Письма в ЖЭТФ, том 51, вып. 12, стр. 604–606 *25 июня 1990 г.*

ПРОБЛЕМА ОПЕРАТОРНОГО КВАНТОВАНИЯ ПО ГУПТА–БЛЕЙЛЕРУ В ТЕОРИИ СУПЕРСТРУН

А.П.Демичев, М.З.Иофа

Показано, что для фермионной суперструны амплитуда взаимодействия безмассовых физических состояний с нуль-шпурионными конечна и отлична от нуля. Дано качественное объяснение результата.

Как в любой калибровочной теории, в теории суперструн используются два метода квантования: на основе функционального интеграла (см. обзор [1] и ссылки в нем) и операторный [2]. Причем при операторном квантовании в ковариантной калибровке используется не канонический формализм для калибровочных теорий [3], а метод Гупта-Блейлера (ГБ), для которого не существует общего доказательства эквивалентности каноническому квантованию и методу функционального интегрирования. Необходимым условием эквивалентности является отщепление шпурионных состояний с нулевой нормой, возникающих при ГБ-квантовании, от физического сектора. Однако, в теории струн известно [4], что шпурионные состояния отщепляются от физических с точностью до полной производной по модулярным параметрам. Поэтому в теории с "замороженными" модулярными степенями свободы каноническое и ГБ-квантование заведомо неэквивалентны. Существует убеждение, что в теории (супер) струн, в которой модулярные параметры являются динамическими и по ним производится усреднение, соответствующая амплитуда, либо зануляется [4,5], либо (в случае бозонной струны) ее

можно обратить в нуль с помощью подходящего выбора контрчленов на поверхностях более низкого рода [6, 7].

Как известно [1,2], ГБ-квантование эквивалентно формализму БРСТ, в котором оператор БРСТ преобразований Q строится после разрешения первичных связей [8]. В силу нильпотентности Q (в критической размерности $d = 10$) нуль-шпурионам соответствуют операторы типа $V' = [Q, V'']$. Вычисление корреляторов V' с физическими вершинами V_i основано на равенстве [1]

$$\langle V_1 \ldots V_n V' \rangle = \int_{sM} (d m_P) \sum_{K=1}^{r} \frac{\partial}{\partial m_K} W_K + \text{к.с.}$$

$$W_K = \prod_{L=1}^{K-1} \delta(\langle \mu_L | \hat{B} \rangle) \delta'(\langle \mu_K | \hat{B} \rangle) \prod_{L=K+1}^{r} \delta(\langle \mu_L | \hat{B} \rangle) \cdot \tag{1}$$

$$\cdot \prod_{M=1}^{r} \overline{\delta(\langle \mu_M | \hat{B} \rangle)} \hat{V}_1 \ldots \hat{V}_n \hat{V}'' Z(X^*, B^*, C^*)|_{*=0} \cdot$$

Здесь m_P – комплексные координаты супермодулярного пространства sM, $r = \dim sM$, μ_K – супердифференциалы Бельтрами, C, B – суперполя духов и антидухов, Z – производящий функционал, X^*, B^*, C^* – внешние токи для соответствующих полей. В случае тора и сферы в правой части (1) появляются еще члены от коммутации Q с нулевыми модами духов. Однако, при сделанном ниже выборе V' эти члены равны нулю. В случае бозонной струны появляются также члены, связанные с пределом совпадающих вершин. Обычно в литературе по бозонной струне обсуждаются именно эти члены [6,7,10,2]. В случае суперструны, как показано в [5], они равны нулю.

Если в качестве V'' взять оператор $V_4'' = \int d^2 z \sqrt{g} b(z) V_4(z)$, где $b(z)$ – поле антидуха, V_4 – соответствует вершине безмассового состояния с импульсом p_4, и рассмотреть четырехточечную амплитуду с физическими безмассовыми вершинами V_1, V_2, V_3, то для однопетлевого вклада из (1) получается

$$\langle V_1 V_2 V_3 V' \rangle = \int_M d^2 m \frac{\partial}{\partial m} \tilde{A}(m, \bar{m}) + \text{к.с.} = i \oint_{\partial M} d\bar{m} \tilde{A}(m, \bar{m}) + \text{к.с.} = \oint_{\partial F} \frac{d\bar{\tau}}{2\tau_2} A(\tau, \bar{\tau}) +$$

$$+ \text{к.с.} = \oint_{\partial F} \frac{d\tau_1}{\tau_2} A(\tau, \bar{\tau}), \tag{2}$$

где $\tau = \tau_1 + i\tau_2$ – параметр решетки тора; ∂M, ∂F – граница фундаментальной области модулей соответственно в переменных m и τ; $\tilde{A}(m, \bar{m}) = A(\tau, \bar{\tau})$,

$$A(\tau, \bar{\tau}) = \frac{1}{2\tau_2^3} \int d^2 z_1 d^2 z_2 d^2 z_3 \left| \frac{F_{12} F_{34}}{F_{13} F_{24}} \right|^{-s/2} \left| \frac{F_{23} F_{14}}{F_{13} F_{24}} \right|^{-t/2}$$

– коррелятор четырех безмассовых вершинных операторов $V_1, \ldots, V_4$ до усреднения по модулям [1] (здесь $F_{ij} = F(z_i, z_j; \tau)$ – известные функции, выражающиеся через Θ – функции Якоби; s, t – кинематические инварианты). Известно [1], что граница ∂F состоит из двух лучей $\partial F_{1,3} = \{\tau : \tau_1 = \pm \frac{1}{2}; \tau_2 \geqslant \frac{\sqrt{3}}{2}\}$, параллельных мнимой оси и дуги единичной окружности $\partial F_2 = \{\tau : |\tau|^2 = 1, |\tau_1| \leqslant \frac{1}{2}\}$. Из вида (2) следует, что лучи ∂F_1, ∂F_3 не дают вклада. В результате получаем конечный интеграл от положительной функции

$$\langle V_1 V_2 V_3 V' \rangle = \oint_{\partial F_2} \frac{d\tau_1}{\tau_2} A(\tau, \bar{\tau}) = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\tau_1}{\sqrt{1 - \tau_1^2}} A(\tau_1, \tau_2 = \sqrt{1 - \tau_1^2}) > 0. \tag{3}$$

Таким образом, в случае фермионной суперструны проквантованной по Гупта–Блейлеру, нуль-шпурионные состояния не отщепляются от физических. Заметим, что поскольку части границы ∂F_1 и ∂F_3 не дают вклада и асимптотика $\tau_2 \to \infty$ несущественна, то аналогичный (конечный) результат получается и для бозонной струны. Однако, там вопрос осложняется расходимостями при совпадающих аргументах вершин, соответствующих тахионным и дилатонным "головастикам" и перенормировке массы. Эти расходимости можно скомпенсировать подходящими локальными контрчленами [6,7,10], но остается конечный нелокальный вклад. Для суперструны расходимости отсутствуют, результат конечен, нелокален, а вклад низшего приближения равен нулю. Поэтому занулить коррелятор шпуриона с физическими вершинами невозможно.

Для качественного обсуждения результата ограничимся бозонной частью суперструны. Физические состояния выделяются условием $Q|\chi\rangle = 0$, что соответствует [2] набору условий, определяемому связями первого рода $L_n|\chi\rangle = 0$ $(n > 0)$. При этом подразумевается, что связи первого рода являются генераторами калибровочных преобразований. Однако, известно [11,12], что на поверхностях рода $p \geqslant 1$ элементы алгебры Вирасоро $L_2, \ldots, L_{3p-2}$ (в случае $p = 1$ элемент L_2) генерируют преобразования модулярных параметров, то есть в конформных теориях с нетривиальной топологией связи первого рода не являются, вообще говоря, генераторами калибровочных симметрий. Это обстоятельство и нарушает эквивалентность канонического и ГБ-квантования, обуславливая то, что нуль-шпурионные состояния не отщепляются от физических, а приводят к интегралам от производной по модулям. Последовательное каноническое ковариантное квантование на операторном языке является непростой задачей. В функциональном же подходе весьма удобно разделять калибровочные и некалибровочные степени свободы при любой топологии поверхности, и как показано в [13], струна Полякова эквивалентна мандельстамовской, т.е. унитарна. Остается вопрос об аномалии полных лагранжевых БРСТ преобразований. Было показано, что аномалия имеется в конформной калибровке [14], но можно построить глобально определенные ковариантные калибровки, в которых аномалии отсутствуют.

Литература

1. *D'Hoker E., Phong D.H.* Rev. Mod. Phys., 1988, **60**, 917.
2. *Green M.B. et al.* Superstring theory **1**, **2**, Cambridge Univ. Press., 1987.
3. *Гитман Д.Н., Тютин И.В.* Каноническое квантование полей со связями. М.: Наука, 1986.
4. *Frieden D. et al.* Nucl. Phys. B, 1986, **271**, 93.
5. *Green M.B., Seiberg N.* Nucl. Phys. B, 1988, **299**, 559.
6. *Rey S.-J.* Nucl. Phys. B, 1989, **316**, 197.
7. *Callan C.G. et al.* Nucl. Phys. B, 1987, **293**, 83.
8. *Hwang S.* Phys. Rev. D, 1983, **28**, 2614.
9. *Mansfield P.* Nucl. Phys. B, 1987, **283**, 551.
10. *Sen A.* Nucl. Phys. B, 1988, **304**, 403.
11. *Alvarez-Gaume L. et al.* Nucl. Phys. B, 1988, **303**, 445.
12. *Alvarez-Gaume L. et al.* Nucl. Phys. B, 1988, **311**, 333.
13. *D'Hoker E. et al.* Nucl. Phys. B, 1987, **291**, 90.
14. *Demichev A.P., Iofa M.Z.* Phys. Lett B, 1990, **236**, 17.

Научно-исследовательский институт ядерной физики
Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова

Поступила в редакцию
28 апреля 1990 г.