

Взаимодействие атомов в конденсате при селективном по скоростям когерентном пленении населенностей

Л. В. Ильичев¹⁾

*Институт автоматики и электрометрии Сибирского отд. РАН,
Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 1 марта 2011 г.

Рассмотрены свойства одномерного атомарного бозе-конденсата в предположении, что конденсация произошла в состояние селективного по скоростям когерентного пленения населенностей. В этом состоянии имеет место квантовая корреляция (зацепленность) внутреннего углового момента атома и его поступательного движения, чем обусловлены нетривиальные особенности конденсата. Рассмотрены эффекты слабого межатомного взаимодействия. Найдено стационарное состояние надконденсатных атомов в условиях медленного ухода из состояния когерентного пленения населенностей. Решена динамическая задача эволюции системы надконденсатных атомов при выключении оптических полей, формирующих состояние когерентного пленения населенностей, путем диагонализации гамильтониана – введения квазичастиц Боголюбова с необычным законом дисперсии.

Введение. Атомарные бозе-конденсаты являются в настоящее время объектом интенсивного экспериментального и теоретического исследований. Как известно, в конденсатах макроскопически большое число атомов находится в одном квантовом состоянии $|\psi_0\rangle$. Естественно, что свойства этого состояния определяют свойства атомарного конденсата как макроскопической квантовой системы. По этой причине представляет большой интерес исследование конденсатов, в состоянии $|\psi_0\rangle$ которых нетривиальным образом скоррелированы различные степени свободы атома, например, ориентация его внутреннего углового момента и направление поступательного движения. Такого рода корреляции возникают, в частности, при селективном по скоростям когерентном пленении населенностей (КПН). К обнаружению эффекта КПН привело развитие метода пробного поля в нелинейной лазерной спектроскопии трехуровневых систем [1]. Широкий интерес к явлению КПН возник после работы [2]. Среди нынешних применений КПН наиболее важны следующие: в спектроскопии сверхвысокого разрешения (так называемый “темный резонанс”) [3], в нелинейной оптике [4], в создании лазера без инверсии [5], в атомной оптике [6], в лазерном охлаждении атомов ниже энергии отдачи фотона [7]. Уже известны совместные рассмотрения явлений конденсации и когерентного пленения населенностей (КПН, английская аббревиатура – CPT). В работе [8] показана возможность явления КПН между двумя конденсатами, занимающими разные зеемановские подуровни основного состояния

атома. Варьирование фаз оптических полей в схеме КПН позволяет контролировать относительную фазу конденсатов и приготавливать их перепутанное состояние. Коллективное поведение атомов в конденсате делает возможным, как показано в [9], возникновение явления КПН даже в широкополосных тепловых оптических полях. В [10] сообщается о наблюдении явления КПН с возникновением суперпозиционного состояния пары атомов и двухатомной молекулы в конденсате атомов Rb. Метод генерации перепутанных состояний атомов и фотонов с использованием конденсата в состоянии КПН предложен в [11]. В работе [12] рассматривается создание перепутанного состояния двух пространственно-разнесенных конденсатов с использованием явления КПН.

Общим для упомянутых работ служит более или менее явное предположение о предварительном приготовлении конденсата для последующего его исследования с использованием феномена КПН. В то же время в физическом сообществе обсуждаются перспективы приготовления атомарного конденсата в состоянии КПН. В настоящей работе *предполагается* такая возможность и рассматриваются простейшие свойства конденсата, находящегося в состоянии селективного по скоростям когерентного пленения населенностей. Исследуются специфические свойства системы как ансамбля слабо взаимодействующих бозе-частиц, вытекающие из упомянутой выше корреляции углового момента и движения атомов в конденсате. Путем диагонализации соответствующего гамильтониана найдены законы дисперсии и структура боголюбовских квазичастиц, а также стационарное состояние ансамбля надконденсатных атомов.

¹⁾ e-mail: leonid@iae.nsk.su

Модель. Простейшей системой, в которой имеет место селективный по скоростям феномен КПН, является ансамбль атомов с единичным угловым моментом в основном, g , и возбужденном, e , состояниях дипольного перехода, на котором резонансно действует пара плоских встречных циркулярно поляризованных световых волн одинаковой частоты и спиральности (для определенности правой). При равных амплитудах волн следующая суперпозиция внутренних состояний атома, скоррелированных с его движением вдоль волновых векторов

$$|CPT(p)\rangle \doteq \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|g_-, p - k\rangle + |g_+, p + k\rangle \right), \quad (1)$$

выводит атом из взаимодействия со световыми полями (данное состояние аннулируется оператором взаимодействия атома с излучением). Причина этого заключается в деструктивной интерференции светоиндуцированных переходов

$$|g_-, p - k\rangle \longrightarrow |e_0, p\rangle \longleftarrow |g_+, p + k\rangle, \quad (2)$$

возбуждающих атом, где g_{\pm} и e_0 обозначают соответствующие магнитные подуровни основного и возбужденного состояний при условии направления оси квантования вдоль волнового вектора \mathbf{k} одной из волн; p является проекцией импульса атома на эту ось. Мы предполагаем рассмотрение одномерной модели атомарного ансамбля, что существенно упрощает задачу. Различие (при $p \neq 0$) кинетической энергии состояний из суперпозиции (1) вызывает переходы (периодические нутации) между КПН-состоянием (1) и ортогональным ему состоянием

$$|\overline{CPT}(p)\rangle \doteq \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|g_-, p - k\rangle - |g_+, p + k\rangle \right), \quad (3)$$

из которого процесс светоиндуцированного возбуждения в состояние $|e_0, p\rangle$ протекает наиболее эффективно. Состояние $|CPT(0)\rangle$ оказывается полностью стабильным. Результатом серии возбуждений и актов спонтанного распада может оказаться попадание атома в это состояние. Как уже было сказано во Введении, мы предполагаем, что в состоянии $|CPT(0)\rangle$ находится макроскопически большое число атомов. Рассмотрим, как взаимодействие между атомами сказывается на эволюции системы. Нашей ближайшей целью является вывод модельного эволюционного уравнения с учетом межатомного взаимодействия и индуцированного поступательным движением ухода атомов из КПН-состояний.

Введем бозе-операторы

$$\begin{aligned} \hat{a}_1(p) &\doteq \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{\psi}_-(p - k) + \hat{\psi}_+(p + k) \right) \\ \hat{a}_2(p) &\doteq \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{\psi}_-(p - k) - \hat{\psi}_+(p + k) \right) \end{aligned} \quad (4)$$

уничтожения атома в КПН-состоянии (1) и ортогональном (ярком) состоянии (3), соответственно. Здесь $\hat{\psi}_{\sigma}(p)$ – бозевский оператор уничтожения атома с импульсом p на магнитном подуровне $\sigma = \pm 1$ основного состояния. Имеем

$$\hat{\psi}_{\sigma}(p) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\hat{a}_1(p - \sigma k) - \sigma \hat{a}_2(p - \sigma k) \right). \quad (5)$$

Межатомное взаимодействие (отталкивание) \hat{U}_{int} медленных атомов в основном состоянии будем считать не зависящим от магнитных квантовых чисел:

$$\hat{U}_{int} \propto \sum_{\sigma_1, \sigma_2} \sum_{p_1, p_2} \sum_{p'_1, p'_2} \hat{\psi}_{\sigma_2}^*(p'_2) \hat{\psi}_{\sigma_1}^*(p'_1) \hat{\psi}_{\sigma_1}(p_1) \hat{\psi}_{\sigma_2}(p_2). \quad (6)$$

Суммирование по импульсам в (6) выполняется при условии $p_1 + p_2 = p'_1 + p'_2$. В предположении о макроскопически большом числе N_0 атомов в КПН-состоянии $|CPT(0)\rangle$ можно заменить оператор $\hat{a}_1(0)$ числовым параметром $\sqrt{N_0}$, что позволяет с использованием (5) представить \hat{U}_{int} как совокупность квадратичных комбинаций операторов $\hat{a}_1(p)$ и $\hat{a}_1^*(p)$ [13].

После выключения оптических полей в течение периода, пока предположение о макроскопически большом числе атомов в состоянии $|CPT(0)\rangle$ остается верным, эволюция ансамбля атомов задается гамильтонианом \hat{H} , включающим взаимодействие и кинетическую энергию:

$$\begin{aligned} \hat{H} = \sum_p & \left[\left(\frac{p^2 + k^2}{2m} + 2\lambda \right) \hat{a}_1^*(p) \hat{a}_1(p) + \right. \\ & + \frac{p^2 + k^2}{2m} \hat{a}_2^*(p) \hat{a}_2(p) - \frac{pk}{m} \left(\hat{a}_1^*(p) \hat{a}_2(p) + \hat{a}_2^*(p) \hat{a}_1(p) \right) + \\ & \left. + \lambda \hat{a}_1^*(p) \hat{a}_1^*(-p) + \lambda \hat{a}_1(p) \hat{a}_1(-p) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь параметр λ пропорционален N_0 и длине расстояния. Переходы между состояниями $|CPT(p)\rangle$ и $|\overline{CPT}(p)\rangle$ инициируются гамильтонианом pk/m (m – масса атома).

Удобно представить ансамбль атомов с гамильтонианом (7) как систему невзаимодействующих бозе-квазичастиц двух типов. Теория Боголюбова для

квазичастиц в бозе-газе со слабым межатомным взаимодействием доказала свою ценность при интерпретации экспериментов с конденсатами захваченных щелочных атомов [14, 15]. В нашем случае гамильтониан \hat{H} с точностью до числовых констант принимает вид

$$\hat{H} = \sum_{i=1,2} \sum_p \omega_i(p) \hat{f}_i^*(p) \hat{f}_i(p), \quad (8)$$

где функции

$$\omega_{1,2}^2(p) = \frac{(p^2 - k^2)^2}{4m^2} + \lambda \frac{p^2 + k^2}{m} + \frac{2p^2k^2}{m^2} \pm$$

$$\pm \sqrt{\frac{(p^2 - k^2)^2 p^2 k^2}{m^4} + \left(\lambda \frac{p^2 + k^2}{m} + \frac{2p^2k^2}{m^2} \right)^2} \quad (9)$$

являются дисперсиями квазичастиц (рис. 1);

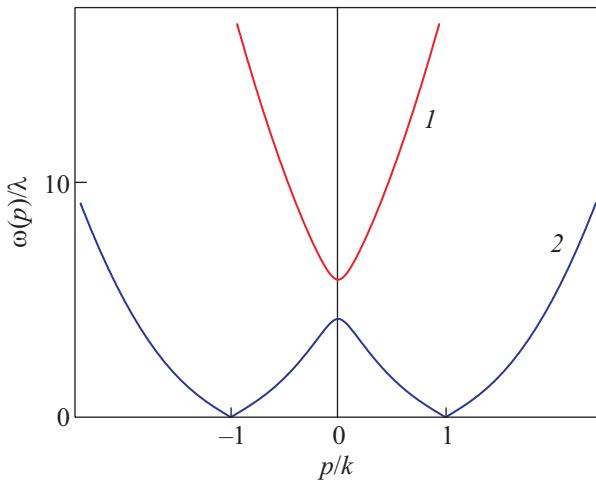


Рис. 1. Законы дисперсии квазичастиц (номер кривой соответствует типу квазичастиц) при $\lambda = 3k^2/25m$

$$\hat{f}_i(p) = u_{ij}(p) \hat{a}_j(p) + v_{ij}(p) \hat{a}_j^*(-p) \quad (10)$$

есть оператор уничтожения квазичастицы типа i . Матрицы u и v обладают свойствами [16]

$$u(p)u^\dagger(p) - v(p)v^\dagger(p) = 1 \quad (11)$$

и

$$u(p)v^T(-p) = v(p)u^T(-p). \quad (12)$$

Их коэффициенты имеют вид

$$u_{i1}(p) = \left[1 + \left(\frac{2pk}{p^2 + k^2 - 2m\omega_i(p)} \right)^2 - \right.$$

$$\left. - \frac{\lambda^2}{D_i(p)^2 m^2} [(p^2 + k^2 - 2m\omega_i(p))^2 + 4p^2 k^2] \right]^{-1}; \quad (13)$$

$$u_{i2}(p) = \frac{2pk}{p^2 + k^2 - 2m\omega_i(p)} u_{i1}(p); \quad (14)$$

$$v_{i1}(p) = \frac{\lambda(p^2 + k^2 - 2m\omega_i(p))}{m D_i(p)} u_{i1}(p); \quad (15)$$

$$v_{i2}(p) = -\frac{2\lambda pk}{m D_i(p)} u_{i1}(p). \quad (16)$$

Здесь

$$D_i(p) = \omega_i^2(p) + 2\omega_i(p) \left(\frac{p^2 + k^2}{2m} + \lambda \right) + \\ + \left(\frac{p^2 - k^2}{2m} \right)^2 + \lambda \frac{p^2 + k^2}{m}. \quad (17)$$

Рассмотрим эволюцию системы атомов при включении оптических полей. Если атомы медленны, а скорость ν необратимого ухода из состояния $|CPT(p)\rangle$ вследствие вынужденных актов возбуждения и последующего быстрого спонтанного распада достаточно велика: $\nu \gg pk/m$ (присутствием атомов в ярких состояниях можно в этих условиях пренебречь) [17], скорость $\gamma(p)$ убыли атомов из $|CPT(p)\rangle$ дается выражением

$$\gamma(p) \sim \frac{p^2 k^2}{m^2 \nu}. \quad (18)$$

Спонтанный процесс гибели “темных” атомов происходит локально по импульсам. Будем описывать его в терминах известной версии структуры Линдблада. Объединяя эту структуру с динамическими членами (взаимодействие и оператор кинетической энергии), получаем следующее кинетическое уравнение для статистического оператора $\hat{\varrho}$ системы надконденсатных “темных” атомов:

$$\partial_t \hat{\varrho} + i \hat{H}_{\text{eff}} \hat{\varrho} - i \hat{\varrho} \hat{H}_{\text{eff}}^* = 2 \sum_p \gamma(p) \hat{a}_1(p) \hat{\varrho} \hat{a}_1^*(p). \quad (19)$$

Здесь введен эффективный неэрмитов гамильтониан

$$\hat{H}_{\text{eff}} = \sum_p \left(\frac{p^2 + k^2}{2m} + 2\lambda - i\gamma(p) \right) \hat{a}_1^*(p) \hat{a}_1(p) +$$

$$+ \lambda \sum_p \left(\hat{a}_1^*(p) \hat{a}_1^*(-p) + \hat{a}_1(p) \hat{a}_1(-p) \right). \quad (20)$$

Представляет интерес стационарное решение $\hat{\varrho}_{st}$ уравнения (19). Целесообразно искать его в виде

$$\hat{\varrho}_{st} = \hat{S} \prod_p (1 - q_p) q_p^{\hat{n}_1(p)} \hat{S}^*, \quad (21)$$

где $\hat{n}_1(p) = \hat{a}_1^*(p) \hat{a}_1(p)$, а \hat{S} – унитарный оператор канонического преобразования

$$\hat{S}^* \hat{a}_1(p) \hat{S} = \cosh \xi_p \hat{a}_1(p) + \exp(i\varphi_p) \sinh \xi_p \hat{a}_1^*(-p). \quad (22)$$

Параметры q_p , ξ_p и φ_p как функции импульса подлежат определению. Подставляя (21) в (19), используя (22) и опуская детали вычислений, получаем

$$q_p = \tanh^2 \xi_p, \quad (23)$$

$$\tanh 2\xi_p = -\frac{2\lambda}{\sqrt{\left(\frac{p^2+k^2}{2m}+2\lambda\right)^2+\gamma(p)^2}}, \quad (24)$$

и

$$\tan \varphi_p = \frac{\gamma(p)}{\frac{p^2+k^2}{2m}+2\lambda}. \quad (25)$$

Найденное стационарное состояние позволяет вычислить и сравнить импульсные распределения “темных атомов”, $\langle \hat{a}_1^*(p) \hat{a}_1(p) \rangle_{st}$, и квазичастиц обоих типов, $\langle \hat{f}_i^*(p) \hat{f}_i(p) \rangle_{st}$ (рис. 2).

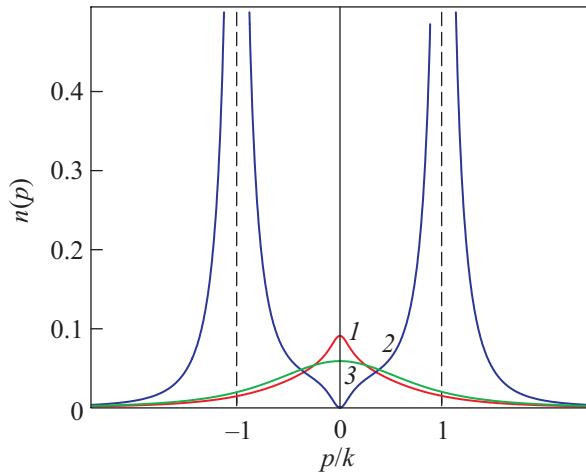


Рис. 2. Стационарные импульсные распределения квазичастиц первого типа (кривая 1), второго типа (кривая 2) и обычных “темных атомов” (кривая 3) при $\lambda = 3k^2/25m$ и $\nu = 25k^2/m$

Обсуждение. Диагонализация гамильтониана (7) и представление его в терминах невзаимодействующих квазичастиц позволяет относительно просто

описывать эволюцию системы атомов после внезапного выключения оптических полей, формирующих состояние КПН. Заметим, что при таком выключении динамическая эволюция не меняет импульсных распределений квазичастиц и заключается лишь в изменении фазовых соотношений между различными состояниями поступательного движения квазичастиц. В стационарном состоянии медленный распад “темных” атомов, сопровождаемый последующим возбуждением и спонтанным высвечиванием, вызывает своеобразное “тление” системы, интенсивность которого, понимаемая как число актов в единицу времени, определяется величиной

$$\sum_p \gamma(p) \langle \hat{a}_1^*(p) \hat{a}_1(p) \rangle_{st}. \quad (26)$$

После выключения световых полей в системе появляются и накапливаются “яркие” атомы. В момент включения полей наличие “ярких” атомов приводит к интенсивным актам возбуждения. Число таких актов после периода длительности t эволюции системы в отсутствие полей дается величиной

$$\sum_p \nu \langle \hat{a}_2^*(p, t) \hat{a}_2(p, t) \rangle_{st}, \quad (27)$$

которая складывается с соответствующей интенсивностью “тления”

$$\sum_p \gamma(p) \langle \hat{a}_1^*(p, t) \hat{a}_1(p, t) \rangle_{st}, \quad (28)$$

где

$$\hat{a}_i(p, t) = \exp(i\hat{H}t) \hat{a}_i(p) \exp(-i\hat{H}t) \quad (29)$$

суть операторы в представлении Гейзенберга. При выбранных соотношениях параметров задачи ($\lambda = 3k^2/25m$ и $\nu = 25k^2/m$) интенсивность (26) стационарного “тления” составляет величину $\sim 0.03k^2/m$ (с единицы объема конденсата). Эта интенсивность меняется незначительно в процессе эволюции при выключении полей. Величина (27) после периода выключения полей длительностью $0.15m/k^2$ превосходит стационарную интенсивность “тления” более чем на порядок: $0.44k^2/m$. Экспериментальное исследование режима включения-выключения полей может дать информацию о параметрах межатомных взаимодействий.

Таким образом, ансамбль атомов при конденсировании их макроскопической доли в состояние селективного по скоростям когерентного пленения населеностей действительно обладает специфическими свойствами, порожденными нетривиальной корреляцией (фактически – квантовой запутанностью) направлений атомарного импульса и углового момента

в состоянии КПН. Межатомное взаимодействие приводит к появлению надконденсатных атомов, движение которых выводит их из состояния КПН. Если данный процесс достаточно медленный, адекватным является понятие стационарного или, точнее, квазистационарного состояния (21) системы надконденсатных атомов. Свободную эволюцию удобно описывать в терминах квазичастиц, законы дисперсии которых отражают упомянутые корреляции в состоянии КПН. Следует отметить факт неограниченного роста стационарного распределения по импульсам квазичастиц второго типа вблизи величин импульсов $\pm k$, входящих в определение состояния КПН (рис. 2). Вопрос о способах приготовления такого состояния бозе-конденсата остается пока открытым.

Автор признателен А.В. Тайченачеву и П.Л. Чаповскому за обсуждение предмета статьи. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант # 09-02-00801), Президиума СО РАН и программы Отделения физических наук РАН “Фундаментальная оптическая спектроскопия и ее приложения”, а также правительственный программы поддержки ведущих научных школ России (грант # 1527.2008.2).

1. Т. Я. Попова, А. К. Попов, С. Г. Раутиан, Р. И. Соколовский, ЖЭТФ **57**, 850 (1969).
2. G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols, Nuovo Cimento **36**, 5 (1976).

3. A. Akulshin, A. Celikov, and V. Velichansky, Opt. Commun. **84**, 139 (1991).
4. J. E. Field, K. H. Hahn, and S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **67**, 3062 (1991).
5. M. O. Scully, Phys. Rep. **129**, 191 (1992).
6. P. Marte, P. Zoller, and J. L. Hall, Phys. Rev. A. **44**, 4118 (1991).
7. A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser et al., Phys. Rev. Lett. **61**, 826 (1988).
8. J. Ruostekoski and D. F. Walls, Eur. Phys. J. D **5**, 335 (1999).
9. M. Macoveia, Z. Ficeka, and C. H. Keitela, Phys. Rev. A **73**, 063821 (2006).
10. K. Winkler, G. Thalhammer, M. Theis et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 063202 (2005).
11. Le-Man Kuang and Lan Zhou, Phys. Rev. A **68**, 043606 (2003).
12. Le-Man Kuang, Zeng-Bing Chen, and Jian-Wei Pan, Phys. Rev. A **76**, 052324 (2007).
13. Е. М. Берестецкий, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*, часть 2, М.: Наука, 1978.
14. D. S. Jin et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 420 (1996).
15. M.-O. Mewes et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 988 (1996).
16. А. М. Переломов, *Обобщенные когерентные состояния и их применения*, М.: Наука, 1987.
17. Если характеристическая частота Раби Ω процесса вынужденных переходов в оптических полях, формирующих состояние КПН, мала по сравнению со скоростью спонтанного распада γ возбужденного состояния, $\Omega \ll \gamma$, имеет место оценка $\nu \sim \Omega^2/\gamma$ и, следовательно, $\gamma(p) \sim \gamma p^2 k^2 / m^2 \Omega^2$.