Письма в ЖЭТФ, том 93, вып. 6, с. 341 – 345

Попутное отражение света от движущейся неоднородности

Н. Н. Розанов[1)]*, *Н. В. Высотина*, *А. Н. Шацев*

ФГУП НПК "Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова", 199034 С.-Петербург, Россия

* *Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики 197101 Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 13 декабря 2010 г.

Проведен анализ отражения монохроматического и квазимонохроматического импульсного светового излучения, падающего на движущуюся неоднородность оптических характеристик среды с плазменным типом частотной дисперсии. Скорость V движения неоднородности, наводимой в среде интенсивным лазерным импульсом, варьируется за счет перестройки его несущей частоты. Показано, что обычный режим встречного отражения, когда импульс отраженного излучения движется в направлении, противоположном направлению движения падающего излучения, реализуется, только если скорость V меньше критического значения $V_{\min}$, зависящего от несущей частоты импульса падающего излучения. Обнаружено, что в определенном интервале скоростей $V_{\min} < V < V_{\max}$ отраженное излучение движется в ту же сторону, что и падающее (эффект попутного отражения). При этом импульс отраженного излучения постепенно отстает от быстро убегающей неоднородности. При $V_{\max} < V < c$, где c – скорость света в вакууме, групповая скорость импульса падающего излучения меньше скорости движения неоднородности, так что отражения не происходит. Аналитическое рассмотрение подтверждено численным моделированием.

Параметрический эффект Доплера [1] может быть реализован в неподвижной нелинейной среде за счет движения в ней неоднородности, индуцированной распространением солитона [2] или интенсивного лазерного импульса [3 – 7] (см. также аналогии с астрофизическими черными дырами [8, 9]). В среде с дисперсией частота отраженного от движущейся неоднородности излучения определяется нелинейным уравнением, которое может иметь одно (обычный эффект Доплера), несколько (сложный эффект Доплера [10]) или ни одного [6] решения. В последнем случае характер отражения излучения заранее не ясен, и его определение служит основной задачей данного сообщения.

Как и в [3 – 7], рассматриваем распространение в неподвижной изотропной среде слабоинтенсивных плоских электромагнитных волн вдоль оси z (в прямом и обратном направлениях). По среде движется локализованная неоднородность, например, показателя преломления, с неизменным профилем и постоянной скоростью V. Пусть падающее излучение является монохроматическим с частотой ω_i и определяемым ею вещественным волновым числом k_i (режимы плоских однородных волн). Для определенности полагаем, что в существенной спектральной области диэлектрическая ε и магнитная μ проницаемости положительны, тогда направления волнового вектора и вектора Пойнтинга (потока энергии) совпадают. Отраженное излучение характеризуется частотой ω_r и волновым числом k_r. Связь волнового числа с частотой дается стандартным дисперсионным соотношением $k^2(\omega) = (\omega/c)^2\varepsilon(\omega)\mu(\omega)$, где c – скорость света в вакууме. При нахождении отсюда волнового числа возникает вопрос о выборе ветви квадратного корня. Для падающей волны знак корня определяется заданием направления распространения рассматриваемой волны, совпадающим с направлением среднего за оптический период потока электромагнитной энергии (вектора Пойнтинга). Используем комплексную форму записи волн вида $\exp(ikz - i\omega t)$, где t – время. Тогда при распространении падающего излучения в положительном направлении оси z

$$k_i = \frac{\omega_i}{c}\sqrt{\varepsilon(\omega_i)\mu(\omega_i)} > 0. \qquad (1)$$

Для отраженной волны имеет место аналогичное соотношение с заменой $\omega_i \to \omega_r$, но знак волнового числа k_r мы пока не будем фиксировать. Соответственно, в области однородной среды ($z \to -\infty$) компоненты полей имеют вид

$$A\exp(ik_iz - i\omega_it) + B\exp(ik_rz - i\omega_rt). \qquad (2)$$

Из условий непрерывности на движущемся переднем фронте неоднородности с координатой $z = Vt$ следует, в частности, что показатели экспонент в (2) должны совпадать в любой момент времени, так что

$$k_iV - \omega_i = k_rV - \omega_r. \qquad (3)$$

[1)]e-mail: nrosanov@yahoo.com

Это соотношение служит уравнением для определения частоты отраженной волны, но в нем пока не определенным остается знак волнового числа отраженной волны. Как мы увидим, в зависимости от условий реализуются два режима: режим встречного отражения ($k_r < 0$), когда (3) принимает форму (подкоренные выражения считаются положительными)

$$\left(1 - \frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}\right)\omega_i = \left(1 + \frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}\right)\omega_r, \qquad (4)$$

и режим попутного отражения ($k_r > 0$), для которого

$$\left(1 - \frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_i\mu_i}\right)\omega_i = \left(1 - \frac{V}{c}\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}\right)\omega_r. \qquad (5)$$

Отметим, что частота ω_r определяется не зависимо от вида неоднородности как для монохроматического [4 – 6], так и для квазимонохроматического (импульсного) излучений [7], а сам эффект отражения вызван градиентом неоднородности, не учитываемым в стандартных приближениях медленно меняющихся амплитуд и однонаправленного распространения.

Плазменная дисперсия. Хотя характер режимов отражения не зависит от конкретного вида частотной зависимости ε и μ, удобно проиллюстрировать эти режимы для плазменного типа дисперсии как наиболее универсального для высоких частот и оправданного даже за рамками макроскопической электродинамики [11]. Наиболее важным здесь свойством среды служит наличие разрешенной и запрещенной зон для распространения излучения. Итак, рассмотрим немагнитную бесстолкновительную плазму в области прозрачности:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2, \quad \mu = 1, \quad \omega^2 > \omega_p^2, \qquad (6)$$

где $\omega_p^2 = 4\pi Ne^2/m$ – плазменная частота, N – концентрация электронов, e и m – их заряд и масса. При этом фазовая и групповая скорости, а также параметр квадратичной дисперсии имеют вид

$$\frac{V_{ph}}{c} = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{-1/2} > 1, \quad \frac{V_{gr}}{c} = \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{1/2} < 1,$$

$$\frac{d^2k}{d\omega^2} = -\frac{\omega_p^2}{c}(\omega^2 - \omega_p^2)^{-3/2}. \qquad (7)$$

Для случая однородных волн не зависимо от выбора знака k_r получаем для частоты отраженной волны

$$\omega_r = \frac{1}{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}\left[\left(1 + \frac{V^2}{c^2}\right)\omega_i - 2\frac{V}{c}\sqrt{\omega_i^2 - \omega_p^2}\right],$$

$$\omega_{i,r}^2 > \omega_p^2. \qquad (8)$$

Режим встречного отражения ($k_r < 0$). Этот режим, детально проанализированный в [4 – 6], существует, если скорость движения неоднородности меньше критического значения, зависящего от частоты падающего излучения:

$$\frac{V}{c} < \frac{V_{\min}}{c} = \sqrt{\frac{\omega_i - \omega_p}{\omega_i + \omega_p}}. \qquad (9)$$

Это зона I на изображенной на рис.1 области параметров. При фиксированной частоте падающего

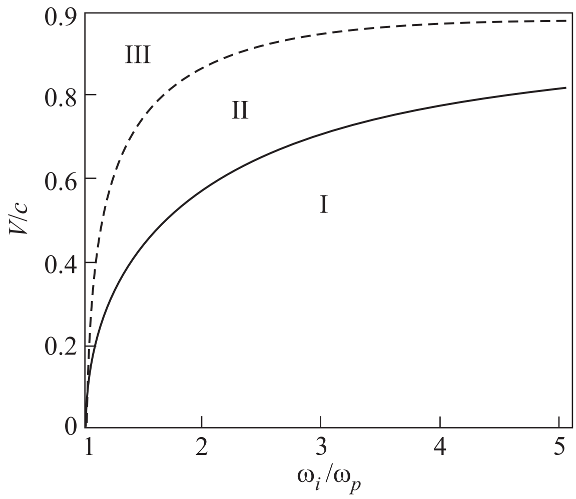

Рис.1. Разделение области параметров – скорости движения неоднородности V и частоты падающего излучения ω_i – на зоны, отвечающие различным режимам отражения: I – режим встречного отражения, II – режим попутного отражения, III – режим отсутствия отражения

излучения при увеличении частоты ω_r в интервале $\omega_p \le \omega_r < +\infty$ функция $V(\omega_r)$ монотонно убывает от максимального значения $V_{\min}$ при $\omega_r = \omega_p$ до $V_\infty = -c$ при $\omega_r \to \infty$, обращаясь в нуль при $\omega_r = \omega_i$. Групповая скорость для отраженной волны в этом режиме отрицательна ввиду движения этой волны в сторону отрицательных значений оси z. При фиксированной скорости движения неоднородности и увеличении частоты падающего излучения ω_i частота отраженной волны ω_r монотонно возрастает.

Режим попутного отражения. Если скорость движения неоднородности превышает приведенное в (9) критическое значение, $V > V_{\min}$, то режим встречного движения становится невозможным (уравнение (4) не имеет решений, и, соответственно, условия сшивания на фронте неоднородности для этого режима не выполняются). Рассмотрим возможность реализации при этом режима попутного отражения. Для него из (5) получим

$$\omega_i - \frac{V}{c}\sqrt{\omega_p^2-\omega_i^2} = \omega_r - \frac{V}{c}\sqrt{\omega_p^2-\omega_r^2},\ \ \omega_{ir}^2 > \omega_p^2. \quad (10)$$

Из (10) следует

$$V = \frac{\omega_i - \omega_r}{\sqrt{\omega_i^2-\omega_p^2}-\sqrt{\omega_r^2-\omega_p^2}}. \quad (11)$$

Этот режим отвечает зоне II рис.1. Общее для зон I и II выражение групповой скорости для отраженной волны такое:

$$V_g = \mathrm{sign}(V - V_{\min})\sqrt{1-\frac{\omega_p^2}{\omega_r^2}},\ \ \omega_{i,r}^2 > \omega_p^2. \quad (12)$$

При фиксированной частоте падающей волны и увеличении скорости V частота отраженной волны в зоне II монотонно возрастает, достигая при

$$\frac{V_{\max}}{c} = \sqrt{1-\frac{\omega_p^2}{\omega_i^2}} \quad (13)$$

значения $\omega_r = \omega_i$. При этом групповая скорость для отраженного излучения возрастает от 0 до V – скорости движения неоднородности. Соответственно, режим попутного отражения реализуется в диапазоне (см. рис.1)

$$V_{\min} < V < V_{\max}. \quad (14)$$

На границе между режимами встречного и попутного отражений, то есть при $V = V_{\min}$, частота отраженного излучения отвечает границе между разрешенной и запрещенной зонами: $\omega_r = \omega_p$, и при этом параметр квадратичной дисперсии в (7) обращается в бесконечность, так что импульс с такой центральной частотой и узким спектром быстро расплывается.

При дальнейшем увеличении скорости неоднородности $V_{\max} < V < c$ эта скорость уже превышает групповую скорость для частоты падающего излучения. Тогда неоднородность убегает от "медленного" падающего импульса, отражения основной части импульса не происходит, чем и объясняется отсутствие решений уравнения (3) в этом случае (для монохроматического излучения такой режим не имеет физического смысла). При $V > c$ рассматриваемые режимы неустойчивы, так как скорость движения неоднородности превышает фазовую скорость для высокочастотного излучения, так что даже в отсутствие падающего излучения в среде возникает излучение Вавилова–Черенкова.

В представленном выше анализе не использовался явный вид профиля неоднородности, он важен для нахождения не частот, а амплитуд отраженных неоднородностью волн [4–6]. Отметим, что в обычном приближении медленно меняющихся амплитуд [12] анализируемое отражение и рассматриваемые нами эффекты отсутствуют, так как они вызваны градиентом неоднородности.

Численный расчет. Решаем одномерное волновое уравнение в вакууме и плазме:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial j}{\partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (15)$$

и уравнение Друде для плотности электрического тока j:

$$\frac{\partial j}{\partial t} + \gamma j = \frac{\omega_p^2}{4\pi}E, \quad (16)$$

где γ – частота столкновений электронов. В вакууме, где концентрация электронов $N = 0$, к границе среды с концентрацией вида

$$N = N_0 + \delta N(z - Vt) \quad (17)$$

распространяется импульс с электрическим полем

$$E_i = \exp\left(-\frac{(z - Vt - z_0)^2}{w_i^2}\right)\cos\left(\frac{\omega_i}{c}(z - Vt)\right). \quad (18)$$

А точнее, обеспечивается нулевое значение поля в среде в начальный момент времени. Граница между вакуумом и средой (точка $z = z_b$) характеризуется шириной размытия w_b:

$$N_0(z) = \frac{N^{(0)}}{2}(1 + \mathrm{th}[(z - z_b)/w_b]). \quad (19)$$

Профиль движущейся неоднородности δN близок к прямоугольному с полушириной w (супергауссова функция высокой степени). В расчетах концентрация нормируется на величину $N_c = m\omega_i^2/4\pi e^2$, а координата домножается на волновое число падающего излучения в вакууме, $k_i = \omega_i/c$.

На рис.2 приведены два примера расчета, отвечающие режиму встречного отражения ($V/c = 0.2$, зона I) и попутного отражения ($V/c = 0.3$, зона II). Расчеты полностью согласуются с изложенным выше аналитическим описанием. Здесь они представлены для сравнительно большой амплитуды неоднородности, так как в противном случае отраженное излучение слабое, хотя траектория отраженного импульса имеет тот же характер. Расчеты показывают, что учет слабого поглощения не меняет основного результата.

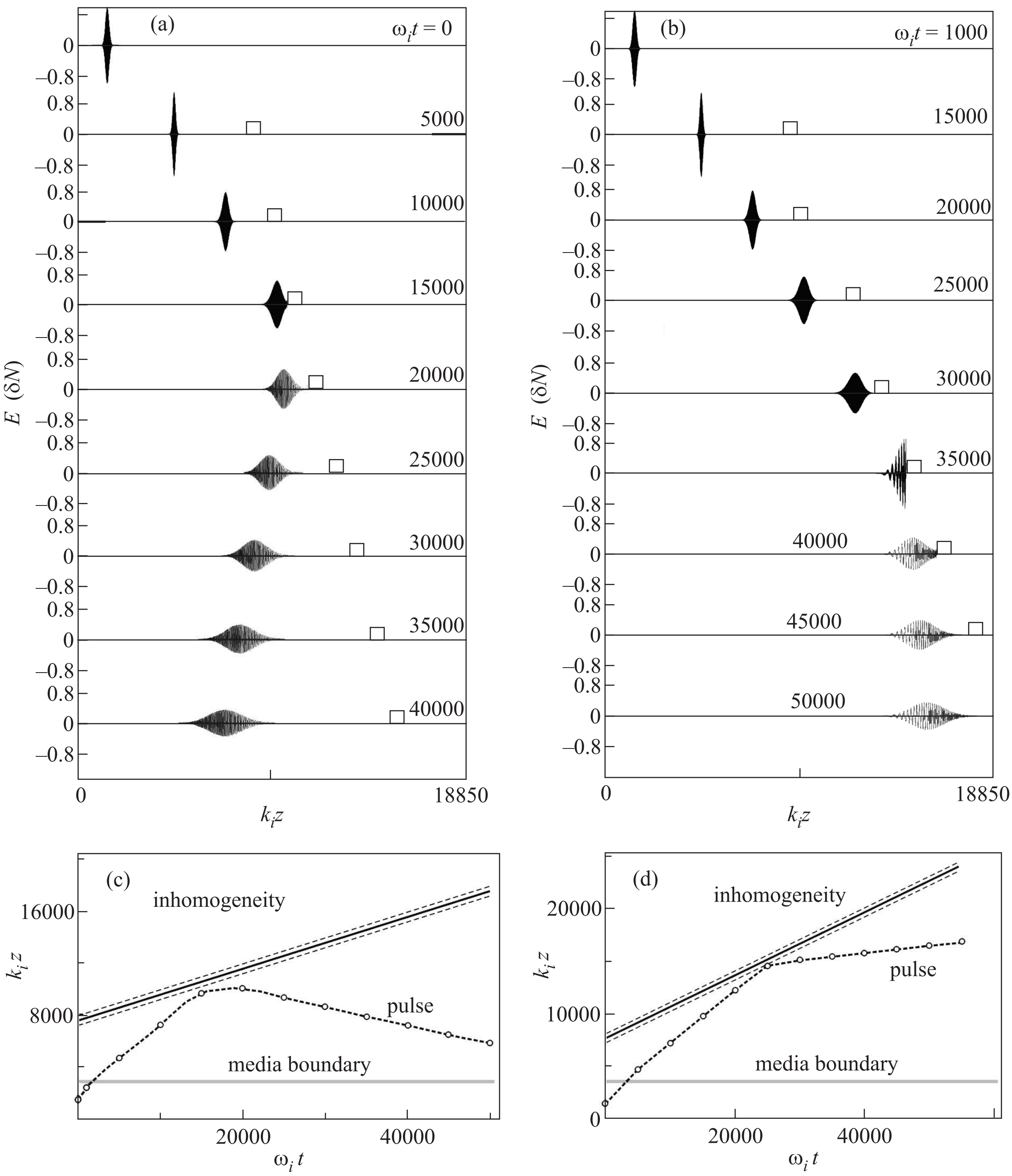

Рис.2. Столкновение импульса излучения с движущейся неоднородностью среды; (a), (b) – продольное распределение напряженности электрического поля E и близкий к прямоугольному профиль неоднородности в различные моменты времени t, граница вакуума и среды показана вертикальной прямой; (c), (d) – прямые показывают траекторию движения неоднородности (сплошная линия – центр неоднородности, штриховые прямые – ее края), а пунктирные кривые – траектории падающего и отраженного импульсов, горизонтальная прямая – граница между вакуумом и средой. Параметры: $\gamma = 0$, $N^{(0)}/N_c = 0.75$, $\delta N/N_c = 0.25$, $k_i w_i = 20$, $k_i w = 60$, $k_i w_b = 0.01$, $V/c = 0.2$ (a), (c) и 0.3 (b), (d)

Таким образом, последовательное рассмотрение отражения электромагнитного излучения от движущейся неоднородности требует перехода от монохроматического излучения к квазимонохроматическому. Это позволяет выявить невозможный для света в вакууме режим попутного отражения и объяснить отсутствие режима монохроматического отражения при сравнительно высоких скоростях движения неоднородности. Природа режима попутного отражения излучения кинематическая и объясняется тем, что излучение заимствует у среды с дисперсией определенные корпускулярные свойства. Поясним это следующей аналогией. Сопоставим падающее излучение отдельным не взаимодействующим друг с другом классическим частицам, летящим с постоянной скоростью v вдоль оси z (для простоты считаем все скорости нерелятивистскими). Эти частицы налетают на массивное зеркало, движущееся с заданной скоростью V. Скорость упруго отразившихся частиц $2V - v$ (так как в системе отсчета, связанной с зеркалом, скорость падающих и отраженных частиц равна, соответственно, $v - V$ и $V - v$, что и дает приведенное выражение для скорости в лабораторной системе координат). Отсюда следует, что при $V < V_{\min}$, где $V_{\min} = v/2$, реализуется встречное движение отраженных частиц (режим встречного отражения). При $V_{\min} < V < V_{\max}$, где $V_{\max} = v$, отраженные частицы летят в том же направлении, что и падающие (режим попутного отражения), а при $V > V_{\max}$ отражения не происходит. Отличия классических частиц от волновых пакетов заключаются в том, что для последних в общем случае присутствует как отражение, так и прохождение, и импульс света всегда содержат высокочастотные составляющие, которые будут отражаться нормально.

Выше мы использовали плазменный закон дисперсии среды. Существенным здесь является наличие разрешенной ($\omega^2 > \omega_p^2$) и запрещенной ($\omega^2 < \omega_p^2$) зон для распространения излучения, причем режим попутного отражения возникает, когда сдвинутая из-за эффекта Доплера частота отраженного излучения приближается к границе зон. Зонная структура типична и для фотонных кристаллов и метаматериалов с периодической пространственной модуляцией показателя преломления [13]. С учетом прогресса в изготовлении этих искусственных материалов представляется возможным экспериментальное наблюдение в них аналогичных эффектов.

Авторы благодарны Ю.С. Кившарю за полезные обсуждения. Работа входит в план грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 09-02-12129-офи_м и Министерства образования и науки РНП # 2.1.1/9824.

1. В. А. Михельсон, Журн. Русск. физ.-хим. об-ва, часть физич. **31**, 119 (1899).
2. В. И. Рупасов, Квант. электрон. **9**, 2127 (1982).
3. Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **88**, 577 (2008).
4. Н. Н. Розанов, ЖЭТФ **135**, 154 (2009).
5. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **106**, 487 (2009).
6. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **108**, 668 (2010).
7. Н. Н. Розанов, Опт. и спектр. **109**, 1200 (2010).
8. T. G. Philbin, C. Kuklewicz, S. Robertson et al., Science **319**, 1367 (2008).
9. S. Robertson and U. Leonhardt, Phys. Rev. A **81**, 063835 (2010).
10. И. М. Франк, Изв. АН СССР **6**, 3 (1942).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
12. V. E. Lobanov and A. P. Sukhorukov, Phys. Rev. A **82**, 033809 (2010).
13. *Nonlinearities in Periodic Structures and Metamaterials*. Eds. C. Denz, S. Flach, and Yu. S. Kivshar, Heidelberg: Springer, 2010.