

# Расщепление резонансных уровней двухбарьерных структур в сильном высокочастотном электрическом поле

А. Б. Пашковский<sup>1)</sup>

ФГУП НПП “Исток”, 141190 г. Фрязино, Московская обл. Россия

Поступила в редакцию 21 марта 2011 г.

После переработки 21 апреля 2011 г.

Для несимметричных двухбарьерных резонансно-туннельных структур с тонкими высокими барьерами исследованы зависимости ширины и формы резонансных уровней от амплитуды резонансного высокочастотного поля и особенности электронного транспорта в условиях баллистического прохождения электронов вблизи резонансных уровней. Обнаружено, что в зависимости от амплитуды поля резонансный уровень может вначале заметно расширяться, а затем расщепляться на два абсолютно прозрачных уровня. Найдены условия, при которых и нерезонансные каналы рассеяния вблизи уровня могут становиться абсолютно прозрачными.

**Введение.** Известно, что одно- и двухфотонные каналы рассеяния в двух и трехбарьерных структурах при баллистическом транспорте электронов через центры уровней в сильном электрическом поле резонансной частоты могут становиться абсолютно или почти абсолютно прозрачными [1–5]. Известно, что вероятность малосигнальных переходов строго следует за формой резонансных уровней. Известно также, что ширины уровней могут зависеть от амплитуды приложенного поля [6–8]. Представляет интерес исследовать особенности баллистического транспорта электронов вблизи резонансных уровней в высокочастотном поле с частотой, отличной от строго резонансной, и амплитудой, заметно превышающей амплитуду, при которой неупругий канал рассеяния в центре уровня становится абсолютно прозрачным.

**Результаты расчетов.** Рассмотрим несимметричную двухбарьерную структуру с тонкими ( $\delta$ -образными) барьерами, рис. 1, к которой приложено однородное высокочастотное электрическое поле  $E(t) = 2E \cos \omega t = E(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ . Моноэнергетический поток электронов с энергией  $\varepsilon$  падает слева на резонансный уровень с номером  $K$  на расстоянии  $\delta\varepsilon$  от его центра, частота  $\omega$  соответствует резонансным переходам между центрами  $K$  и  $L$  уровней этой же структуры. Современные технологии позволяют создавать барьеры столь малой толщины [9, 10], что электронный транспорт через резонансные структуры может быть баллистическим в достаточно широком интервале изменения толщин барьеров даже при комнатной температуре, поэтому рассеянием внутри структуры пренебрегается. Нестационарное уравнение Шредингера для такой системы имеет вид

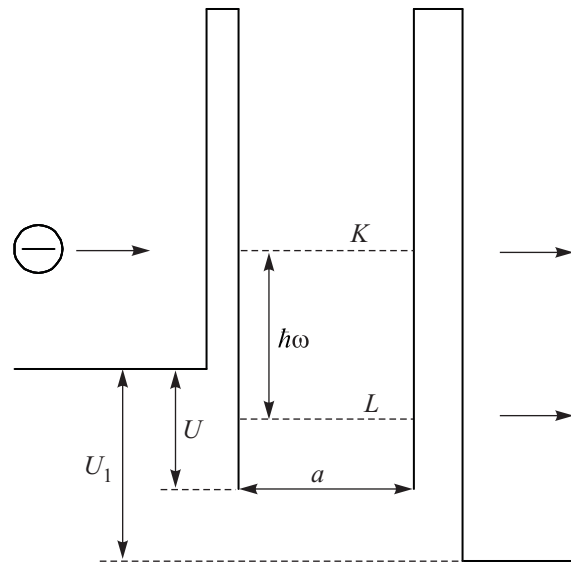


Рис. 1. Схематическая зонная диаграмма рассматриваемой двухбарьерной структуры

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + H(x)\psi + H(x, t)\psi,$$

$$H(x) = U(\theta(x) - \theta(x - a)) + U_1\theta(x - a) + \alpha\delta(x) + \alpha\gamma\delta(x - a), \quad (1)$$

$$H(x, t) = -qE(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})[x(\theta(x) - \theta(x - a)) + a\theta(x - a)].$$

Здесь  $q$ ,  $m^*$  – заряд и масса электрона,  $\alpha = \varphi_b b$  – мощность первого барьера,  $\varphi_b$ ,  $b$  – его высота и ширина,  $\theta(x)$  – единичная функция,  $\gamma$  – отношение мощностей дельта-барьеров,  $a$  – расстояние между барьерами;  $U$ ,  $U_1$  – величина скачка дна зоны проводимости на барьерах. Решение задачи при частоте электрического поля, строго соответствующей резонансной

<sup>1)</sup> e-mail: solidstate10@mail.ru

частоте переходов между центрами уровней, было получено в работе [6] (см. также [5, 7]) и имеет вид

$$\psi(x, t) = \psi_K(x)e^{-i\omega_0 t} + \psi_L(x)e^{i(\omega_0 - \omega_1)t}, \quad (2)$$

где

$$\psi_K(x) = \begin{cases} \exp(ik_0 x) + D \exp(-ik_0 x), & x < 0 \\ A \sin(kx) + B \cos(kx), & 0 < x < a, \\ C \exp(ik_1(x - a)), & x > a \end{cases}$$

$$\psi_L(x) = F \begin{cases} D_- \exp(\kappa x), & x < 0 \\ A_- \sin(k_- x) + B_- \cos(k_- x), & 0 < x < a. \\ C_- \exp(ik_{1-}(x - a)), & x > a \end{cases} \quad (3)$$

При достаточно мощных барьерах, а только при таких барьерах вообще и имеет смысл говорить о системе с резонансными уровнями, в отсутствие переменного электрического поля ( $\psi_L(x) = 0$ ) коэффициенты волновой функции (3) равны

$$B_0 = \beta = \frac{\beta_0}{1 + i\delta\varepsilon/\Gamma_K}, \quad \beta_0 = \frac{2\gamma^2 k_0}{\gamma^2 k_0 + k_1} = \sqrt{R_0} + 1,$$

$$A_0 = \frac{y}{k}\beta, \quad C_0 = \frac{\beta}{\gamma}(-1)^{K+1}, \quad D_0 = B_0 - 1. \quad (4)$$

Здесь  $R_0$  – коэффициент отражения от центра верхнего уровня в отсутствие поля,  $k_i$  – соответствующие волновые векторы на каждом уровне и в соответствующей области пространства,  $y = 2m^* \alpha / \hbar^2$  – величина, имеющая размерность волнового вектора, которая в структурах с  $\delta$ -образными барьерами выступает в роли резонансного параметра [11]. При достаточно мощных барьерах и соответственно узких резонансных уровнях  $y \gg k$ , а коэффициенты волновой функции в слабом высокочастотном электрическом поле равны:

$$D_- = \beta_- = \frac{qE}{im^* \omega^2} \frac{2\gamma^2 y^2}{k_{1-}} \cdot \frac{1}{1 + i\delta\varepsilon/\Gamma_L} \beta,$$

$$A_- = \frac{y}{k_-} \beta_-, \quad B_- = \beta_- = \gamma C_- (-1)^{L+1}. \quad (5)$$

В сильном поле, см. [6] (область применимости данного решения в сильных полях была подробно исследована в [12]),

$$F = \frac{1}{1+z}, \quad z = z_0 \frac{1}{1 + i\delta\varepsilon/\Gamma_L} \cdot \frac{1}{1 + i\delta\varepsilon/\Gamma_K},$$

$$z_0 = \left( \frac{qE}{m^* \omega^2} \right)^2 \frac{4\gamma^2 y^4}{k_{1-}(\gamma^2 k_0 + k_1)},$$

$$B = \frac{B_0}{1+z}, \quad A = \frac{A_0}{1+z}, \quad C = \frac{C_0}{1+z}, \quad D = B - 1. \quad (6)$$

Не представляет труда обобщить эти результаты и на частоты, близкие к резонансной при сдвиге на  $\Delta\omega$ . В этом случае решение задачи принимает вид

$$\beta_- = \frac{qE}{im^* \omega^2} \frac{2\gamma^2 y^2}{k_{1-}} \frac{1}{1 + i(\delta\varepsilon - \Delta\omega\hbar)/\Gamma_L} \beta,$$

$$z = z_0 \frac{1}{1 + i\delta\varepsilon/\Gamma_K} \frac{1}{1 + i(\delta\varepsilon - \Delta\omega\hbar)/\Gamma_L}, \quad (7)$$

а коэффициент отражения от структуры равен:

$$R = 1 - \frac{-\Gamma_K^2 (2z_0 \Gamma_L^2 (\sqrt{R_0} + 1) + (1 - R_0)(\Gamma_L^2 + (\delta\varepsilon - \hbar\Delta\omega)^2)) / [\delta\varepsilon^4 - 2\delta\varepsilon^3 \hbar\Delta\omega - 2\delta\varepsilon \hbar\Delta\omega \Gamma_K (\Gamma_K - z_0 \Gamma_L) + \delta\varepsilon^2 (\Gamma_K^2 - 2z_0 \Gamma_K \Gamma_L + \Gamma_L^2 + \hbar^2 \Delta\omega^2) + \Gamma_K^2 (\hbar^2 \Delta\omega^2 (1 + z_0) \Gamma_L^2)]}{\delta\varepsilon^4 - 2\delta\varepsilon^3 \hbar\Delta\omega - 2\delta\varepsilon \hbar\Delta\omega \Gamma_K (\Gamma_K - z_0 \Gamma_L) + \delta\varepsilon^2 (\Gamma_K^2 - 2z_0 \Gamma_K \Gamma_L + \Gamma_L^2 + \hbar^2 \Delta\omega^2) + \Gamma_K^2 (\hbar^2 \Delta\omega^2 (1 + z_0) \Gamma_L^2)}. \quad (8)$$

Надо особо отметить, что решение несимметрично относительно ширин верхнего и нижнего уровней. Симметрия наступает только при полном отражении и строгом резонансе  $R_0 = 1$ ,  $\Delta\omega = 0$ , или тривиальном случае туннелирования на резонансной частоте строго через центр уровня.

Вначале рассмотрим наиболее интересный для практики случай, когда в отсутствие высокочастотного поля электроны практически не проходят через структуру ( $R_0 \approx 1$ ), а ширины верхнего и нижнего уровней сравнимы. Этот случай интересен еще тем, что он по сути ничем не отличается от случая трехбарьерной структуры с одним верхним резонансным уровнем в первой яме и общим (расщепленным) нижним уровнем в первой и второй ямах [4]. Известно, что при строго резонансной частоте с ростом амплитуды СВЧ поля такая структура становится абсолютно прозрачной в центре резонансного уровня [2, 6]. При строго резонансной частоте и широком по сравнению с нижним верхнем уровне (такая ситуация наиболее просто реализуется) с увеличением амплитуды поля происходит расширение резонансного уровня [6], а коэффициент прохождения по центру уровня вначале доходит до единицы, а затем падает, рис. 2. Максимальным коэффициентом прохождения при этом остается в центре уровня. Для сравнения пунктиром приведена нормированная малосигнальная вероятность переходов:

$$P = \frac{1}{1 + (\delta\varepsilon/\Gamma_K)^2} \cdot \frac{1}{1 + (\delta\varepsilon/\Gamma_L)^2}. \quad (9)$$

При разной, но сравнимой ширине уровней (например, верхний уровень находится вблизи дна зоны проводимости слева, номера уровней существенно

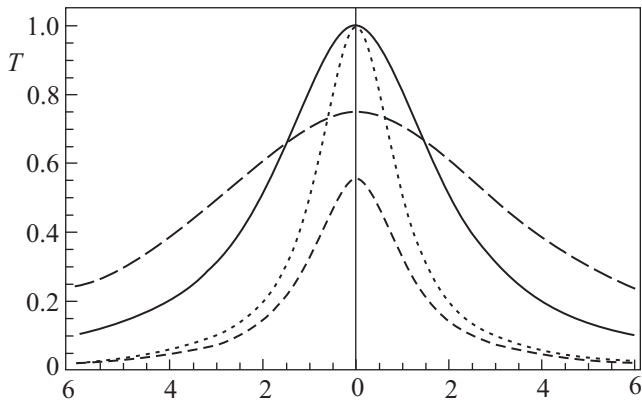


Рис. 2. Зависимость коэффициента прохождения электронов от расстояния до центра резонансных уровней. Квадрат нормированной амплитуды СВЧ поля  $z_0 = 0.2$  (---),  $z_0 = 1$  (—),  $z_0 = 3$  (---), нормированная малосигнальная вероятность переходов (· · · · ·). Ширина верхнего уровня намного больше ширины нижнего ( $\Gamma_K \gg \Gamma_L$ )

больше 1) с ростом амплитуды поля область интенсивных переходов расширяется, затем меняет форму – становится плоской, а при дальнейшем увеличении амплитуды на коэффициенте прохождения появляется два максимума в точках

$$\delta\varepsilon = \pm \frac{\sqrt{2\Gamma_K\Gamma_L z_0 - \Gamma_K^2 - \Gamma_L^2}}{\sqrt{2}}. \quad (10)$$

Еще интересней ситуация при равной ширине уровней (для двухбарьерной структуры такая ситуация носит чисто теоретический предельный характер, однако для трехбарьерной может быть элементарно получена [4]) – там два максимума появляется практически сразу, рис. 3, причем в каждом коэффи-

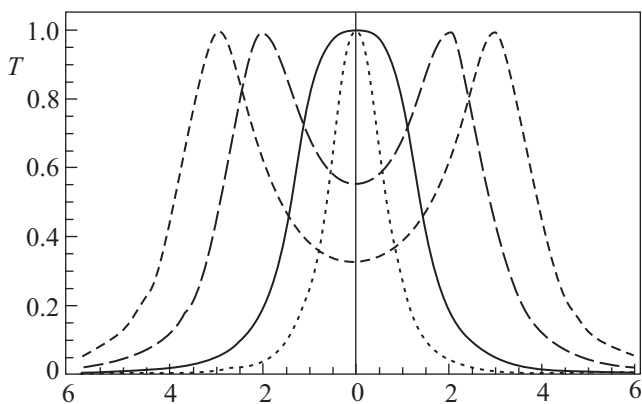


Рис. 3. Зависимость коэффициента прохождения электронов от расстояния до центра резонансных уровней. Квадрат нормированной амплитуды СВЧ поля  $z_0 = 1$  (—),  $z_0 = 5$  (---),  $z_0 = 10$  (· · · · ·), нормированная малосигнальная вероятность переходов (· · · · ·). Ширины верхнего и нижнего уровней равны ( $\Gamma_K = \Gamma_L$ )

циент прохождения остается равным единице. Можно показать, что единичный коэффициент прохождения при строго резонансной частоте наблюдается только при равной ширине уровней,  $\Gamma_K = \Gamma_L$ , и отклонении энергии от резонансной на величину

$$\delta\varepsilon = \pm \Gamma_K \sqrt{z_0 - 1}. \quad (11)$$

Интересно, что в этих условиях  $|z| = 1$ .

С ростом амплитуды высокочастотного поля расстояние между максимумами увеличивается и в конце концов становится больше ширины уровня – один уровень расщепляется на два с ширинами

$$\Gamma = \Gamma_K (\sqrt{z_0 + 2\sqrt{z_0} - 1} - \sqrt{z_0 - 2\sqrt{z_0} - 1}). \quad (12)$$

Естественно, это выражение имеет смысл, только когда подкоренное выражение во втором слагаемом больше 0, то есть при  $z_0 \geq (1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ . В сильных полях ( $z_0 \gg 1$ )  $\Gamma \approx 2\Gamma_K$ .

Наблюдается очень интересный эффект – из-за квантовой интерференции в сильном поле в двухуровневой системе появляется два абсолютно прозрачных канала рассеяния, при энергиях электронов существенно отличных от резонансной, то есть в сильных полях уровень как бы расщепляется на два уровня вдвое большей ширины. Необходимо еще раз отметить, что это происходит только при равной или сравнимой ширине уровней, если ширины уровней сильно различаются, никакого расщепления нет. То есть расщепление происходит только в системе близких по ширине уровней. При большой разнице ширин происходит только расширение, см. рис. 2.

С ростом амплитуды СВЧ поля общее число электронов, прошедших через структуру, вначале быстро возрастает, а затем выходит на насыщение. В пределе интеграл от коэффициента прохождения в сильных полях равен

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(z, \delta\varepsilon) d\delta\varepsilon = 4\pi \frac{\Gamma_K \Gamma_L}{\Gamma_K + \Gamma_L}, \quad (13)$$

что в 4 раза больше величины интеграла от нормированной малосигнальной вероятности переходов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1 + (\delta\varepsilon/\Gamma_K)^2} \cdot \frac{1}{1 + (\delta\varepsilon/\Gamma_L)^2} d\delta\varepsilon = \pi \frac{\Gamma_K \Gamma_L}{\Gamma_K + \Gamma_L}. \quad (14)$$

Не менее интересно поведение коэффициента прохождения при частотах, отличных от резонансной. Элементарный анализ выражения (8) показывает, что

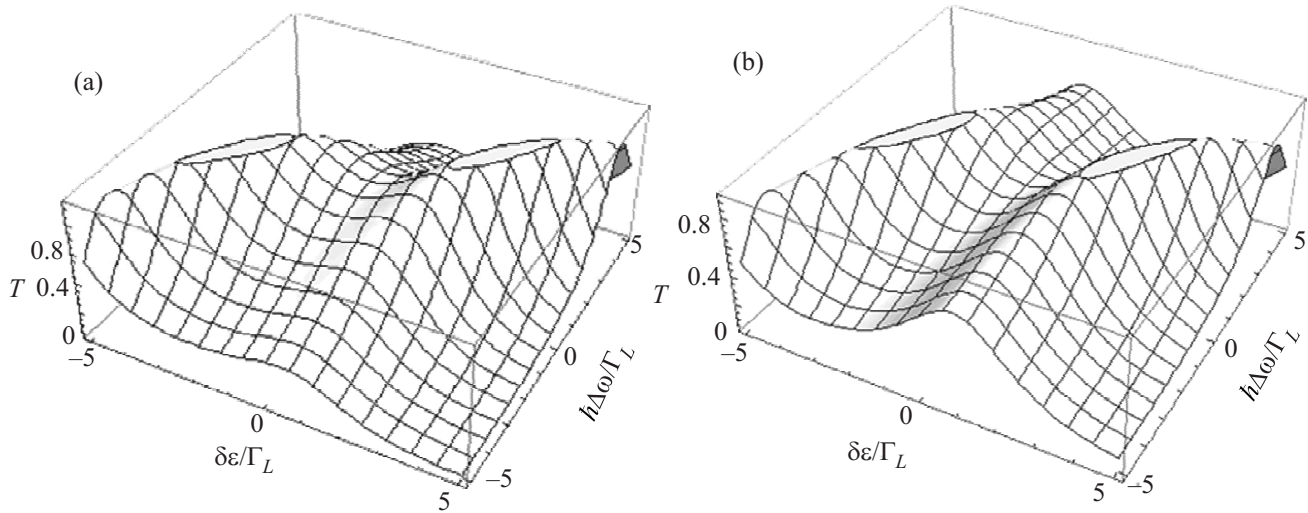


Рис. 4. Зависимость коэффициента прохождения от расстояния до центра уровней и сдвига частоты относительно резонансной при полном статическом отражении (а), и полупрозрачной структуре (б). Квадрат нормированной амплитуды СВЧ поля  $z_0 = 3$ ,  $\Gamma_K = 2\Gamma_L$

коэффициент прохождения становится равен единице при условии

$$\frac{\delta\varepsilon^3 + \delta\varepsilon\Gamma_K(R_0\Gamma_K - z_0\Gamma_L) \pm i\Gamma_L(\delta\varepsilon^2 + \sqrt{R_0}(\sqrt{R_0} - z_0)\Gamma_K^2)}{\delta\varepsilon^2 + R_0\Gamma_K^2}, \quad (15)$$

откуда сразу получаем, что структура становится абсолютно прозрачной при отклонении электронов от центра верхнего уровня на энергию

$$\delta\varepsilon = \pm\Gamma_K\sqrt{\sqrt{R_0}(z_0 - \sqrt{R_0})} \quad (16)$$

и сдвигу частоты от резонансной:

$$\hbar\Delta\omega = \pm\frac{|\sqrt{R_0}z\Gamma_K - \Gamma_L|\sqrt{|z_0 - \sqrt{R_0}|}}{\sqrt[3]{R_0}}. \quad (17)$$

Таким образом, оказывается, что в рассматриваемых двухбарьерных структурах при сравнимых ширинах резонансных уровней и любых статических коэффициентах прохождения для любой достаточно большой амплитуды СВЧ поля ( $z_0 \geq \sqrt{R_0}$ ) с частотой, близкой к резонансной, существует близкая к резонансной энергия электронов, при которой неупругий канал рассеяния становится абсолютно прозрачным.

Как пример, на рис. 4 приведены зависимости коэффициентов прохождения при полном статическом отражении ( $R_0 = 1$ ), рис. 4а, и для полупрозрачной структуры ( $R_0 = 0.5$ ) при разных ширинах уровней. Овалом выделены области, в которых коэффициент отражения меньше 1%, то есть по сути дела области абсолютной прозрачности. Видно доста-

точно существенное различие в формах коэффициентов прохождения. Интересно отметить, что, как показывают расчеты, форма коэффициента прохождения для нижнего уровня полупрозрачной структуры с полным статическим отражением с той лишь разницей, что в максимуме по нижнему уровню уходят не все, а около 85% электронов (а не около 50%, как можно было ожидать).

Ширины уровней в статическом случае или получаемые в малосигнальном приближении однозначно связаны с временем жизни электрона на уровне [13]. Так как ширины и форма уровней сильно зависят от амплитуды электрического поля, то может возникнуть вопрос, не меняется ли в сильном высокочастотном поле и время нахождения электронов внутри структуры. Одним из способов определения времени жизни (в малом сигнале при лоренцевской форме уровней он естественно приводит к тем же результатам, что и классическое определение [13]) может служить решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^a |\Psi|^2 dx = j(0) - j(a),$$

где  $j(0)$ ,  $j(a)$  – потоки из структуры на границах области. Видно, что так как все коэффициенты волновой функции с изменением поля как внутри структуры (определяющие интеграл), так и снаружи (определяющие потоки), меняются абсолютно одинаково, то и время жизни электронов внутри структуры не меняется. Поэтому получаемые кривые, строго го-

вора, не являются ширинами уровней, а являются ширинами процесса рассеяния в сильном поле.

**Заключение.** Для несимметричных двухбарьерных резонансно-туннельных структур с тонкими высокими барьерами исследованы зависимости ширины и формы резонансных уровней от амплитуды резонансного высокочастотного поля и особенности электронного транспорта в условиях баллистического прохождения электронов вблизи резонансных уровней. Получено аналитическое выражение для коэффициента прохождения через двухбарьерные структуры в сильном высокочастотном электрическом поле. Обнаружено, что в ряде случаев при близких ширинах уровней в зависимости от амплитуды поля резонансный уровень может вначале расширяться, а затем расщепляться на два абсолютно прозрачных уровня вдвое большей ширины. Найдены условия, при которых могут становиться абсолютно прозрачными и нерезонансные каналы рассеяния вблизи резонансного уровня. Показано, что несмотря на сильную зависимость ширины уровня от амплитуды поля, времена жизни электронов на уровне не меняются.

1. М. Ю. Сумецкий, М. Л. Фельштын, Письма в ЖЭТФ **53**, 24 (1991).
2. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, Письма в ЖЭТФ **63**, 559 (1996).
3. А. Гельвич, Е. И. Голант, И. В. Кузнецова, А. Б. Пашковский, Письма в ЖТФ **29**, 64 (2003).
4. А. Б. Пашковский, Письма в ЖЭТФ **89**, 32 (2009).
5. В. Ф. Елесин, Ю. В. Копаев, ЖЭТФ **123**, 1308 (2003).
6. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, ЖЭТФ **112**, 237 (1997).
7. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **112**, 483 (1997).
8. В. Ф. Елесин, ЖЭТФ **122**, 131 (2002).
9. T. C. L. G. Sollner et al., Appl. Phys. Lett. **43**, 588 (1985).
10. E. R. Brown et al., Appl. Phys. Lett. **55**, 1777 (1989).
11. В. М. Галицкий, Б. М. Карнаков, В. И. Коган, *Задачи по квантовой механике*, М.: Наука, 1981, с. 150.
12. Е. И. Голант, А. Б. Пашковский, *Теоретическая и математическая физика*, **120**, 332 (1999).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1981, с. 633.