

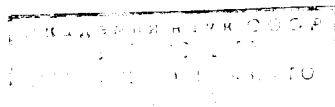
## НЕЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ПЕРТУРБАТИВНЫХ ИНФРАКРАСНЫХ СВОЙСТВ ГЛЮОННОГО ПРОПАГАТОРА В РАЗЛИЧНЫХ КАЛИБРОВКАХ

*О.К.Калашников*

Показано, что при конечных температурах пертурбативный инфракрасный предел двухпетлевого поляризационного тензора глюонов имеет качественно разное поведение в ковариантных  $\alpha$ -калибровках (ложный инфракрасный полюс глюонного пропагатора не устраняется) и калибровке  $A_4 = 0$ , где возникает  $m_M^2 \neq 0$ .

Непосредственные расчеты в неабелевых калибровочных теориях, выполняемые в рамках стандартных правил квантования (см., например, <sup>1</sup>, требуют дополнительного введения в расчетную схему ряда калибровочных условий и определенного числа духовых (фиктивных) полей, причем доказывается (но, как правило, на формальном уровне), что наблюдаемые физические величины не зависят от сделанного выбора. Выбор калибровочных условий во многих случаях весьма произволен и обычно определяется удобством непосредственных вычислений, либо какими-то другими, не присущими самой теории требованиями. Такой произвол в выборе расчетной схемы вполне допустим при изучении заведомо калибровочно инвариантных величин, но часто это не так, и наряду с последними изучаются величины, о калибровочной зависимости которых априори нет никаких утверждений. При реализации таких расчетных схем (т. е. схем, связанных с изучением величин, чья калибровочная инвариантность является сомнительной или недоказанной), процедура калибровки не всегда очевидна и во многих случаях ведет к весьма нетривиальным следствиям. Известны примеры, когда выбор различных калибровочных условий приводит к качественно различному поведению изучаемых величин (во всяком случае в рамках теории возмущений) и аппаратно не всегда видно, как добиться согласования полученных результатов, если допустить только их количественную зависимость.

Наш пример связан с изучением инфракрасных свойств неабелевых калибровочных теорий (в частности, инфракрасной асимптотики поляризационного тензора глюонов) в ковариантных  $\alpha$ -калибровках и калибровке  $A_4 = 0$ . При этом критерием истины являются результаты различного рода пертурбативных вычислений <sup>2, 3</sup> где утверждается, что изучаемый инфракрасный предел поляризационного тензора глюонов конечен (конечная магнитная масса глюона), хотя возможно соответствующий численный коэффициент и зависит от используемого метода счета. Результативно, лишь калибровка  $A_4 = 0$  подтверждает пертурбативные прогнозы, и нет ничего похожего при расчетах в ковариантных калибровках, где в дополнении к вышесказанному сами расчеты имеют целый ряд своих специфических трудностей <sup>4, 5</sup>.



**Калибровка**  $A_4 = 0$ , которая благодаря простым тождествам Славнова–Тейлора является наиболее предпочтительной для всех непertурбативных вычислений, содержит много неудобств при работе в рамках теории возмущений и ведет к утомительным и трудоемким расчетам. Причиной этих трудностей является усложненная (и весьма специфическая) тензорная структура "затравочного" пропагатора

$$D_{ij}(\mathbf{k}, k_4) = \frac{1}{k^2} \left( \delta_{ij} + \frac{k_i k_j}{k_4^2} \right), \quad (1)$$

что приводит к катастрофическому размножению членов при вычислении диаграмм высших порядков и к появлению "ложных" полюсов в точках  $k_4 = 0$ . Преодолению последней трудности (также как и обсуждению других особенностей калибровки  $A_4 = 0$  <sup>6</sup>) посвящен целый ряд работ различных авторов, однако при вычислении ведущей инфракрасной асимптотики поляризационного тензора глюонов все эти трудности несущественны. Для подобных расчетов достаточно эвристического доопределения нескольких интегралов (см., например, <sup>3</sup>) и простых алгебраических преобразований с целью их выделения в "чистом" виде.

Поляризационный тензор глюонов в калибровке  $A_4 = 0$  представим совокупностью четырех диаграмм

$$-\Pi = \frac{1}{2} \text{diag}_1 + \frac{1}{2} \text{diag}_2 + \frac{1}{2} \text{diag}_3 + \frac{1}{6} \text{diag}_4 \quad (2)$$

где все линии и зачерненные точки соответствуют точным пропагаторам и вершинным функциям  $SU(N)$  глюодинамики, причем все структурные блоки ряда (2) зависят от  $p_4$  и  $|\mathbf{p}|$  раздельно. Инфракрасная асимптотика изучаемых функций находится как предел  $p_4 = 0$ , а затем  $|\mathbf{p}| \rightarrow 0$ , и важно, что взятие такого предела и непосредственные вычисления сумм и интегралов взаимно перестановочны.

Инфракрасный предел однопетлевого поляризационного тензора глюонов в калибровке  $A_4 = 0$  был найден в работах <sup>7, 8</sup>

$$\frac{1}{2} \Pi_{ii}^{(1)}(k_4 = 0, |\mathbf{k}| \rightarrow 0) = - \frac{5}{16} g^2 N |\mathbf{k}| T \quad (3)$$

непосредственным вычислением соответствующих диаграмм ряда (2). Аномальное поведение выражения (3) (в частности, его "неправильный" знак) приводит (так же, как и в ковариантных калибровках <sup>4, 5</sup>) к фиктивному полюсу глюонного пропагатора в инфракрасной области импульсов

$$D_{ij}(k_4 = 0, |\mathbf{k}| \rightarrow 0) = \delta_{ij} / \left[ \mathbf{k}^2 - \frac{5}{16} g^2 N |\mathbf{k}| T \right], \quad (4)$$

причем положение полюса зависит от выбора калибровочного вектора  $n_i$  (для калибровки  $A_4 = 0$   $n_\mu = (0, 1)$ ), но этот полюс не исчезает при любом его выборе (см. работу <sup>9</sup>). Магнитная масса глюона, которая соответствует конечному инфракрасному пределу следа поляризационного тензора

$$m_M^2 = \frac{1}{2} \Pi_{ii}(k_4 = 0, |\mathbf{k}| \rightarrow 0), \quad (5)$$

в этом приближении не возникает, но (что и является кардинальным отличием калибровки  $A_4 = 0$  от  $\alpha$ -калибровки) уже во втором порядке теории возмущений  $m_M^2 \neq 0$ .

Вычисление двухпетлевого поляризационного тензора глюонов в калибровке  $A_4 = 0$  (который определяется совокупностью восьми диаграмм) весьма трудоемко, и поэтому даже исследование его инфракрасного предела требует некоторых спекуляций. В частности, необ-

ходимо использовать на этапах промежуточных вычислений дифференциальные тождества Славнова–Тейлора

$$\Gamma_3(p, -p, 0)_{ijl}^{abc} = (-igf^{abc}) \frac{\partial D_{ij}^{-1}(p)}{\partial p_l}, \quad (6)$$

что дает возможность доказать <sup>10</sup>, если конечно, тождество (6) является точным, обращение в нуль магнитной массы глюона, вычисленной в рамках первых двух непертурбативных диаграмм ряда (2). Справедливость тождества (6) в ведущем порядке теории возмущений проведена в работе <sup>11</sup>, и пока нет сомнений в его корректности, во всяком случае в рамках теории возмущений. Следовательно, в каждом пертурбативном порядке в конечное выражение для  $m_M^2$  дают вклад лишь две последние непертурбативные диаграммы ряда (2) и соответствующая этому случаю магнитная масса глюона найдена в работе <sup>3</sup>

$$m_M^2 = (9g^4 N^2 / 64\pi^2) T^2 \ln(g^{-2}). \quad (7)$$

Выражение (7) кардинально отличается от аналогичного однопетлевого результата (3), который для калибровки  $A_4 = 0$  не является характерным ответом для  $m_M^2$ , а скорее демонстрирует справедливость утверждения (6) и обращение в нуль "точного" выражения для  $m_M^2$  в рамках первых двух непертурбативных диаграмм ряда (2).

**Релятивистская  $\alpha$ -калибровка** ввиду простой тензорной структуры глюонного пропагатора считается наиболее удобной для любых пертурбативных расчетов (и, в частности, для изучения инфракрасных свойств глюодинамики), но в этой калибровке мы не находим эквивалентности соответствующих расчетов с вышеполученными формулами. В  $\alpha$ -калибровке нет тождества (6), а аналогичная (6) формула оказывается достаточно сложной и мало пригодной для обработки диаграммного ряда (2). Последний, кстати, в  $\alpha$ -калибровке дополняется еще одной непертурбативной диаграммой (см., например, <sup>12</sup>), учитывающей вклад фиктивных (духовых) полей, что еще больше усложняет все расчеты.

Инфракрасный предел однопетлевого поляризованного тензора в  $\alpha$ -калибровке был найден впервые в работах <sup>4, 5</sup>

$$\frac{1}{2} \Pi_{ii}^{(1)}(p_4 = 0, |\mathbf{p}| \rightarrow 0) = - \frac{g^2 N |\mathbf{p}| T}{64} (9 + 2\alpha + \alpha^2), \quad (8)$$

и он качественно не отличается от выражения (3). Однако такое совпадение (которое само по себе весьма привлекательно и многократно эксплуатировалось) оказывается не по существу, так как уже в двухпетлевом приближении результаты вычислений в обсуждаемых здесь калибровках будут совершенно разные.

В ковариантной  $\alpha$ -калибровке пертурбативное выражение для  $\Pi^{(2)}$  весьма непростое и определяется совокупностью 13 диаграмм, возникших от итерации непертурбативных однопетлевых и двухпетлевых диаграмм модифицированного ряда (2). Их инфракрасное поведение (т. е. поведение при конечном  $|\mathbf{p}|$ ) пока не найдено, но вычисление инфракрасного предела следа  $\Pi^{(2)}$  уже выполнено в ряде недавних работ <sup>12</sup>. В частности, установлено, что

$$\lim \Pi_{ii}^{(2)}(p_4 = 0, |\mathbf{p}| \rightarrow 0) = 0, \quad (9)$$

и этот результат справедлив при любом выборе калибровочного параметра  $\alpha$ .

Следовательно, (согласно (8), (9)) при вычислениях в ковариантных калибровках пертурбативная магнитная масса глюона, по всей видимости, равна нулю тождественно, что качественно противоречит результатам вычислений в калибровке  $A_4 = 0$ . В этой связи возникает вопрос, какая из калибровок является наиболее физической и наиболее надежной при

исследовании калибровочно неинвариантных свойств теории. В данном случае мы надеемся, что наиболее эквивалентной природе изучаемого явления является калибровка  $A_4 = 0$ , однако этот факт все еще нуждается в независимой проверке.

### Литература

1. Гитман Д.М., Тютин И.В. Каноническое квантование полей со связями. М.: Наука, 1986.
2. Gross D.J. et al. Rev. Mod. Phys., 1981, **53**, 43; Kalashnikov O.K., Casado E. Acta Phys. Polonica, B, 1988, **19**, 741.
3. Велиев Э.Х., Калашников О.К. КСФ, 1986, **3**, 32.
4. Jackiw R., Templeton S. Phys. Rev. D, 1981, **23**, 2291.
5. Калашников О.К., Климов В.В. ЯФ, 1981, **33**, 848.
6. Беляев В.М., Елецкий В.Л. Письма в ЖЭТФ, 1989, **50**, 49; ЯФ, 1990, **51**, 267.
7. Kajantie K., Kapusta J. Ann. of Phys., 1985, **160**, 477.
8. Kalashnikov O.K. Preprint №265, Lebedev Phys. Inst., 1984.
9. Kalashnikov O.K. et al. Fortschr. Phys., 1983, **31**, 613.
10. Furusawa T., Kikkawa K. Phys. Lett. B, 1983, **128**, 218; Калашников О.К. Письма в ЖЭТФ, 1984, **39**, 337.
11. Калашников О.К. ЯФ, 1990 (в печати).
12. Калашников О.К. КСФ, 1990, **1**, 54; Калашников О.К. и др. Письма в ЖЭТФ, 1990, **51**, 293.

Физический институт им. П.Н.Лебедева  
Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
10 апреля 1990 г.