## Влияние межслойных одночастичных перескоков на температуру перехода в сверхпроводящее состояние

И. А. Макаров $^{+1}$ , С. Г. Овчинников $^{+*2}$ 

+ Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отд. РАН, 660036 Красноярск, Россия

\* Сибирский государственный аэрокосмический университет им. М.Ф. Решетнева, 660014 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 11 февраля 2011 г.

Известно, что для ВТСП купратов существует зависимость температуры перехода в сверхпроводящее состояние от количества CuO<sub>2</sub>-слоев в элементарной ячейке. Очевидным следствием многослойности является возможность межслойных перескоков. Полагая, что межслойные перескоки задаются параметром  $t_{\perp}(\mathbf{k}) = t_{\perp} (\cos(k_x) - \cos(k_y))^2$ , на примере двухслойного купрата мы получаем спектр квазичастичных возбуждений в сверхпроводящем состоянии в рамках  $t - t' - t'' - t_{\perp} - J^*$ -модели в рамках обобщенной теории среднего поля. Оказалось, что межслойные перескоки не создают дополнительного механизма куперовского спаривания и не повышают  $T_c$ . На концентрационной зависимости температуры перехода в сверхпроводящее состояние межслойное расщепление верхней хаббардовской зоны квазичастиц проявляется в виде двух пиков с температурами, меньшими максимальной  $T_c$  в однослойном купрате. Выяснено, что межслойные магнитные корреляции антиферромагнитного характера подавляют межслойное расщепление, что вероятно и приводит к единой концентрационной зависимости  $T_c$  для однослойных и двухслойных купратов.

1. Вопрос о механизме сверхпроводимости в ВТСП купратах остается до сих пор одним из наиболее острых в физике конденсированного состояния. На сегодняшний день самым вероятным кандидатом на роль механизма сверхпроводимости представляется спаривание за счет антиферромагнитного обмена в CuO<sub>2</sub>-плоскости. Однако в рамках этого механизма пока не удается объяснить некоторые важные эффекты. В частности, непонятно большое различие в температуре перехода в сверхпроводящее состояние (T<sub>c</sub>) у соединений с одинаковым числом слоев  $(La_2Sr_{2-x}CuO_4 - 40 \text{ K}, \text{ HgBa}_2CuO_4 - 90 \text{ K}), \text{ a}$ также рост  $T_c$  при увеличении числа слоев до n=3во всех семействах купратов [1]. Различие T<sub>c</sub> для однослойных купратов связывается с наличием или отсутствием дефектов в структуре, со степенью искривленности CuO<sub>2</sub>-плоскости [2]. Зависимость T<sub>c</sub> от количества CuO<sub>2</sub>-слоев может быть связана как с изменением дефектности структуры при добавлении еще одного слоя, так и непосредственно с процессами, характерными только для многослойных систем. В данной работе рассматривается наиболее очевидный и важный из таких процессов – перескоки дырок из одного слоя в другой. Для того чтобы выяснить, как влияют межслойные перескоки на Т<sub>с</sub> без подмешивания других эффектов, мы исследовали сверхпроводящую фазу двухслойного купрата типа

YBCO. Стехиометрическому составу двухслойного купрата соответствует одна дырка в каждой CuO<sub>2</sub>плоскости. За исключением отсутствия одного атома апического кислорода каждый слой повторяет элементарную ячейку соединения La<sub>2</sub>Sr<sub>2-x</sub>CuO<sub>2</sub>, электронная структура которого подробно изучена в работах [3, 4]. Данный факт определяет наш подход к изучению рассматриваемой двухслойной системы: мы предполагаем, что добавление второго медно-кислородного слоя не меняет электронную структуру CuO<sub>2</sub>-слоя, но появляется возможность перескоков квазичастиц между слоями, что приводит к расщеплению зон одного слоя на связывающую и антисвязывающую зоны ("bilayer splitting") [5-11].

**2.** В своем исследовании мы отталкиваемся от  $t - t' - t'' - t_{\perp} - J^*$ -модели (t - J-модель [12] с учетом соседей до третьей координационной сферы и с трехцентровыми перескоками в плоскости, а также межслойными перескоками), которая в режиме сильных электронных корреляций является эффективной низкоэнергетической моделью купратов. Гамильтониан  $t - t' - t'' - t_{\perp} - J^*$ -модели в случае двухслойного купрата в представлении операторов Хаббарда  $X_f^{\sigma S}$ , имеет вид

$$H_{t-t'-t''-t_{\perp}-J^{*}} = \sum_{f\alpha\sigma} \left(\varepsilon_{1}-\mu\right) \mathbf{X}_{f\alpha}^{\sigma\sigma} + \sum_{f\alpha} \left(\varepsilon_{2}-2\mu\right) \mathbf{X}_{f\alpha}^{SS} + \sum_{fg\alpha\sigma} t_{fg} \mathbf{X}_{f\alpha}^{S\sigma} \mathbf{X}_{g\alpha}^{\sigma\sigma} + \sum_{fg\alpha\sigma} J_{fg} \left(\mathbf{X}_{f\alpha}^{\sigma\bar{\sigma}} \mathbf{X}_{g\alpha}^{\bar{\sigma}\sigma} - \mathbf{X}_{f\alpha}^{\sigma\sigma} \mathbf{X}_{g\alpha}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}\right) -$$

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: macplay@mail.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>e-mail: sgo@iph.krasn.ru

$$-\sum_{mln\alpha\sigma}\frac{\tilde{t}_{ml}\tilde{t}_{ln}}{E_{ct}}(X_{m\alpha}^{S\sigma}X_{l\alpha}^{\sigma\bar{\sigma}}X_{n\alpha}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}-X_{m\alpha}^{S\sigma}X_{l\alpha}^{\bar{\sigma}\bar{\sigma}}X_{n\alpha}^{\sigma S})+H_{bil}.$$
 (1)

Здесь индекс  $\alpha$  указывает на верхнюю (u) или нижнюю (d) СuO<sub>2</sub>-плоскость,  $J_{fg} = 2\tilde{t}_{fg}^2/E_{ct}$ -параметр эффективного обменного взаимодействия за счет перескоков в нижнюю хаббардовскую зону и обратно,  $t_{fg}$  – межъячеечные внутризонные перескоки между ячейками,  $\tilde{t}_{fg}$ -межъячеечные межзонные перескоки между ячейками,  $E_{ct}$ -диэлектрическая щель с переносом заряда,  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ -энергии состояний ячейки с одной и двумя дырками. Межслойные перескоки учитываются путем включения в гамильтониан соответствующего слагаемого

$$H_{bil} = \sum_{f_u f_d \sigma} t_\perp(f_u, f_d) (\mathbf{X}_{f_u}^{S\sigma} \mathbf{X}_{f_d}^{\sigma S} + \text{h.c.}), \qquad (2)$$

где коэффициент  $t_{\perp}(f_u,f_d)$  представляет собой фурье-образ величины  $t_{\perp}(\mathbf{k}) = t_{\perp}(\cos(k_x) - \cos(k_y))^2$ и определяет зависимость величины интеграла перескока между слоями от расстояния до ячейки в соседней плоскости, в которую осуществляется перескок. Характерная зависимость  $t_{\perp}(\mathbf{k})$  от двумерного волнового вектора получена из зонных расчетов [13] в соответствии с эффективным перекрытием  $d_x$ орбиталей меди через реальное перекрытие s-орбиталей и подтверждена экспериментами ARPES [6, 7]. Для каждого CuO<sub>2</sub>-слоя мы используем параметры  $t - t' - t'' - J^*$ -модели, вычисленные в рамках LDA+GTB метода (первопринципные LDA расчеты + обобщенный метод сильной связи) в работе [4]. Спектр носителей тока (дырок) и поверхность Ферми в нормальной фазе с бислойным расщеплением в такой модели исследованы в работе [5]. Здесь мы в рамках зонной структуры [5] рассматриваем сверхпроводящую фазу в теории обобщенного среднего поля.

3. Для вычисления энергетических характеристик, таких как дисперсия и сверхпроводящая щель, мы используем уравнение движения для двухвременной запаздывающей внутриплоскостной функции Грина  $G_{k\sigma}^u = \langle X_k^{\sigma S} | X_k^{S \sigma} \rangle$ . Полученное с помощью метода неприводимых операторов Мори [4, 14–18] уравнение движения содержит высшие функции Грина, которые проектируются на базис нормальных,  $G_{k\sigma} = \langle X_k^{\sigma S} | X_k^{S \sigma} \rangle$ , и аномальных,  $F_{k\sigma} = \langle X_{-k}^{S \sigma} | X_k^{S \sigma} \rangle$ , функций Грина. В результате получаем аномальные средние  $B_{\perp q} = \langle X_{(u)q}^{\sigma S} X_{-q}^{\sigma S} \rangle$ , аномальные межслоевые средние  $B_{\perp q} = \langle X_{(u)q}^{\sigma S} X_{(d)-q}^{\sigma S} \rangle$  и энергетическую щель, которая включает в себя все возможные взаимодействия, приводящие к потенциальному спариванию двух частиц:

$$\Delta_{k} = -\frac{1}{N} \frac{1}{p_{\sigma} + x} \sum_{q} \left[ \left( 2t_{q} - p_{\sigma}(J_{k+q} + J_{k-q}) + 2p_{\sigma} \frac{\tilde{t}_{q}^{2}}{E_{ct}} - 4(p_{\sigma} + x) \frac{\tilde{t}_{k} \tilde{t}_{q}}{E_{ct}} \right) B_{q} + 2\tilde{t}_{\perp q} B_{\perp q} \right], \quad (3)$$

где  $p_{\sigma}$  является числом заполнения одночастичного состояния, x – количество допированных дырок на одну элементарную ячейку, а выражение

$$ilde{t}_{\perp \, q} \!=\! (p_{\sigma}+x) t_{\perp} (\cos(q_x)-\cos(q_y))^2 \left(1+rac{3}{2}rac{C_{\perp}}{\left(p_{\sigma}+x
ight)^2
ight)}
ight)$$

определяет бислойное расщепление квазичастичной зоны одного CuO<sub>2</sub>-слоя, в котором  $C_{\perp} = \langle X_{fu}^{\sigma\bar{\sigma}} X_{fd}^{\bar{\sigma}\sigma} \rangle$ межслойный спиновый коррелятор. Первая часть выражения (3) связана с куперовским спариванием внутри CuO<sub>2</sub>-плоскости и была получена в работах [15, 16, 19]. Появление второй части является следствием включения перескоков между CuO<sub>2</sub>-слоями. Оба слагаемых пока сохраняют возможность для спариваний с любым типом симметрии. Выражение (3) справедливо для обеих CuO<sub>2</sub>-плоскостей, поскольку сверхпроводящие щели для верхнего и нижнего слоев полностью идентичны и по модулю, и по фазе (метод определения общего вида щели в многослойных соединениях подробно описан в работе [20]). Дисперсия зон в сверхпроводящем состоянии задается следующими законами:

$$E_{k}^{1,2} = \pm \sqrt{\left(\xi_{k} + \tilde{t}_{\perp k}\right)^{2} + \Delta_{k}^{2}},$$
  

$$E_{k}^{3,4} = \pm \sqrt{\left(\xi_{k} - \tilde{t}_{\perp k}\right)^{2} + \Delta_{k}^{2}},$$
(5)

где  $\xi_k$  – дисперсия нормальной фазы с учетом кинематических и спиновых корреляторов. Принимая во внимание  $d_{x^2-y^2}$ -симметрию щели  $\Delta_k =$  $= (\Delta_0/2)(\cos(k_x) - \cos(k_y))$  в приближении обмена  $J_{01}$  между ближайшими соседями, мы преобразуем уравнение на  $T_c$  к виду

$$1 = \frac{1}{N} p_{\sigma} J_{01} \sum_{q} \frac{\left(\cos(k_x) - \cos(k_y)\right)^2}{2} \times \left(\frac{1}{\xi_q + \tilde{t}_{\perp q}} \tanh \frac{\xi_q + \tilde{t}_{\perp q}}{2kT} + \frac{1}{\xi_q - \tilde{t}_{\perp q}} \tanh \frac{\xi_q - \tilde{t}_{\perp q}}{2kT}\right).$$
(6)

4. Решение уравнения (6) для зависимости  $T_c$  от *x* имеет неожиданный вид для сверхпроводящей фазы ВТСП купратов. Известно, что для всех купратов сверхпроводящая область фазовой диаграммы характеризуется одним максимумом  $T_c$ , который и соответствует оптимальному уровню допирования. В

Письма в ЖЭТФ том 93 вып. 5-6 2011



Рис.1. (а) Плотность состояний при x = 0.125 и  $t_{\perp} = 0.1$  эВ для двухслойного купрата (вертикальная линия обозначает уровень химпотенциала). Зависимость  $T_c$  от x для двухслойного купрата при b)  $t_{\perp} = 0.1$  эВ; (c)  $t_{\perp} = 0.02$  эВ; (d) Зависимость  $T_c$  от x для однослойного купрата

двухслойных купратах для  $t_{\perp} = 0.1\,\mathrm{sB}$  хорошо видны два максимума для T<sub>c</sub> (рис.1b). Происхождение этих максимумов вполне понятно. Вследствие бислойного расщепления вместо одной зоны для одной CuO<sub>2</sub>-плоскости появляются две зоны, связывающая и антисвязывающая, из-за чего в плотности состояний наблюдается две особенности ван Хова (рис.1а) [5, 21]. С изменением допирования пики в плотности состояний смещаются и меняется их интенсивность, однако сама двухпиковая структура остается. Совпадение уровня химического потенциала с каждой из особенностей ван Хова дает свой максимум в T<sub>c</sub>. Достаточно большой внутриячеечный межплоскостной интеграл перескока  $t_{\perp} = 0.1\,\mathrm{sB}$  приводит к большому расщеплению зон и, как следствие, большой разнесенности максимумов по уровню допирования, им соответствующему. Так, первый максимум приходится на x = 0.125, а второй – на x = 0.178. При уменьшении бислойного расщепления максимумы сближаются, но остаются различимыми вплоть до  $t_{\perp} = 0.05$  эВ. Далее мы видим только один широкий максимум, который с уменьшением  $t_{\perp}$  сужается (рис.1с) и при  $t_{\perp} = 0.01\,\mathrm{sB}$  его уже невозможно

отличить от концентрационной зависимости  $T_c$  для однослойных купратов (рис.1d). Максимальная величина  $T_c$  для двухслойных купратов меньше, чем для однослойных.  $T_c$  однослойных соединений является пределом роста максимальной  $T_c$  двухслойных при уменьшении связи между CuO<sub>2</sub>-слоями. Главным фактором, препятствующим возрастанию  $T_c$  с увеличением числа слоев, служит коэффициент 1/2перед суммой аномальных средних связывающей и антисвязывающей зон в выражении (6), в то время как дополнительных механизмов спаривания по сравнению с однослойным соединением не появилось.

Абсолютная величина максимумов в  $T_c$  также меняется, что сперва кажется странным. Однако на самом деле есть даже два фактора, влияющих на абсолютную величину  $T_c$ . Во-первых, бислойное расщепление сказывается не только на разнесении энергии зон, но и на различии в наборе волновых векторов, формирующих контур Ферми для определенной зоны. Другими словами, расщепление зоны по энергии происходит со смещением по волновым векторам. Следовательно, слагаемые (в сумме по **q**) в уравнении на  $T_c$  (6), дающие наибольший вклад в формирование одного максимума, отличаются от слагаемых, формирующих второй максимум, прежде всего по набору q. И поскольку в сумме присутствует множитель с разницей косинусов, различные наборы волновых векторов вносят разный вклад. Во-вторых, в зависимости от расположения химпотенциала меняется и количество вкладов в сумму по q от различных областей к-пространства. Так, например, в точке квантового фазового перехода при x = 0.125 наибольшие вклады в сумму дает нодальное направление, которое пересекается химпотенциалом, и непосредственно седловая точка (точка касания антисвязывающей зоны с химпотенциалом), лежащая на направлении  $(\pi,\pi) - (\pi,0)$ . В точке второго квантового фазового перехода (x = 0.178) химпотенциал опять же пересекает зону в нодальном направлении, касается связывающей зоны, но теперь он дополнительно пересекает еще антисвязывающую зону, поэтому значительных вкладов в сумму по q будет больше, а значит, и температура должна уменьшиться.

5. В многослойных соединениях помимо межплоскостных перескоков присутствуют также магнитные корреляции вдоль с-оси. Пренебрегая межъячеечными спиновыми корреляциями из-за большого расстояния между соседними бислоями по оси с (0.8 нм) по сравнению с расстоянием внутри бислоя (0.3 нм), мы оставляем только межслоевой внутриячеечный спиновый коррелятор. Величина такого коррелятора выяснялась в результате точной диагонализации двухслойного кластера. Рассматривалась ячейка двухслойного купрата, состоящая из двух CuO<sub>5</sub>-пирамид, в которой точно учитывались все взаимодействия. В полученном базисе двухчастичных состояний, когда в каждом слое находится одна дырка, основное состояние имеет тип синглета вида  $(1/\sqrt{2})\left(a^+_{fu\downarrow}a^+_{fd\uparrow}+a^+_{fd\downarrow}a^+_{fu\uparrow}
ight)$ . Данное состояние соответствует антиферромагнитному упорядочению спинов в соседних слоях. Экспериментально данное антиферромагнитное упорядочение между слоями подтверждено нейтронной дифракцией в работе [22]. Наш расчет для недопированного случая при T = 0 показал, что характерный межслоевой спиновый коррелятор  $\left\langle X_{(u)}^{\sigmaar{\sigma}}X_{(d)}^{ar{\sigma}\sigma}
ight
angle$  равен -0.1 (напомним, что спиновая корреляционная функция для ближайших соседей внутри  ${
m CuO_2}$ -слоя равна  $C_{01}$  pprox -0.2[4, 23, 24]). Спиновые корреляции входят в энергию связи между CuO<sub>2</sub>-слоями через формулу (4), и с первого взгляда кажется, что их присутствие будет увеличивать эту энергию. Однако из-за отрицательного знака коррелятора этот вклад будет уменьшать энергию связи, то есть фактически антиферромаг-

Письма в ЖЭТФ том 93 вып. 5 – 6 2011

нитные корреляции подавляют бислойное расщепление. Действительно, если мы предположим антиферромагнитное упорядочение спинов в соседних CuO<sub>2</sub>слоях ячейки, то это будет значить, что в одном слое занято одночастичное состояние со спином вверх, а в другом – со спином вниз. Это в свою очередь накладывает ограничение на вид возможных квазичастиц, а значит, на возможность перескоков между слоями: квазичастица со спином вверх, например, не может перейти в соседнюю плоскость, поскольку в последней занято одночастичное состояние с таким спином и, следовательно, возможны лишь внутриплоскостные квазичастичные переходы с противоположным спином.

На рис.2 видно, насколько сильно антиферромагнитные корреляции могут уменьшать бислойное расщепление. Рис.2а изображает зонную структуру для системы, в которой связь между слоями обусловлена только квазичастичными перескоками. В другом предельном случае,  $C_{\perp} = -0.22$  (рис.2с), когда для недопированного состава модуль величины спинового коррелятора уже близок к максимально возможному, то есть к 0.25, расщепление зон может исчезнуть вообще. Влияние магнитных корреляций на величину бислойного расщепления естественно сказывается и на концентрационной зависимости Тс. Увеличение магнитных корреляций до величины  $C_{\perp} = -0.22$  приведет к полному исчезновению двухпиковой структуры  $T_{c}(x)$ . Таким образом, механизмом, сохраняющим форму зависимости  $T_c(x)$  с одним максимумом, является именно антиферромагнитный обмен между слоями CuO<sub>2</sub>.

Допирование увеличивает количество носителей и, как следствие, кинетическую энергию системы, за счет чего происходит размытие магнитных корреляций. Этот факт подтвержден расчетом зависимости спиновых корреляторов для однослойного купрата от допирования x [4]. Очевидно, что межслоевой спиновый коррелятор тоже будет уменьшаться при увеличении концентрации допированных носителей. Кроме того, будет уменьшаться его вклад в бислойное расщепление за счет знаменателя  $p_{\sigma} + x$ , что повлечет за собой увеличение связи между слоями и увеличение бислойного расщепления. Это хорошо видно в ARPES снимках поверхности Ферми. Наблюдать "bilayer splitting" удалось именно для передопированных образцов [25].

Таким образом, привычная параболическая форма фазовой диаграммы сверхпроводящего состояния для двухслойных купратов может быть не только следствием ограничения характерной величины интегралов перескоков, но и следствием сильных антиферромаг-



Рис.2. Зонная структура при разной величине межслоевых антиферромагнитных корреляций (а):  $C_{\perp} = -0.01$ ; (b)  $C_{\perp} = -0.1$ ; (c)  $C_{\perp} = -0.22$ )

нитных корреляций, подавляющих межслойные перескоки.

6. Схожесть формы концентрационной зависимости  $T_c$  для двухслойных купратов с формой  $T_c(x)$  для однослойных может быть объяснена значительным подавлением бислойного расщепления, обусловленного перескоками квазичастиц между CuO<sub>2</sub>-слоями, внутриячеечными межслойными магнитными корреляциями антиферромагнитного типа. Отсутствие эффекта увеличения максимальной  $T_c$  с включением межслойного перескока говорит о том, что ключевую роль в формировании высокотемпературной сверхпроводимости перескоки квазичастиц меж-

ду слоями CuO<sub>2</sub> играть не могут. К такому же выводу приходят и экспериментаторы, основываясь на зависимостях  $T_c$  от давления в направлениях трех осей кристалла. Оказалось, что  $T_c$  очень слабо зависит от давления в направлении, перпендикулярном CuO<sub>2</sub>-плоскости, а значит слабо зависит и от расстояния между плоскостями [26–28]. Анализ данных La<sub>2</sub>Sr<sub>2-x</sub>CuO<sub>4</sub> по давлению в работе [2] приводит к выводу о том, что слабая зависимость  $T_c$  от числа слоев CuO<sub>2</sub> в ячейке связана с влиянием неоднородностей и дефектов, поскольку известно, что соединения с высокой  $T_c$  имеют наиболее "правильную структуру" в отличие от систем с относительно маленькой  $T_c$ , в которых присутствуют различного рода искажения.

Работа выполнена при финансовой поддержке программы "Квантовая физика конденсированных сред" Президиума РАН №18.7, интеграционного проекта СОРАН-УРОРАН №40, гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 09-02-00127, гранта Президента РФ МК-1683.2010.2 и проекта ФЦП ГК П891.

- X. J. Chen and H. Q. Lin, Phys. Rev. B 69, 104518 (2004).
- J. S. Schilling, in Treatise on High-T<sub>c</sub> Superconductivity, Ed. J. R. Schrieffer, Springer, Berlin, 2006, Chap. High pressure effects.
- M. Korshunov, V. Gavrichkov, S. Ovchinnikov et al, Phys. Rev. B 72, 165104 (2005).
- M. Korshunov and S. Ovchinnikov, Eur. Phys. J. B 57, 271 (2007).
- 5. С. Г. Овчинников, И.А. Макаров, Е.А. Шнейдер, ЖЭТФ 139,334 (2011).
- D. L. Feng, N. P. Armitage, D. H. Lu et al., Phys. Rev. Lett. 86, 5550 (2001).
- Y.-D. Chuang, A.D. Gromko, and A. Fedorov, Phys. Rev. Lett. 87, 117002 (2001).
- A. A. Kordyuk, S. V. Borisenko, M.S. Golden et al., Phys. Rev. B 66, 014502 (2002).
- 9. S. Sahrakorpi et al., Phys. Rev. Lett 95, 157601 (2005).
- T. Kondo, R. Khasanov, Y. Sassa et al., Phys. Rev. B 80, 100505 (2009).
- A. Kaminski, S. Rosenkranz, H. M. Fretwell et al., Phys. Rev. B 73, 174511 (2006).
- Л. П. Булаевский, Э. Л. Нагаев, Д. Л. Хомский, ЖЭТФ 54, 1562 (1968).
- O. K. Andersen et al., J. Phys. Chem. Solids 56, 1573 (1995).
- 14. H. Mori, Prog. Theor. Phys. 33, 423 (1965).
- 15. В. В. Вальков et al., Письма в ЖЭТФ 75, 450 (2002).

Письма в ЖЭТФ том 93 вып. 5-6 2011

- 16. В.В. Вальков, Д.М. Дзебисашвили, ЖЭТФ 127, 686 (2005).
- N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, Phys. Rev. B 59, 11949 (1999).
- R. Hayn, A.F. Barabanov, and J. Schulenburg, Z. Phys. B. **102**, 359 (1997).
- 19. Е.И. Шнейдер, С.Г. Овчинников, Письма в ЖЭТФ 83, 462 (2006).
- 20. K. Byczuk and J. Spalek, Phys. Rev. B 53, R518 (1996).
- 21. A.F. Barabanov, L.A. Maksimov, and L.E. Zhukov, Physica C 212, 375 (1993).
- 22. J. M. Tranquada, D. E. Cox, W. Kunnmann et al., Phys.

Rev. Lett. 60, 156 (1988).

- A. Barabanov and O. Starykh, J. Phys. Soc. Jpn 61, 704 (1992).
- А. Ф. Барабанов, В. М. Березовский, ЖЭТФ 106, 1156 (1994).
- D. L. Feng, N. P. Armitage, D. H. Lu et al., Phys. Rev. Lett. 86, 5550 (2001).
- U. Welp, M. Grimsditch, S. Fleshler et al., Phys. Rev. Lett. 69, 2130 (1992).
- C. Meingast, O. Kraut, T. Wolf et al., Phys. Rev. Lett. 67, 1634 (1991).
- 28. M. Kund and K. Andres, Physica C 205, 32 (1993).