Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 10, стр. 496–498 *25 мая 1990 г.*

ПРИТЯЖЕНИЕ ГЛЮОНОВ В 2 + 1-МЕРНОЙ ТОПОЛОГИЧЕСКИ МАССИВНОЙ КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ

Я. И.Коган, И.В.Полюбин

Вычислена амплитуда притяжения одноименно заряженных глюонов в топологически массивной $SU(2)$ калибровочной теории. Показано, что на массовой оболочке знак амплитуды отвечает притяжению.

В настоящее время топологически массивные калибровочные теории [1-3] интенсивно изучаются. В работе [4] было показано, что в топологически массивной электродинамике возникает притяжение двух электронов с массой m меньшей топологической массы фотона M.

В настоящей статье мы покажем, что в неабелевой теории, впервые рассмотренной в [3], также имеет место притяжение одноименно заряженных частиц. Для простоты рассмотрим случай $SU(2)$ теории, обобщение на случай произвольной группы Ли G очевидно.

Рассмотрим $2+1$-мерную $SU(2)$ калибровочную теорию с лагранжианом:

$$L = -\frac{1}{2\gamma}\operatorname{Tr}F^2_{\mu\nu} + \frac{k}{4\pi}\epsilon_{\mu\nu\lambda}\operatorname{Tr}\left(A_\mu\partial_\nu A_\lambda + \frac{2}{3}A_\mu A_\nu A_\lambda\right), \tag{1}$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$; $A_\mu = A^a_\mu T^a$ имеют размерность массы, а $k \in Z$ – безразмерное целое число, что следует из условия калибровочной инвариантности действия $S = \int d^3x L$ относительно "больших" калибровочных преобразований. Теория определена в пространстве–времени с сигнатурой $(+,--)$ генераторы калибровочной группы нормированы условием $\operatorname{Tr} T^a T^b = \frac{1}{2}\delta^{ab}$.

Квадратичная по полям часть лагранжиана (1) является суммой $U(1)$ инвариантных лагранжианов:

$$L = -\frac{1}{4\gamma}F^a_{\mu\nu}F^a_{\mu\nu} + \frac{k}{8\pi}\epsilon_{\mu\nu\lambda}A^a_\mu\partial_\nu A^a_\lambda, \qquad F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu . \tag{2}$$

Уравнения движения

$$\partial_\mu F^a_{\mu\lambda} + \frac{M}{2}\epsilon_{\mu\nu\lambda}F^a_{\mu\nu} = 0, \qquad M = \frac{\gamma k}{4\pi} \tag{3}$$

приводят к решениям в виде плоских волн:

$$A^a_\mu(x) = \sum_{\mathbf{p}} a^a_{\mathbf{p}}\sqrt{\frac{M}{2\epsilon_{\mathbf{p}}V}}\,e_\mu\exp\left(-ip_\mu x^\mu\right) + \text{к.с.}$$
$$p_0 = \epsilon_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + M^2}, \tag{4}$$

где e_μ – вектор поляризации имеет вид [5]:

$$e_\mu = \begin{pmatrix} e_0 \\ e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}M|\mathbf{p}|}\begin{pmatrix} \mathbf{p}^2 \\ \epsilon_{\mathbf{p}}p_1 + iMp_2 \\ \epsilon_{\mathbf{p}}p_2 - iMp_1 \end{pmatrix}; \qquad \bar{e}_\mu e_\mu = -1 \tag{5}$$

Поле A_μ поперечно и имеет одну степень свободы и нормировано на одну частицу с массой M в объеме V.

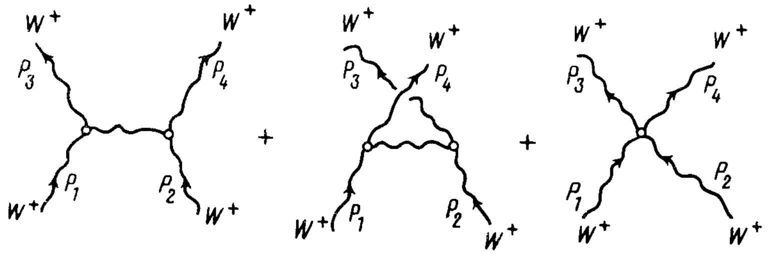
Малым параметром в теории возмущений является величина $\alpha = \frac{4\pi}{|k|}$, $|k| \gg 1$. Поэтому удобно переопределить поля $A_\mu \to \sqrt{\alpha} A_\mu$. В этой нормировке правила Фейнмана следующие: пропагатор для свободного поля в этой теории в поперечной калибровке:

$$\frac{i}{M}\Pi_{\mu\nu}(p) = [g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{p^2} + \frac{iM}{p^2}\epsilon_{\mu\nu\lambda} p_\lambda]\frac{1}{p^2 - M^2}.$$

Трехглюонная вершина отличается от обычной членом, не зависящим от импульсов:

$$M\Gamma^{a\,bc}_{\mu\nu\lambda}(p,q,r) = f^{abc}[iM\epsilon_{\mu\nu\lambda} + g_{\mu\nu}(p-q)_\lambda + g_{\nu\lambda}(q-r)_\mu + g_{\lambda\mu}(r-p)_\nu],$$

где p, q, r – выходящие из вершины импульсы. Четырехглюонная вершина в этой теории совпадает с обычной.



Введем вместо A^1_μ, A^2_μ заряженные относительно $A^3_\mu = Z_\mu$ поля:

$$W^\pm_\mu = A^1_\mu \pm iA^2_\mu.$$

Амплитуда рассеяния $M(W^+W^+ \to W^+W^+)$ определяется тремя графиками Фейнмана (рисунок). Опуская громоздкое точное выражение для амплитуды M, выпишем асимптотическое значение в системе центра инерции $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}$, $\mathbf{p}_2 = -\mathbf{p}$ в пределе $\mathbf{q} \to 0$, $\mathbf{p} \to 0$ где $\mathbf{q}$ – переданный импульс, $\mathbf{q}^2 = -2\mathbf{pq}$;

$$M^{++} \approx \frac{2\alpha}{M}\left(3 + i\frac{[\mathbf{p},\mathbf{q}]}{\mathbf{q}^2}\right) + o(\mathbf{p},\mathbf{q}). \tag{6}$$

Знак $\mathrm{Re}\,M^{++}$ соответствует притяжению одноименно заряженных глюонов. Можно показать, что это притяжение сохраняется и при конечных ненулевых $\mathbf{p}$. Вследствие C-инвариантности теории $M(W^-W^- \to W^-W^-) = M(W^+W^+ \to W^+W^+)$. Амплитуда рассеяния частицы на античастице в том же пределе есть

$$M^{+-} \approx -\frac{2\alpha}{M}\left(1 + i\frac{[\mathbf{p},\mathbf{q}]}{\mathbf{q}^2}\right) + o(\mathbf{p},\mathbf{q}), \tag{7}$$

где $\mathrm{Re}\,M^{+-} < 0$, что соответствует отталкиванию.

Амплитуда рассеяния $M(ZW^\pm \to ZW^\pm)$ в пределе $\mathbf{q} \to 0$, $\mathbf{p} \to 0$

$$M^{0\pm} \approx \frac{2\alpha}{M}\left(1 + i\frac{[\mathbf{p},\mathbf{q}]}{\mathbf{q}^2}\right) + o(\mathbf{p},\mathbf{q}). \tag{8}$$

Знак $\mathrm{Re}\,M^{0\pm} > 0$ соответствует притяжению Z к $W^\pm$.

Наличие сингулярных по **q** членов в мнимых частях амплитуд (6)–(8) возникают из-за недисперсионного полюса в пропагаторе, связанном с Бом–Аароновским взаимодействием зарядов [2, 3, 5]. Можно показать, что при переходе к эффективному гамильтониану для W-бозонов эта сингулярность пропадает при вычислении средней энергии состояния с N-бозонами и для некоторого семейства пробных волновых функций плотность энергии $\epsilon = nM - \frac{6\alpha}{M} n^2$, где $n = N/V$ – концентрация W^+ (или W^-)-бозонов. Видно, что при $n \gg M^2/\alpha$ $\epsilon < 0$, т. е. вакуум нестабилен относительно рождения $W^+ W^-$-пар с последующим разделением фаз. Так ли это в действительности, зависит от вкладов более высоких порядков по концентрации n в плотность энергии ϵ. Если нестабильность вакуума все же существует, то какое новое основное состояние возникает? Этот вопрос остается пока открытым. Одна из возможностей стабилизации системы состоит в следующем: амплитуда рассеяния двух глюонов, вообще говоря, должна зависеть от плотности n и эффективная константа λ при некотором n_c может поменять знак; в результате притяжение сменится отталкиванием. В таком случае основным состоянием теории будет состояние с конечной плотностью $n \sim n_c$.

В заключение мы благодарны Б.Л.Иоффе, А.В.Смилге, К.А.Тер-Мартиросяну и Д.В.Хвещенко за полезные обсуждения.

Литература

1. *Siegel W.* Nucl. Phys. **B**, 1979, **156**, 135.
2. *Schonfeld J.* Nucl. Phys. B, 1981, **185**, 157.
3. *Deser S. et al.* Phys. Rev. Lett., 1982, **48**, 975; Ann. Phys. (N.Y.), 1982, **140**, 372.
4. *Коган Я.И.* Письма в ЖЭТФ, 1989, **44**, 194.
5. *Коган Я.И., Морозов А.Ю.* ЖЭТФ, 1985, **88**, 1.

Институт теоретической и
экспериментальной физики

Поступила в редакцию
17 апреля 1990 г.