho = \langle \hat{\rho} \rangle$

$$B = \frac{4\pi}{k + \Pi_{odd}(0)} \rho . \qquad (7)$$

С другой стороны сама локальная плотность $\rho(x) = \langle \bar{\psi}(x) \gamma_0 \psi(x) \rangle = \mathrm{Tr}\gamma_0 G(x, x)$ определяется внешним магнитным полем B вследствие явной зависимости от него фермионной функции Грина $G(x, y) = \sum_k \psi_k^*(x) \psi_k(y)/E_k$, где E_k и $\psi_k(x)$ – собственные значения энергии и волновые функции стационарных состояний во внешнем магнитном поле B (уровни Ландау). На рис. 1 изображена диаграмма для плотности, где головастики отвечают вершинам взаимодействия с внешним полем, самосогласованно зависящим от плотности согласно формуле (7). Усредняя по пространству и варьируя по плотности легко получить тождество (см. рис. 2)

$$\delta\rho = - \frac{\Pi_{odd}(0)}{k + \Pi_{odd}(0)} \delta\rho \qquad (8)$$

аналогичное тождеству $\delta\rho/\delta B = -1/4 \cdot \Pi_{odd}(0)$, полученному в [6]. Отсюда следует, что

$$k_R = k + \Pi_{odd}(0) = - \Pi_{odd}(0) . \qquad (9)$$

Легко понять (9) из следующих соображений: из (7) следует, что имеется $2\pi\rho/B = k_R/2$ заполненных уровней Ландау, каждый из которых вносит в холловскую проводимость $\sigma_{xy} = \Pi_{odd}(0)/4\pi$ вклад равный $-1/2\pi$ [9, 10], т. е. $\sigma_{xy} = -k_R/4\pi$, что приводит к (9). Таким образом получается основной результат данной работы

$$k_R = \frac{1}{2} k \qquad (10)$$

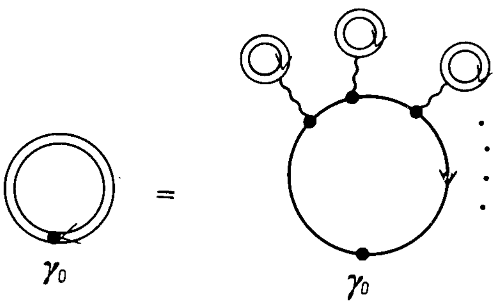

Рис.1

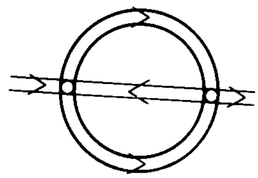

Рис.3

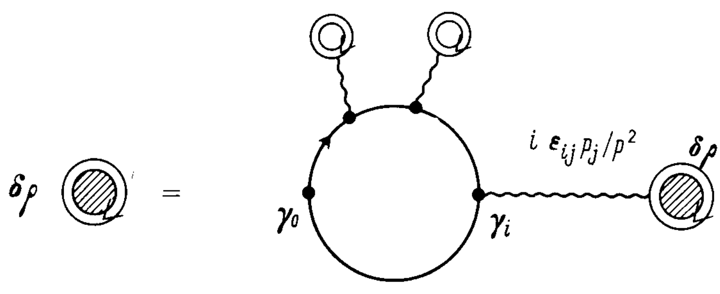

Рис.2

3. В этом выводе предполагалось, что имеется невырожденное основное состояние, что заведомо верно в случае полностью заполненных уровней Ландау, имеющее место при $k = 4N$. При других k возникает формально вырожденная ситуация с частично заполненным верхним уровнем, вырождение снимается, как и в случае дробного квантового эффекта Холла [9, 11], при учете контактных четырехфермионных взаимодействий. В данном случае они возникают из-за обмена массивным фотоном, масса которого $M = k_R \gamma_R$ конечна из-за (6) даже в пределе $\gamma \to \infty$. С точки зрения одночастичного спектра это взаимодействие приводит к уширению уровня Ландау, не меняя полной плотности. Масштаб уширения определяется мнимой частью оператора Σ – собственной энергии фермиона (главный порядок – рис.3) и равен по порядку величины $\Gamma \sim \rho^3 / kmM^4$.

Интересной представляется возможность исчезновения контактного взаимодействия, при этом возникают вырожденные состояния и может возникнуть голдстоуновская мода – анионная жидкость становится сжимаемой! Такое "зануление" контактного взаимодействия может происходить при определенном соотношении между массами фермиона m и фотона M, когда $m = M$, точнее когда $2\mu M = 1$, μ – здесь магнитный момент фермиона. Как показано в [12] эта точка разделяет область отталкивания при $2\mu M < 1$ от области притяжения двух фермионов при $2\mu M > 1$. В последнем случае возникает нестабильность системы. Возможно, что переходная область "нуль-короткодействия" приводит к появлению безмассовых возбуждений и безусловно требует дальнейшего внимательного изучения. Также представляют интерес случаи, когда возникает вырождение между конечным числом состояний, при этом голдстоуновской моды не возникает, но возможны поправки к закону (10) порядка $o(k)$.

4. В заключение обсудим следствия перенормировки (10). Рассмотрим процесс перестановки двух фермионов на расстоянии r. Фазовый фактор возникающий при этом есть $\exp(\pi i - 2\pi i c(r))$, где

$$c(r) = \frac{1}{k(r)} (1 - M(r) r k_1 (rM(r))), \tag{11}$$

здесь $M(r)$ и $k(r)$ – значения массы и коэффициента k на характерном масштабе r. При этом $k(0) = k$, $k(\infty) = k/2$ и переход происходит на масштабах порядка $\rho^{-1/2}$. Характерный масштаб на котором второй член в скобках в (11) становится малым есть M^{-1} и он всегда меньше первого. Это приводит к двухступенчатой трансмутации статистики, а именно: c меняется от 0 до $1/k$ на масштабе M^{-1}, затем от $1/k$ до $2/k$ в инфракрасной области. При этом в случае "семионов" [13], для которых $k = 4$ фазовый фактор есть $\exp(\pi i - 2\pi i \cdot \frac{2}{4}) = 1$ и статистика оказывается бозевской. В случае образования БКШ конденсата в этом случае эффективная теория будет P–четной, так как значение $c = 1/2$ как раз отвечает точкам восстановления P-четности. Заметим, что подобной второй трансмутации не будет в случае двухзарядной анионной жидкости, рассматриваемой в [14], так как в этом случае среднее поле отсутствует и перенормировки (10) просто нет. В заключение отметим, что наличие такой перенормировки в однозарядной жидкости приводит к появлению двух масштабов M^{-1} и $\rho^{-1/2}$ и интересной интерпретации эффективного действия в инфракрасной области как топологически массивной теории со спонтанным нарушением симметрии (механизм Хиггса), при этом анионы описываются вихревыми решениями в этой фазе (анион как солитон). Эта картина будет изложена в отдельной публикации авторов.

Литература

1. *Fetter A., et al.* Phys. Rev. B, 1989, **39**, 9679.
2. *Chen Yi–H. et al.* IJMP, B, 1989, **4**, 961.
3. *Leinaas J., Myrheim J.* Nuovo Cimento b, 1977, **37**, 1; *Goldin G.A. et al.* J. Math. Phys., 1981, **22**, 1664; *Wilczek F.* Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 1144; 1982, **49**, 957.
4. *Banks T., Lukken J.* Santa-Cruz, preprint SCIPP 89/12.
5. *Siegel W.* Nucl. Phys. B, 1979, **156**, 135; *Schonfeld J.* Nucl. Phys. B, 1987, **185**, 157; *Deser S. et al.* Phys. Rev. Lett., 1983, **48**, 975.
6. *Lukken J. et al.* Preprint UCLA/89/TEP/52.
7. *Randjbar–Daemi S. et al.* Preprint IC/89/283.

8. *Coleman S., Hill B.* Phys. Lett. B, 1985, **159**, 184.
9. "The Quantum Hall Effect", Springer, 1984.
10. *Khveshchenko D.V., Wiegmann P.B.* Mod. Phys. Lett. B, 1989, **3**, 1383.
11. *Laughlin R.B.* Phys. Rev. Lett., 1983, **50**, 1395.
12. *Kogan Ya.I.* JETP. Lett., 1989, **49**, 225.
13. *Laughlin R.* Phys. Rev. Lett., 1988, **60**, 267.
14. *Kogan Ya.I., Khveshchenko D.V.* JETP. Lett., 1989, **50**, 137.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Институт теоретической и
экспериментальной физики

Поступила в редакцию
4 апреля 1990 г.
