Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 9, стр. 488 – 490 *10 мая 1990 г.*

СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ В СИСТЕМАХ С ФЕРМИОННЫМ КОНДЕНСАТОМ

В.А.Ходель, В.Р.Шагинян

Рассмотрены свойства ферми-систем за точкой фазового перехода, в которой групповая скорость квазичастиц меняет знак на поверхности Ферми. Найдено, что в новой фазе возникает фермиевский конденсат: энергии квазичастиц $\epsilon(\mathbf{p})$ с импульсами $p_{1c} < p < p_{2c}$ $(p_{1c} < p_F,\ p_{2c} > p_F)$ оказываются одинаковыми и равными химическому потенциалу μ. Показано, что если в этой фазе возможно куперовское спаривание, то щель Δ является линейной функцией спаривательной константы λ.

Теория ферми-жидкости [1] основана на представлении о ней как о газе взаимодействующих квазичастиц, число которых согласно теореме Ландау – Лютингера равно числу частиц. В этой теории энергия E системы является функционалом от функции $n(\mathbf{p})$ распределения квазичастиц и при любом изменении $n(\mathbf{p})$, сохраняющем число частиц

$$\delta E = \int(\epsilon(\mathbf{p}, n(\mathbf{p})) - \mu)\delta n(\mathbf{p}) \frac{d^3p}{(2\pi)^3} V . \qquad (1)$$

Здесь $\epsilon(\mathbf{p}, n(\mathbf{p}))$ – энергия отдельной квазичастицы, μ – химический потенциал системы.

Благодаря совпадению классификационных уровней жидкости и газа распределение $n(\mathbf{p})$ для основного состояния системы при температуре $T = 0$ оказывается фермиевской "ступенькой" $n = n_F(\mathbf{p}) = \theta(p - p_F)$ (p_F – импульс Ферми, плотность $\rho = p_F^3/3\pi^2$), при этом $\mu = \epsilon(p_F, n_F)$.

Три главные особенности отличают ландаускую ферми-жидкость: 1) скачок в точке $p = p_F$ в распределении частиц среды по импульсам [2], 2) линейный ход с температурой T теплоемкости $C(T)$ при $T \to 0$ [3], 3) логарифмическое поведение у поверхности Ферми амплитуды рассеяния квазичастиц с суммарным импульсом, равным 0 [4]. Из-за этого в системах со слабым притяжением величина щели в спектре одночастичных возбуждений, порождаемой куперовским спариванием частиц среды, экспоненциально мала.

Нетрудно показать, что необходимым условием справедливости теории ферми-жидкости [1] является неотрицательность групповой скорости квазичастиц v_g на поверхности Ферми:

$v_g(p_F) = (d\epsilon/dp)_{p=p_F}$, вычисленной для заполнения $n_F(\mathbf{p})$. Действительно, благодаря принципу Паули в (1) допустимы лишь те вариации $n_F(\mathbf{p})$, знак которых совпадает со знаком разности $(p - p_F)$. Покуда $v_g(p_F) > 0$ знаки $(p - p_F)$ и $(\epsilon(\mathbf{p}) - \mu)$ одинаковы, ибо $\mu = \epsilon(p_F)$, а тогда подинтегральное выражение (1) положительно для всех вариаций $n_F(\mathbf{p})$. Когда же $v_g(p_F) < 0$, существуют вариации $\delta n_F(p)$ для которых $\delta E < 0$, и тогда фермиевское заполнение неминуемо должно перестроиться. Отметим, что этот переход не имеет ничего общего с переходом, обязанным нарушению условия устойчивости Померанчука для эффективной массы M^* [4], ибо последний происходит тогда, когда $M^* \to 0$, т.е. фермионы "легчают" в окрестности точки перехода, а рассматриваемый, наоборот, когда $M^* \to \infty$, т. е. фермионы "тяжелеют".

Что происходит с системой "тяжелых" фермионов за точкой фазового перехода? Функция распределения квазичастиц $n(\mathbf{p})$ приобретает теперь свободу. Поэтому минимум энергии достигается на новом заполнении $n_0(\mathbf{p})$, которое в некотором интервале импульсов $p_{1c} < p < p_{2c} (p_{1c} < p_F;\ p_{2c} > p_F)$ определяется уравнением

$$\frac{\delta E_0(n(\mathbf{p}))}{\delta n(\mathbf{p})} \equiv \mu \tag{2}$$

Вне его $n_0(\mathbf{p})$ совпадает с $n_F(p)$.

Поскольку энергия квазичастицы $\epsilon_q(\mathbf{p}, n_0(\mathbf{p})) = E_0(N+1, \mathbf{p}) - E_0(N)$ и здесь совпадает с $\epsilon(\mathbf{p}, n_0(\mathbf{p})) = \delta E_0 / \delta n(\mathbf{p})$, то в новом основном состоянии часть квазичастиц будет иметь одну и ту же энергию $\epsilon(\mathbf{p}) = \mu (p_{1c} < p < p_{2c})$. По аналогии с бозе-жидкостью такие системы можно назвать системами с фермионным конденсатом. Проблема микроскопического их описания требует отдельного рассмотрения, и, как показывает анализ, свойства систем с фермионным конденсатом кардинально отличаются от обычных. Это можно увидеть и на простых моделях с феноменологическими эффективными функционалами $E_0(n(\mathbf{p}))$, например, таким

$$E_0(n(\mathbf{p})) = 2\int \frac{p^2}{2M} n(\mathbf{p}) \frac{d^3p}{(2\pi)^3} + g\iint n(\mathbf{p})\, n(\mathbf{p}')\, U(\mathbf{p} - \mathbf{p}') \frac{d^3p\, d^3p'}{(2\pi)^6} \tag{3}$$

со стандартным условием нормировки $n_0(\mathbf{p})$ на плотность ρ. Если импульс $\mathbf{p}$ интерпретировать как координату обычного пространства, а $n_e = \frac{2n_0(\mathbf{p})}{(2\pi)^3}$ как плотность частиц в нем, то задача сведется к нахождению оптимального распределения заданного числа взаимодействующих с помощью парного потенциала U частиц, находящихся в упругом внешнем поле при дополнительном требовании, чтобы плотность n_e нигде не превышала критической $n_c = 1/4\pi^3$. Если $U(q) = g/q$, то взаимодействие будет "кулоновским", а решение особенно простым. Единственный безразмерный параметр задачи: $\xi = gM/6\pi^2$. Пока он мал, доминируют "упругие силы", реализуя фермиевскую ступеньку $n_F(\mathbf{p})$. Точка перехода отвечает значению $\xi_c = 1$, где эффективная масса M^* обращается в бесконечность. При $\xi > 1$, $p_{1c} = 0$, $p_{2c} = p_0$, а

$$n_0(p) = \theta(p - p_0)/\xi \qquad (p_0 = p_F \xi^{1/3}), \tag{4}$$

а энергия квазичастиц

$$\epsilon(p) = \begin{cases} \mu & p < p_0 \\ (p^2/2 + p_0^3/p)/M & p > p_0 \end{cases} \tag{5}$$

$$\mu = \frac{3p_F^2}{M}\,\xi^{2/3}.$$

В этой модели: 1) сразу за точкой перехода $\xi_c = 1$ в конденсате оказываются все частицы одновременно 2) скачок в заполнении $n_0(\mathbf{p})$ остается, но смещается в точку $p_0 = p_F\xi^{1/3} > p_F$, 3) в этой точке групповая скорость $v_g(p_0) = (d\epsilon/dp)_{p=p_0}$ обращается в ноль (простое следствие равновесия "упругих" и "кулоновских" сил) и таким образом вблизи $p = p_0$ энергия квазичастицы $\epsilon(p) \sim (p - p_0)^2$, а теплоемкость $C(T) \sim T^{1/2}$ при $T \to 0$. Аналитические результаты получаются и для системы с "юкавским" потенциалом $U(q) = ge^{-\beta q}/q$. Здесь возникающий за точкой перехода (где, как и раньше $M^* = \infty$) фермиевский конденсат вначале, в отличие от предыдущего, заполняет узкую зону вблизи старой ферми-поверхности, постепенно расширяющуюся по мере роста константы связи g. Распределение квазичастиц $n_0(\mathbf{p})$ в этой зоне параболическое: при $p_{1c} < p < p_{2c}$, где $\epsilon(\mathbf{p}) = \mu$

$$n_0(\mathbf{p}) = n_{01} + (n_{02} - n_{01})(p^2 - p_{2c}^2)/(p_{2c}^2 - p_{1c}^2), \tag{6}$$

причем $d\epsilon(\mathbf{p})/dp$ является непрерывной функцией p при всех p. Таким образом, за точкой перехода распределение $n_0(\mathbf{p})$ имеет не один, а два скачка, а теплоемкость $C(T) \sim T^{1/2}$ при $T \to 0$.

Рассматривая условия устойчивости полученного основного состояния, можно убедиться, что какие-то из них вследствие многократного вырождения основного состояния нарушаются. Здесь мы ограничимся лишь тем случаем, когда доминирующей является синглетная спаривательная неустойчивость, связанная с притяжением в канале частица-частица, приводящим к образованию куперовских пар частицами конденсата. Щель Δ в спектре одночастичных возбуждений находится с помощью преобразования Боголюбова. Главный вклад в нее вносят частицы конденсата. Ответ получается таким же, как для системы частиц, находящихся на одном вырожденном изолированном j-уровне [5]

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}\int_{p_{1c}}^{p_{2c}} \sqrt{n_0(\mathbf{p})(1 - n_0(\mathbf{p}))}\,\frac{d^3p}{(2\pi)^3}, \tag{7}$$

где $n_0(\mathbf{p})$ дается формулой (6). Мы видим, что связь Δ со спаривательной константой λ оказывается линейной, экспоненциальной малости Δ в рассматриваемых системах нет.

В заключение авторы приносят глубокую благодарность С.Т.Беляеву, В.Г.Зелевинскому, С.В.Толоконникову за обсуждение работы.

Литература

1. *Ландау Л.Д.* ЖЭТФ, 1956, **30**, 1058; ЖЭТФ, 1958, **35**, 97.
2. *Мигдал А.Б.* ЖЭТФ, 1957, **32**, 399.
3. *Померанчук И.Я.* ЖЭТФ, 1950, **20**, 219.
4. *Абрикосов А.А. и др.* Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: Физматгиз, 1962.
5. *Беляев С.Т.* ЖЭТФ, 1960. **39**, 1387.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Институт ядерной физики им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
4 апреля 1990 г.