

О переходном и тормозном излучении релятивистского электрона с неравновесным полем

Н. Ф. Шульга^{1) 2)}, С. В. Трофименко^{* 2)}, В. В. Сыщенко^{+ 2)}

Институт теоретической физики им. А.И. Ахиезера ННЦ ХФТИ, 61108 Харьков, Украина

^{*}Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, 61077 Харьков, Украина

⁺Белгородский государственный университет, 308015 Белгород, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2010 г.

Рассмотрена задача о переходном излучении электрона с неравновесным собственным полем, образовавшегося в результате его резкого рассеяния. Показано, что состояние электрона с неравновесным полем проявляется в подавлении переходного излучения и осцилляторном характере зависимости его характеристик от расстояния между пластинкой, на которой происходит излучение, и точкой рассеяния. Рассмотрена проблема измерения характеристик тормозного излучения в условиях, когда поперечные расстояния, ответственные за процесс излучения, имеют макроскопические размеры. Показано, что в этом случае результаты измерений существенно зависят от размера детектора и его положения относительно точки рассеяния.

1. При рассеянии электрона происходит перестройка окружающего его поля, приводящая к излучению электромагнитных волн. Для ультрарелятивистских частиц процесс излучения формируется на длинах вдоль импульса частицы, которые значительно превосходят длину излученной волны. Такие длины носят название длин когерентности процесса излучения [1–3]. В пределах этих длин окружающее электрон поле значительно отличается от кулоновского. Такое состояние электрона с неравновесным полем проявляется при последующих его рассеяниях, приводя к различным эффектам подавления тормозного излучения при движении электрона в веществе, таким как эффект Ландау-Померанчука-Мигдала [4, 5], эффект подавления излучения в тонком слое вещества (TSF-эффект [6, 7]) и др. В последние годы был выполнен ряд детальных экспериментальных исследований этих эффектов при ультрабольших энергиях частиц на ускорителях SLAC [8] и CERN [9], подтвердивших основные предсказания теории. Эти исследования проводились в рентгеновском и гамма-диапазонах излученных квантов.

В настоящей работе мы обращаем внимание на то, что состояние электрона с неравновесным полем может проявляться не только при ультра-больших энергиях частиц, но и при энергиях электронов в несколько десятков Мэв в миллиметровом диапазоне излученных волн. В рассматриваемом случае длина когерентности процесса излучения может принимать

столь макроскопические размеры, что в ее пределах может находиться не только мишень, но и вся детектирующая аппаратура. При этом открываются новые возможности в проявлении электрона с неравновесным полем в излучении, связанные с наличием больших не только продольных, но и поперечных размеров, ответственных за процесс излучения. Мы показываем, что в рассматриваемом случае характеристики тормозного излучения могут существенно зависеть как от размера детектора, так и от его положения относительно точки рассеяния. Возникающие при этом эффекты в тормозном излучении близки к аналогичным эффектам в переходном излучении в предволновой зоне [10–13]. Мы показываем также, что состояние электрона с неравновесным полем существенно проявляется в процессе последующего переходного излучения такого электрона. При этом возможен как эффект подавления переходного излучения, так и осцилляторный характер зависимости характеристик излучения от расстояния между пластинкой, на которой происходит переходное излучение, и точкой рассеяния электрона. Обсуждаются причины, приводящие к таким эффектам.

2. Если скорость электрона испытывает резкое изменение в момент времени $t = 0$ от направления начального движения \mathbf{v} к конечному направлению движения \mathbf{v}' , то при $t > 0$ запаздывающее решение для скалярного потенциала электромагнитного поля имеет следующий вид [14, 15]:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \theta(r - t)\varphi_{\mathbf{v}}(\mathbf{r}, t) + \theta(t - r)\varphi_{\mathbf{v}'}(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

¹⁾ e-mail: shulga@kipt.kharkov.ua

²⁾ N.F. Shyl'ga, S.V. Trofymenko, V.V. Syshchenko

где $\varphi_{\mathbf{v}}$ и $\varphi_{\mathbf{v}'}$ – кулоновские потенциалы электронов, движущихся равномерно и прямолинейно вдоль осей z и z' (см. рис.1). Скорость света c положена равной единице.

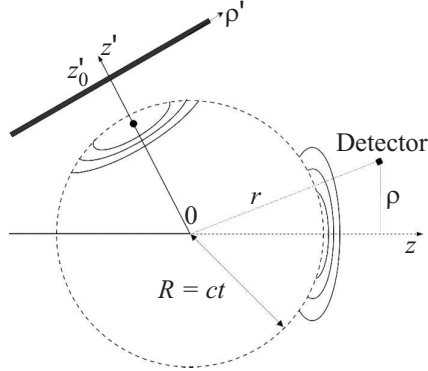


Рис.1. Нормальное падение рассеявшегося электрона с неравновесным полем на тонкую идеально проводящую пластинку

Первое слагаемое в (1) описывает “сорвавшееся” при рассеянии с частицы поле. Оно отлично от нуля вне сферы радиуса $r = t$ с центром в точке, где произошло рассеяние.

Второе слагаемое в (1) представляет собой кулоновское поле, которое на данный момент времени успел “нарастить” вокруг себя электрон, движущийся со скоростью \mathbf{v}' в направлении рассеяния. Это поле отлично от нуля внутри сферы $r = t$, то есть в пространственной области, до которой успел дойти сигнал о рассеянии электрона. Фурье-разложение этого слагаемого представляет собой сумму фурье-разложений кулоновского поля электрона, движущегося в направлении \mathbf{v}' , и пакета свободных волн $\varphi_{\mathbf{v}'}^f$, движущегося в этом направлении:

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathbf{v}'} + \varphi_{\mathbf{v}'}^f &= \theta(t-r)\varphi_{\mathbf{v}'}(\mathbf{r}, t) = \\ &= \frac{e}{2\pi^2} \operatorname{Re} \int \frac{d^3k}{k} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} [e^{-i\mathbf{k}\mathbf{v}'t} - e^{-ikt}]}{k - \mathbf{k}\mathbf{v}'}, \end{aligned} \quad (2)$$

Аналогичное (1) выражение имеет место и для векторного потенциала рассматриваемого поля.

Согласно (2), в окружающем электрон поле в течение длительного времени $\Delta t \approx 2\gamma^2/\omega$ подавлены фурье-компоненты, вносящие основной вклад в кулоновское поле электрона. О таком состоянии электрона говорят как об электроне с неравновесным собственным полем.

Для частиц с энергией в несколько десятков мЭВ в миллиметровом диапазоне волн электрон в таком

состоянии может проходить макроскопические расстояния, достигающие нескольких десятков метров. Покажем, что переходное излучение электрона с неравновесным полем в этом случае может существенно отличаться от переходного излучения частицы, движущейся все время равномерно и прямолинейно. Рассмотрим с этой целью переходное излучение “назад”, возникающее на идеально проводящей пластинке, расположенной на расстоянии z'_0 от точки рассеяния в направлении конечного движения электрона (см. рис.1). Падающее на пластинку поле в этом случае представимо в виде фурье-разложения (2). Используя граничное условие, согласно которому тангенциальная (вдоль ρ') компонента суммарного электрического поля на поверхности пластинки равна нулю, находим, что в направлении “назад” в волновой зоне (то есть при $-z' \gg 2\gamma^2/\omega$) тангенциальная составляющая гармоники электрического поля переходного излучения имеет вид

$$\mathbf{E}_{\omega\perp}^f(\mathbf{r}) = \frac{2e e^{i\omega r}}{v' r} \frac{\vartheta}{\vartheta^2 + 1/\gamma^2} \left\{ e^{i\frac{z'_0\omega}{2\gamma^2}(1+\gamma^2\vartheta^2)} - v' \right\}, \quad (3)$$

где ось z' направлена вдоль вектора скорости \mathbf{v}' и угол ϑ отсчитывается от направления $-\mathbf{v}'$, r – расстояние от точки пересечения электроном пластинки до точки, в которой рассматривается электрическое поле, $r \approx z'_0 - z' + \rho'^2/2(z'_0 - z')$, γ – лоренц-фактор электрона.

Для спектрально-угловой плотности переходного излучения “назад” в этом случае получаем:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\vartheta} &= \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\vartheta^2}{(\vartheta^2 + \gamma^{-2})^2} \times \\ &\times 2 \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\omega z'_0}{2} (\gamma^{-2} + \vartheta^2) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Формула (4) отличается от соответствующего выражения для спектрально-угловой плотности переходного излучения электрона с равновесным полем интерференционным членом в фигурных скобках и коэффициентом два перед этими скобками. Согласно (4), при выполнении условия $z'_0 \ll 2\gamma^2/\omega$ имеет место подавление переходного излучения “назад” по сравнению с переходным излучением частицы, движущейся все время без рассеяния вдоль оси z' . Этот эффект обусловлен длительным существованием электрона в состоянии с неравновесным полем, при котором продолжительное время в окружающем электрон электромагнитном поле подавлены фурье-компоненты с волновым вектором \mathbf{k} , вносящие основной вклад в кулоновское поле электрона.

При $z'_0 \geq 2\gamma^2/\omega$, согласно (4), имеют место осцилляции интенсивности излучения с увеличением z'_0 с периодом

$$\Lambda = 4\pi/\omega(\vartheta^2 + \gamma^{-2}) \quad (5)$$

порядка длины когерентности процесса излучения. Наблюдение таких осцилляций возможно при расстояниях z'_0 , удовлетворяющих условию

$$z'_0 < 2\pi/\Delta\omega(\vartheta^2 + \gamma^{-2}), \quad (6)$$

где $\Delta\omega$ – разрешающая способность детектора по частоте ω . При больших расстояниях, $z'_0 \gg \Lambda$, вследствие ненулевой разрешающей способности детектора рассматриваемые осцилляции исчезают, и спектрально-угловая плотность излучения (4) представляет собой сумму вкладов в переходное излучение от отразившегося от пластинки собственного поля электрона и поля тормозного излучения в этом направлении. Вклады этих полей в интенсивность переходного излучения одинаковы, что приводит к появлению коэффициента два перед фигурной скобкой в (4). Отметим, что этот результат справедлив для пластинки, имеющей достаточно большие поперечные размеры, в пределы которых попадает все тормозное излучение рассеянного электрона. Таким образом, формула (4) показывает, что возможность длительного существования электрона в состоянии с неравновесным полем должна проявляться и в процессе переходного излучения такого электрона.

3. При рассматриваемых энергиях электрона в миллиметровом диапазоне длин волн макроскопические размеры имеют не только продольные длины формирования излучения ($l_C \approx 2\gamma^2/\omega$), но и характерные поперечные расстояния, ответственные за процесс излучения ($l_T \approx \gamma/\omega$). Покажем, что при таких условиях результаты измерения характеристик тормозного излучения, возникающего при резком отклонении электрона на большой угол, существенно зависят от размера используемого детектора и от его положения относительно точки рассеяния. С этой целью рассмотрим задачу о детектировании точечным детектором “сорвавшегося” с электрона поля. Это поле представляет собой пакет свободных волн, который движется в направлении первоначальной скорости электрона \mathbf{v} и постепенно перестраивается в поле тормозного излучения [16]. Скалярный потенциал этого поля определяется первым слагаемым в (1). Его фурье-разложение имеет вид

$$\varphi_{\mathbf{v}}^f = \theta(r-t)\varphi_{\mathbf{v}}(\mathbf{r}, t) = \frac{e}{2\pi^2} \operatorname{Re} \int \frac{d^3k}{k} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - ikt}}{k - \mathbf{k}\mathbf{v}}, \quad (7)$$

где $k = \sqrt{k_z^2 + k_{\perp}^2}$, \mathbf{k}_z и \mathbf{k}_{\perp} – продольная и поперечная скорости \mathbf{v} составляющие вектора \mathbf{k} . Аналогичное (7) фурье-разложение можно получить и для векторного потенциала “сорвавшегося” поля.

Под точечным детектором в рассматриваемой задаче имеется в виду детектор, размеры которого малы по сравнению с поперечной длиной $\Delta\rho \approx \gamma/\omega$, в пределах которой при $t = 0$ сосредоточены в волновом пакете (7) фурье-компоненты с частотой ω ($k = |\omega|$). Такой детектор фиксирует электромагнитное излучение с частотой ω , которое попало в малую пространственную область координат, где расположен детектор (см. рис.1). Спектрально-угловую плотность этого излучения можно вычислить, используя фурье-разложения скалярного φ^f и векторного \mathbf{A}^f потенциалов “сорвавшегося” поля.

Для характерных углов излучения в релятивистском случае $\vartheta \approx 1/\gamma$ в выражениях для φ^f и \mathbf{A}^f выполним разложение по малому параметру k_{\perp}/k до второй степени включительно. В рамках используемого приближения $|\mathbf{A}_{\omega}^f| = |\varphi_{\omega}^f|$ и для спектрально-угловой плотности тормозного излучения в точке с координатами $\mathbf{r} = (\rho, z)$, в которой расположен точечный детектор, получается выражение

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \frac{r^2}{4\pi^2} |\mathbf{E}_{\omega\perp}(\mathbf{r})|^2 = \left(\frac{2e^2\xi}{\pi v} \right)^2 \left| \int_0^{\infty} x^2 dx \frac{J_1(x\xi\vartheta)}{x^2 + \gamma^{-2}} \cos(\omega z x^2/2) \right|^2, \quad (8)$$

где $\xi = \omega z$. Это выражение для спектрально-угловой плотности излучения справедливо как в волновой ($z \gg l_C$), так и в предволновой ($z \leq l_C$) зонах.

Если $z \gg l_C$, то вычислить интеграл по x в (8) можно на основе метода стационарной фазы. Тогда эта формула дает известный результат теории тормозного излучения [17]:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\vartheta^2}{(\vartheta^2 + \gamma^{-2})^2}. \quad (9)$$

Иная ситуация имеет место при рассмотрении процесса тормозного излучения на малых расстояниях от точки рассеяния $z \ll l_C$. В этой области координат формула (8) приводит к следующему спектрально-угловому распределению излучения:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \frac{4e^2}{\pi^2} \frac{1}{\vartheta^2} \sin^2 \left(\frac{\omega z \vartheta^2}{4} \right). \quad (10)$$

Из этого выражения следует, что в предволновой зоне излучение в основном сосредоточено в области характерных углов $\vartheta \approx 1/\sqrt{\omega z}$, которые превышают характерные углы излучения в волновой зоне ($\vartheta \approx 1/\gamma$).

Это означает, что при расположении точечного детектора в предволновой зоне ($z \leq l_C$) измеренное им угловое распределение тормозного излучения более широкое, чем распределение, регистрируемое таким детектором в волновой зоне ($z \gg l_C$). Кроме этого, на малых расстояниях от точки рассеяния, как следует из (10), спектр тормозного излучения начинает зависеть от частоты излученных волн.

Полученные выше результаты соответствуют случаю, когда измерения проводятся точечным детектором на различных расстояниях от точки рассеяния. Измерения, однако, могут проводиться и детектором, размеры которого значительно превосходят характерные поперечные расстояния процесса излучения $\Delta\rho \approx \gamma/\omega$. Такой детектор, в отличие от точечного, фиксирует все волны с частотой ω , излученные в направлении волнового вектора \mathbf{k} при рассеянии электрона. Для того чтобы вычислить спектрально-угловое распределение тормозного излучения, регистрируемое протяженным детектором, который представляет собой площадку больших размеров, необходимо выражение (8) проинтегрировать по всей рассматриваемой площадке и полученный результат представить в виде интеграла по направлениям волновых векторов излученных волн. Подынтегральная функция при этом будет представлять собой искомое распределение. В данном случае для него получается выражение (9), которое не зависит от расстояния от детектирующей плоскости до точки рассеяния. Поэтому угловое распределение излученных волн с заданным вектором \mathbf{k} как в волновой, так и в предволновой зонах одинаково. Другими словами, показания детектора, размеры которого больше размеров эффективной поперечной области, ответственной за формирование излучения $\Delta\rho \approx \gamma/\omega$, не будут зависеть от расстояния от детектора до точки рассеяния. Они также не зависят от частоты регистрируемых фотонов и в точности совпадают с показаниями точечного детектора на больших расстояниях от точки рассеяния ($z \gg l_C$). На малых же расстояниях от точки рассеяния ($z < l_C$) точечный детектор будет регистрировать более широкое распределение излучения в соответствии с формулой (10).

Аналогичные эффекты, связанные с большими поперечными радиационными длинами, имеют место и для переходного излучения “назад” при пересечении электроном тонкой металлической пластинки [10 – 13]. Это объясняется тем, что структура полей, возникающих в этом случае, аналогична той, что имеет место при мгновенном рассеянии электрона на большой угол. Действительно, при пересечении электро-

ном тонкой металлической пластинки с использованием граничного условия для поля на ее поверхности, поле переходного излучения можно представить в виде фурье-разложения:

$$\varphi^f(\mathbf{r}, t) = -\frac{e}{2\pi^2 v} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{-i\omega t} \times \\ \times \int \frac{d^2 k_{\perp}}{k_{\perp}^2 + \omega^2/(v^2 \gamma^2)} e^{i(\omega z \sqrt{1-k_{\perp}^2/\omega^2} + \mathbf{k}_{\perp} \rho)}. \quad (11)$$

Аналитически вычисляя интеграл (11), приходим к явному выражению для потенциала суммарного поля после пересечения электроном пластинки:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = [\varphi_{\mathbf{v}}(\mathbf{r}, t) - \varphi_{-\mathbf{v}}(\mathbf{r}, t)] \times \\ \times [\vartheta(r-t)\vartheta(-z) + \vartheta(t-r)\vartheta(z)], \quad (12)$$

где $\varphi_{\mathbf{v}}$ и $\varphi_{-\mathbf{v}}$ – кулоновские потенциалы электрона и его изображения в пластинке. Картина эквипотенциальных поверхностей поля, определяемого выражением (12), в ультрарелятивистском случае представлена на рис.2.

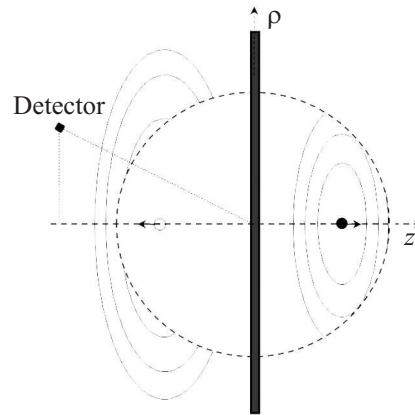


Рис.2. Суммарное поле в ультрарелятивистском случае после пересечения электроном тонкой идеально проводящей пластинки ($t > 0$)

Как видим, в ультрарелятивистском случае после пересечения пластинки электроном структура поля слева от пластинки (именно это поле образует переходное излучение “назад”) аналогична, но не тождественна, структуре поля, “сорвавшегося” при рассеянии с электрона. При этом поле вокруг электрона, прошедшего через пластинку, по своей структуре подобно неравновесному полю вокруг электрона, претерпевшего рассеяние. Такое структурное подобие полей и объясняет наличие аналогичных эффектов в

тормозном и переходном излучениях в рассмотренных случаях.

1. М. Л. Тер-Микаелян, *Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях*, Е.: Изд. АН Армянской ССР, 1969.
2. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, М.: Наука, 1989.
3. А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, *Электродинамика высоких энергий в веществе*, М.: Наука, 1993.
4. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, *ДАН СССР* **92**, 73 (1953).
5. А. Б. Мигдал, *ДАН СССР* **94**, 49 (1954).
6. Ф. Ф. Терновский, *ЖЭТФ* **39**, 171 (1960).
7. Н. Ф. Шульга, С. П. Фомин, *Письма в ЖЭТФ* **27**, 126 (1978).
8. S. Klein, *Rev. of Mod. Phys.* **71**, 1501 (1998).
9. H. D. Thomsen et. al, *Phys. Rev. D* **81**, 052003 (2010).
10. V. A. Verzilov, *Phys. Lett. A* **273**, 135 (2000).
11. Н. Ф. Шульга, С. Н. Добровольский, *ЖЭТФ* **117**, 668 (2000).
12. M. Castellano, V. Verzilov, L. Catani et al. *Phys. Rev. E* **67**, 015501 (2003).
13. А. П. Потылицын, М. И. Рязанов, М. И. Стриханов, А. А. Тищенко, *Дифракционное излучение релятивистских частиц: учебное пособие*, Томск: Изд. Томского политехнического университета, 2008.
14. Е. Л. Фейнберг, *ЖЭТФ* **50**, 202 (1966).
15. А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, *УФН* **151**, 385 (1987).
16. N. F. Shul'ga, V. V. Syshchenko, and S. N. Shul'ga, *Phys. Lett. A* **374**, 331 (2009).
17. Б. М. Болотовский, А. В. Серов, *УФН* **167**, 1107 (1997).