

Антиферромагнетик с центром антисимметрии в постоянном внешнем магнитном поле как левая среда

Д. В. Кулагин, Г. Г. Левченко, А. С. Савченко, А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко¹⁾

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина НАН Украины, 83114 Донецк, Украина

Поступила в редакцию 15 июля 2010 г.

После переработки 6 сентября 2010 г.

На примере тетрагонального легкоосного антиферромагнетика со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$ определены условия, при выполнении которых в ортогональном легкой оси внешнем магнитном поле одновременно возможны как эффект отрицательной рефракции, так и эффект отрицательной фазовой скорости. Полученные результаты обобщены на случай мультиферроика с однородным магнитоэлектрическим эффектом и centrosymmetric магнетика.

С точки зрения рефракции левая среда, как известно [1], одновременно объединяет в себе как минимум два эффекта: эффект отрицательной рефракции (проекция на границу раздела сред групповых скоростей падающей и преломленной волн имеют разные знаки) и эффект отрицательной фазовой скорости (проекция на нормаль к границе раздела сред фазовых скоростей падающей и преломленной волн имеют разные знаки). Это, например, возможно в том случае, если существуют частотные интервалы, для которых среда является “дважды отрицательной” (одновременно становятся отрицательными как магнитная, так и диэлектрическая проницаемости) [1, 2]. В случае пространственно однородной, однофазной среды это может быть магнитоэлектрический мультиферроик (среда обладающая одновременно дальним магнитным и электрическим упорядочением) [3, 4] или антиферромагнетик (АФМ) с линейным магнитоэлектрическим эффектом [5–9]. И в том и в другом случае для определенных магнитооптических конфигураций возможно одновременное возбуждение спиновых волн не только переменным магнитным, но и переменным электрическим полем (электромагнитной [10]), а значит, имеются условия формирования дважды отрицательной однофазной среды. К настоящему моменту существует уже ряд работ посвященных анализу возможности реализации эффекта левой среды в однофазных магнитоэлектриках [5–9], однако все они основаны на ряде ограничений, существенных с точки зрения данной работы: 1) как правило рассматривали только изотропное магнитоэлектрическое взаимодействие, 2) если магнитоэлектрическое взаимодействие и считалось анизотропным, то не учитывалась частотная зависимость магнитоэлектрических коэффициентов. Наконец, в ра-

боте [11] был изучен легкоосный антиферромагнетик (АФМ) со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$, обладающий анизотропным магнитоэлектрическим взаимодействием как пример левой среды, однако был проанализирован только случай нормального падения. В результате возможность одновременного существования наряду с эффектом отрицательной фазовой скорости, также и эффекта отрицательной рефракции не обсуждалась.

В данной работе, на примере центроантисимметричного АФМ с анизотропным магнитоэлектрическим взаимодействием [11], показано, что свойства левой среды реализуются только в присутствии постоянного внешнего магнитного (или электрического) поля. Полученные результаты обобщены на случай мультиферроика и centrosymmetric антиферромагнетика.

В качестве примера однофазной магнитоэлектрической среды выберем двухподрешеточную модель тетрагонального антиферромагнетика со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$. Соответствующую плотность энергии с учетом линейного магнитоэлектрического взаимодействия, в терминах векторов ферромагнетизма \mathbf{m} и антиферромагнетизма \mathbf{l} , можно представить в виде [11]:

$$F = F_m + F_p + F_{me}, \quad (1)$$

$$F_m = \frac{\delta}{2} \mathbf{m}^2 - \frac{b}{2} l_z^2 - \mathbf{m} \mathbf{H}, \quad (2)$$

$$F_p = \frac{P_x^2 + P_y^2}{2\kappa_{\perp}} + \frac{P_z^2}{2\kappa_{\parallel}} - \mathbf{P} \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$F_{me} = -\gamma_1 m_z (l_x P_y - l_y P_x) - \gamma_2 P_z (m_x l_y - m_y l_x) - \gamma_3 l_z (m_x P_y - m_y P_x), \quad (4)$$

¹⁾ e-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

где δ и b – соответственно константы однородного обмена, магнитной анизотропии, \mathbf{E} и \mathbf{H} – электрическое и магнитное поля, κ_{\parallel} , κ_{\perp} – соответственно, продольная и поперечная диэлектрические восприимчивости, γ_{1-3} – магнитоэлектрические константы.

В рамках феноменологической теории динамические свойства исследуемой модели магнитного кристалла описываются системой дифференциальных уравнений, включающей в себя помимо уравнений Максвелла, также уравнения Ландау-Лифшица для векторов \mathbf{m} и \mathbf{l} и уравнение движения для вектора \mathbf{P} . Также как и в [11] будем считать, что $b > 0$. Если направление постоянного внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 коллинеарно оси X , то, как следует из (1)–(4), основное состояние рассматриваемого магнетика характеризуется следующей равновесной ориентацией векторов ферромагнетизма \mathbf{m}_0 , антиферромагнетизма \mathbf{l}_0 и электрической поляризации \mathbf{P}_0 :

$$\mathbf{m}_0 \parallel X, \quad \mathbf{l}_0 \parallel Z, \quad \mathbf{P}_0 \parallel Y. \quad (5)$$

В этом случае материальные соотношения для рассматриваемого АФМ с центром антисимметрии и основным состоянием (5) будут отвечать бианизотропной среде

$$\begin{aligned} \mathbf{m} &= \begin{pmatrix} \chi_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{yy}(\omega) & -i\chi_*(\omega) \\ 0 & i\chi_*(\omega) & \chi_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \mathbf{H} + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & -\beta_4(\omega) & -i\beta_1(\omega) \\ \beta_3(\omega) & 0 & 0 \\ i\beta_2(\omega) & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \quad (6) \\ \mathbf{P} &= \begin{pmatrix} \alpha_{xx}(\omega) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{yy}(\omega) & -i\alpha_*(\omega) \\ 0 & i\alpha_*(\omega) & \alpha_{zz}(\omega) \end{pmatrix} \mathbf{E} + \\ &+ \begin{pmatrix} 0 & \beta_3(\omega) & -i\beta_2(\omega) \\ -\beta_4(\omega) & 0 & 0 \\ i\beta_1(\omega) & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}. \end{aligned}$$

Расчет показывает, что для $|\mathbf{m}| \ll 1$, в области частот ω далекой от собственных частот колебаний сегнетоэлектрической подсистемы, ненулевые компоненты тензоров магнитной, диэлектрической, магнитоэлектрической восприимчивостей в (6) приближенно можно представить в виде

$$\begin{aligned} \chi_{xx} &= T_x \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \quad \chi_{yy} = T_y \frac{\omega_F^2}{\Delta_{AF}}, \\ \chi_{zz} &= T_z \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \quad \chi_* = \sqrt{T_y T_z} \frac{\omega_F \omega}{\Delta_{AF}}, \\ \alpha_{xx} &= \alpha_{x0} + R_x \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \quad \alpha_{yy} = \alpha_{y0} + R_y \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \\ \alpha_{zz} &= \alpha_{z0} + R_z \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \quad \alpha_* = \sqrt{R_y R_z} \frac{\omega_{AF} \omega}{\Delta_{AF}}, \quad (7) \\ \beta_1 &= \sqrt{R_z T_x} \frac{\omega_{AF} \omega}{\Delta_{AF}}, \quad \beta_2 = \sqrt{R_x T_z} \frac{\omega_F \omega}{\Delta_F}, \\ \beta_3 &= \sqrt{R_x T_y} \frac{\omega_F^2}{\Delta_F}, \quad \beta_4 = \sqrt{R_y T_x} \frac{\omega_{AF}^2}{\Delta_{AF}}, \\ \Delta_F &= \omega_F^2 - \omega^2, \quad \Delta_{AF} = \omega_{AF}^2 - \omega^2 \end{aligned}$$

Здесь T_i – статическая магнитная восприимчивость в направлении $i = x, y, z$, α_{0i} – статическая диэлектрическая восприимчивость в направлении $i = x, y, z$ без учета влияния магнитной подсистемы (для (1)–(4) без учета магнитоэлектрического взаимодействия), $\alpha_{0i} + R_i$ – статическая диэлектрическая восприимчивость в направлении $i = x, y, z$ с учетом влияния магнитной подсистемы (для (1)–(4) с учетом магнитоэлектрического взаимодействия), $\omega_{F,AF}$ – частоты однородного АФМР неограниченного антиферромагнетика (1)–(4). Если $|\mathbf{H}_0| = 0$, то $|\mathbf{m}_0| = |\mathbf{P}_0| = 0$, $R_x = R_y$, $T_x = T_y$, $\omega_F = \omega_{AF}$, $\beta_1 = \beta_2 = 0$, $\beta_3 = \beta_4$ и рассматриваемая система материальных соотношений (6)–(7) с учетом сделанных приближений совпадает с рассчитанной в [11].

Совместный анализ (6)–(7) показывает, что если волновой вектор \mathbf{k} распространяющейся электромагнитной волны лежит в плоскости YZ , то для рассматриваемой модели неограниченного АФМ кристалла с центром антисимметрии возможно независимое распространение нормальных магнитных поляритонов ТЕ- и ТМ-типов. Соответствующие дисперсионные соотношения могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \frac{\mu_{yy} k_y^2}{\mu_{zz}} + \left(k_z + \frac{\omega \mu_* \bar{\beta}_2 - \mu_{zz} \bar{\beta}_3}{c \mu_{zz}} \right)^2 - \\ - \frac{\omega^2 (\mu_{yy} \mu_{zz} - \mu_*^2) (\epsilon_{xx} \mu_{zz} - \bar{\beta}_2^2)}{c^2 \mu_{zz}^2} = 0 \\ \frac{\epsilon_{yy} k_y^2}{\epsilon_{zz}} + \left(k_z + \frac{\omega \epsilon_* \bar{\beta}_1 - \epsilon_{zz} \bar{\beta}_4}{c \epsilon_{zz}} \right)^2 - \\ - \frac{\omega^2 (\epsilon_{yy} \epsilon_{zz} - \epsilon_*^2) (\epsilon_{zz} \mu_{xx} - \bar{\beta}_1^2)}{c^2 \epsilon_{zz}^2} = 0, \quad (8) \end{aligned}$$

где c – скорость света, $\hat{\epsilon}$ и $\hat{\mu}$ – тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей, $\bar{\beta}_\lambda = 4\pi\beta_\lambda$ ($\lambda =$

$= 1, 2, 3, 4$). Таким образом уже в неограниченном легкоосном АФМ кристалле со структурой $4_z^- 2_x^+ I^-$ при $\mathbf{H}_0 \parallel X$ спектр нормальных колебаний как ТЕ-, так и ТМ-типов с $\mathbf{k} \in YZ$ является невзаимным относительно инверсии направления распространения волны, если оно не ортогонально направлению вектора $[\mathbf{m}_0 \mathbf{P}_0]$.

Для выяснения особенностей отражения и преломления объемных электромагнитных волн ТМ- или ТЕ-типов на границе магнитного и оптически изотропного немагнитного (диэлектрическая проницаемость $\tilde{\epsilon}$) полупространств, рассмотрим уравнения кривых, определяющих форму сечения поверхности волновых векторов (ПВВ) электромагнитной волны плоскостью падения.

Для немагнитного диэлектрика сечение ПВВ нормальной объемной ТЕ- или ТМ-волны плоскостью падения определяется выражением

$$k_y^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}. \quad (9)$$

Что же касается рассматриваемого АФМ, то для него из (6)–(8) следует, что форма сечения ПВВ для объемной волны ТМ- или ТЕ-типов определяется соотношением вида

$$\frac{k_y^2}{b_\alpha^2} + \frac{(k_z - c_\alpha)^2}{a_\alpha^2} = 1 \quad \alpha = s, p \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} a_s^2 &\equiv \epsilon_x \frac{\omega^2 (\Omega_{s1}^2 - \omega^2)(\Omega_{s2}^2 - \omega^2)}{c^2 (\omega_{sz}^2 - \omega^2)^2}, \\ a_p^2 &\equiv \epsilon_y \frac{\omega^2 (\Omega_{p1}^2 - \omega^2)(\Omega_{p2}^2 - \omega^2)}{c^2 (\omega_{pz}^2 - \omega^2)^2}, \\ b_s^2 &\equiv \epsilon_x \frac{\omega^2 (\Omega_{s1}^2 - \omega^2)(\Omega_{s2}^2 - \omega^2)}{c^2 (\omega_{sy}^2 - \omega^2)(\omega_{sz}^2 - \omega^2)}, \\ b_p^2 &\equiv \epsilon_z \frac{\omega^2 (\Omega_{p1}^2 - \omega^2)(\Omega_{p2}^2 - \omega^2)}{c^2 (\omega_{py}^2 - \omega^2)(\omega_{pz}^2 - \omega^2)}, \\ c_s &= \frac{\omega}{c} \frac{R \omega_{sz}^2}{\omega_{sz}^2 - \omega^2}, \quad c_p = \frac{\omega}{c} \frac{T \omega_{pz}^2}{\omega_{pz}^2 - \omega^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\epsilon_x \equiv 1 + 4\pi\alpha_{0x}$, $\epsilon_y \equiv 1 + 4\pi\alpha_{0y}$, $\epsilon_z \equiv 1 + 4\pi\alpha_{0z}$, $R \equiv 4\pi\sqrt{R_x T_y}$, $T \equiv 4\pi\sqrt{T_x R_y}$, характерные частоты ω_{sy} , ω_{sz} , ω_{py} , ω_{pz} , Ω_{s1} , Ω_{s2} , Ω_{p1} , Ω_{p2} определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} \mu_{yy}(\omega_{sy}) &= 0 & \mu_{zz}(\omega_{sz}) &= 0 \\ \epsilon_{yy}(\omega_{py}) &= 0 & \epsilon_{pz}(\omega_{pz}) &= 0 \\ \mu_{yy}(\Omega_{s1})\mu_{zz}(\Omega_{s1}) - \mu_*^2(\Omega_{s1}) &= 0, \\ \epsilon_{yy}(\Omega_{p1})\epsilon_{zz}(\Omega_{p1}) - \epsilon_*^2(\Omega_{p1}) &= 0, \\ \epsilon_{xx}(\Omega_{s2})\mu_{zz}(\Omega_{s2}) - \beta_2^2(\Omega_{s2}) &= 0, \\ \mu_{xx}(\Omega_{p2})\epsilon_{zz}(\Omega_{p2}) - \beta_1^2(\Omega_{p2}) &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Из анализа (10)–(12) следует, что, если частота ω падающей на поверхность магнетика объемной волны ТМ- или ТЕ-типа такова, что

$$\max\{\omega_{\alpha y}, \omega_{\alpha z}\} < \omega < \min\{\Omega_{\alpha 1}, \Omega_{\alpha 2}\} \quad \alpha = s, p \quad (13)$$

(см. также рис.1), то угол между направлениями

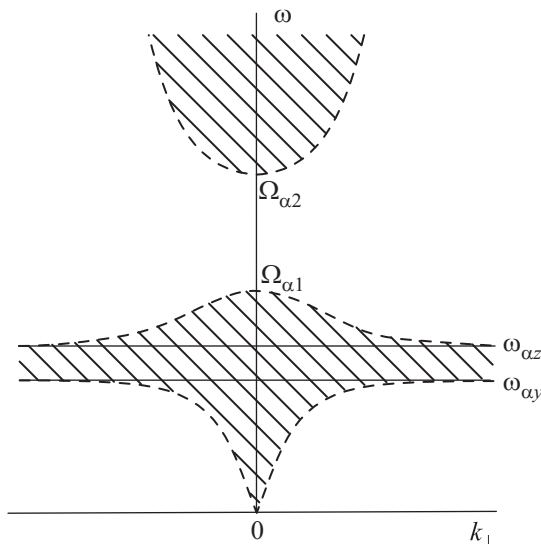


Рис.1. Области существования объемных (заштрихованные) и эванесцентных (незаштрихованные) электромагнитных волн с $\mathbf{k} \in YZ$ и поляризацией α в антиферромагнетике (1)–(4) при $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel Z$, $\mathbf{H}_0 \parallel X$. Сплошные линии определяются из (10), (11) условием $\text{Im}k_z = 0$

групповой скорости (V_g) и фазовой скорости (V_p) волны с поляризацией $\alpha = s, p$ в каждой точке сечения ПВВ (10)–(12) является тупым. Однако в рассматриваемом случае выполнение соотношения (13) является только необходимым, но не достаточным условием формирования эффекта левой среды (одновременного существования и отрицательной рефракции и отрицательной фазовой скорости).

Рассмотрим границу раздела двух полупространств (внешняя нормаль к границе раздела \mathbf{n} совпадает с положительным направлением оси Z), верхнее из которых занято немагнитной оптически изотропной средой, а нижнее – легкоосным антиферромагнетиком с анизотропным магнитоэлектрическим взаимодействием (6), (7). Как следует из (6), (7), в этой магнитооптической конфигурации при $|k_y| = a_\alpha$ ($\alpha = s, p$) вдоль поверхности магнетика распространяется предельная объемная волна, групповая скорость которой параллельна границе раздела сред, тогда как вектор фазовой скорости не ортогонален \mathbf{n} . Иными словами с учетом (11), (12) соотношение $|k_y| = a_\alpha$ определяет угол полного внутреннего отражения. Если ввести радиус – вектор \mathbf{c}_α центра кривой (10), то из (10)–(12) следует, что

для реализации в рассматриваемой магнитооптической конфигурации эффектов отвечающих левой среде, помимо (13) необходимо также и выполнение условия

$$(\mathbf{c}_\alpha \mathbf{n}) > 0, \quad \alpha = s, p, \quad (14)$$

см. рис.2а. Для заданной относительной ориентации векторов \mathbf{n} и \mathbf{l}_0 выполнение (14) достигается за счет ориентации внешнего постоянного магнитного поля.

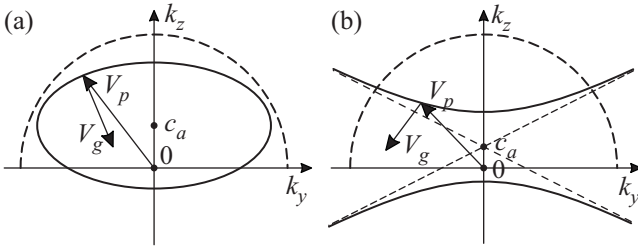


Рис.2. Структура сечений ПВВ (9)–(11) для волны с поляризацией α на границе раздела немагнитной ($z > 0$) и магнитной ($z < 0$) сред в случае (14) при $\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{n} \parallel Z$ (штриховая линия относится к (9), сплошная – к (10), (11)). (а) Выполнено условие (13), $\mathbf{H}_0 \parallel X$; (б) выполнено условие из [11] $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} < 0$, $\mu_{xx} = \mu_{yy} < 0$, $|\mathbf{H}_0| = 0$

Если условие (14) не выполнено, то для падающей волны с частотой, удовлетворяющей (13) в рассматриваемой магнитооптической конфигурации (магнитная среда занимает нижнее полупространство), будет иметь место только эффект отрицательной рефракции. Такая чувствительность рефракционных эффектов к относительной ориентации векторов \mathbf{n} и $[\mathbf{m}_0 \mathbf{P}_0]$ связана с тем, что с точки зрения электродинамических свойств рассматриваемая магнитная среда (6), (7) во многом аналогична омега-среде (точнее является гиротропной, магнитоэлектрической омега-средой), для которой как раз и характерно наличие выделенной оси и анизотропия электродинамических свойств вдоль нее [12].

Если частота падающей на поверхность рассматриваемого магнетика (6), (7) объемной волны с $\mathbf{k} \in YZ$ удовлетворяет соотношению (12), то эффекты левой среды может быть реализованы так же и в случае, когда $\mathbf{n} \parallel Y$. Однако теперь вместе с (13) должны быть выполнены следующие соотношения:

$$(\mathbf{c}_\alpha \mathbf{k}_\perp) > 0, \quad |\mathbf{c}_\alpha| < |\mathbf{k}_\perp| < |b_\alpha| + |\mathbf{c}_\alpha|, \quad \mathbf{k}_\perp \parallel Z, \quad (15)$$

см. также рис.2а. Таким образом в данной магнитооптической конфигурации для электромагнитной волны с поляризацией α условия существования эффекта левой среды невязимны относительно смены

знака угла падения. Следует отметить, что в отсутствии внешнего магнитного поля (точнее при $|\mathbf{m}_0| = |\mathbf{P}_0| = 0$) существование эффекта левой среды для рассматриваемой магнитооптической конфигурации ($\mathbf{k} \in YZ$, $\mathbf{n} \parallel Z$ или $\mathbf{n} \parallel Y$) невозможно (см. рис.2б), а условие (13) не совпадает с условием $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} < 0$, $\mu_{xx} = \mu_{yy} < 0$ из [11]. Анализ (5)–(13) показывает, что рассмотренные выше условия существования левой среды в принципе могут быть реализованы как для волны ТМ-, так и ТЕ-типов.

Оценим с помощью (13) относительную величину частотного интервала ($\Delta_{p,s}$), в котором возможна реализация эффекта левой среды для волны ТМ- или ТЕ-типов. Наиболее просто такую оценку выполнить, если между характерными частотами из (12) имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \omega_{py} < \omega_{pz} < \Omega_{p2} < \Omega_{p1}, \\ \omega_{sy} < \omega_{sz} < \Omega_{s1} < \Omega_{s2}. \end{aligned} \quad (16)$$

В этом случае

$$\Delta_p \equiv \frac{\Omega_{p2}^2 - \omega_{pz}^2}{\omega_{pz}^2} = 4\pi T_x; \quad \Delta_s \equiv \frac{\Omega_{s1}^2 - \omega_{sy}^2}{\omega_{sy}^2} = 4\pi T_z. \quad (17)$$

Так как $T_x = \delta^{-1}$, $T_z = T_x H_0^2 / \delta b l_0^2$, пользуясь численными значениями констант, входящих в (1)–(4), приведенными в [11] ($\delta \approx 10^4$, $b = 30$, $l_0 = 1500 \text{ \AA}$, $\alpha_{i0} \approx R_i \approx 1$) получим, что $\Delta_p \approx 10^{-3}$, $\Delta_s \approx \Delta_p H_0^2 / H_c^2$, $H_c \approx 8 \cdot 10^5 \text{ \AA}$.

Отметим, что такая же структура основного состояния рассматриваемого антиферромагнетика с центром антисимметрии (5), а следовательно, и соотношения (6)–(14) характерны и для магнитоэлектрического мультиферроика с тем же основным состоянием (5) при условии, что его термодинамический потенциал определяется выражением (1)–(3), а вместо (4) $F_{m\epsilon} = \gamma \mathbf{P}[\mathbf{m}]$.

Строго говоря, уже в случае АФМ с центром антисимметрии (1)–(4) наряду с магнитоэлектрическим взаимодействием (4) должно учитываться и квадратичное магнитооптическое взаимодействие. Его структуру в изотропном случае можно представить в виде

$$F_{mo} = \frac{r_m}{2} (\mathbf{mP})^2 + \frac{r_l}{2} (\mathbf{lP})^2 + \frac{s_m}{2} \mathbf{m}^2 \mathbf{P}^2 + \frac{s_l}{2} \mathbf{l}^2 \mathbf{P}^2, \quad (18)$$

где r_m , r_l , s_m , s_l - коэффициенты квадратичного магнитооптического взаимодействия.

Из расчета следует, что для основного состояния (5) вследствие выбранной структуры анизотропного магнитоэлектрического взаимодействия (4), учет

(18) качественно не изменит ни структуру материальных соотношений (6), ни характер частотной зависимости коэффициентов (7). В то же время влияние квадратичного магнитооптического взаимодействия (18) может оказаться принципиально важным для структуры материальных соотношений, если анизотропное магнитоэлектрическое взаимодействие по тем или иным причинам выбрано в “усеченной” по сравнению с (4) или $F_{me} = \gamma \mathbf{P}[\mathbf{m}l]$ форме, а основное состояние по-прежнему совпадает с (5). В качестве примера можно сравнить (6), (7) с материальными соотношениями для магнитоэлектрического мультиферроика из [13], где они были получены для основного состояния, аналогичного (5), но без последовательного учета (18).

Отметим также, что рассмотренная в работе структура соотношений (5)–(15) может быть реализована и в случае антиферромагнетика с центром антисимметрии (1)–(4) в коллинеарной фазе ($\mathbf{l}_0 \parallel Z$), когда $|\mathbf{H}_0| = 0$, но зато вдоль оси Y направлено постоянное внешне электрическое поле \mathbf{E}_0 (то есть $\mathbf{P}_0 \parallel Y$). В частности, это возможно, если наряду с (2), (3) и (18) вместо анизотропного магнитоэлектрического взаимодействия (4) учесть также и взаимодействие Дзялошинского со следующей структурой:

$$F = d(m_x l_z - m_z l_x) \quad (19)$$

или для $\mathbf{l}_0 \parallel Z$ и $\mathbf{P}_0 \parallel Y$ индуцировать $\mathbf{m}_0 \parallel X$ за счет пьезомагнитного взаимодействия в поле упругих напряжений.

1. В. Г. Веселаго, УФН **92**, 517 (1967).
2. W. Cai and V. Shalaev, *Optical Metamaterials. Fundamentals and Applications*, Springer Science + Business Media, LLC, 2010.
3. D. W. Ward, E. Statz, K. J. Webb et al., <http://www.arxiv.org/cond-mat/0401046>.
4. K. F. Wang, J.-M. Liu, and Z. F. Ren, *Adv. Physics* **58**, 321 (2009).
5. Jian Qi Shen, *Phys. Rev. B* **73**, 045113 (2006).
6. Cheng-Wei Qiu and Said Zouhdi, *Phys. Rev. B* **75**, 196101 (2007).
7. Jian Qi Shen, *Phys. Rev. B* **75**, 196102 (2007).
8. Cheng-Wei Qiu, Hai-Ying Yao, Le-Wei Li et al., *Phys. Rev. B* **75**, 155120 (2007).
9. Cheng-Wei Qiu, Hai-Ying Yao, Le-Wei Li et al., *Phys. Rev. B* **75**, 245214 (2007).
10. A. Pimenov, A. A. Mukhin, V. Yu. Ivanov et al., *Nature Physics* **2**, 97 (2006).
11. В. Д. Бучельников, В. В. Риве, *Письма в ЖЭТФ* **84**, 470 (2006).
12. S. A. Tretyakov, A. A. Sochava., *PIER* **9**, 157 (1994).
13. K. L. Livesey, R. L. Stamps, *Phys. Rev. B* **81**, 094405 (2010).