

## ЭЛЕКТРОННЫЙ ПАРАМАГНЕТИЗМ КОЛЬЦА

*Ф.В.Кусмарцев*

*Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау АН СССР  
142432, Черноголовка  
Institut für Theoretische Physik der Universität zu Köln  
D-5000 Köln 41, Germany*

Поступила в редакцию 26 ноября 1990 г.

В приближении сильной связи найдено точное решение для спектра электронов, локализованных на кольце, в поперечном магнитном поле, зависящее от четности числа электронов, показана возможность существования на кольце основного состояния с потоком магнитного поля.

В настоящее время огромный интерес вызывает возможность основного состояния с ненулевым орбитальным током. Такие состояния являются состояниями с нарушенными фундаментальными симметриями  $T, P$  и  $C^{1-7}$ . В ряде работ<sup>6,7</sup> было показано, что энергия электронов на решетке в магнитном поле меньше, чем энергия свободных электронов без поля. Это показывает, что состояние с потоком возможно и есть основное состояние электронов на решетке. Но здесь обычно возникает возражение, что при учете энергии магнитного поля полная энергия все равно больше, чем энергия свободных фермионов. В настоящей работе мы покажем, что для простейшей двумерной решеточной системы - кольца, на котором расположены узлы с электронами, энергия электронов вместе с энергией поля меньше, чем энергия свободных электронов на кольце.

Для простоты пренебрежем спином. Тогда гамильтониан бесспиновых фермионов на кольце в магнитном поле имеет вид:

$$H = - \sum_{\langle i,j \rangle}^N t_{ij} a_i^+ a_j, \quad (1)$$

где  $a_i^+$  и  $a_j$  - операторы рождения и уничтожения фермионов, сумма  $\langle i, j \rangle$  берется только по ближайшим соседям, а  $N$  - число узлов в кольце. В симметричной калибровке диагонализация рассматриваемого гамильтониана сводится к диагонализации матрицы размера  $N \times N$ .

$$A = - \begin{pmatrix} 0 & p & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & p^{-1} \\ p^{-1} & 0 & p & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & p^{-1} & 0 & p & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 & p \\ p & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & p^{-1} & 0 \end{pmatrix} \times t, \quad (2)$$

где  $p = \exp(i2\pi f/N)$ ,  $N \geq 3$  и  $f$  - магнитный поток через кольцо в единицах кванта потока. Методом индукции можно легко доказать, что собственные значения этой матрицы имеют вид

$$E_{Nm} = -2t \cos \left( \frac{2\pi}{N} f + \frac{2\pi m}{N} \right); \quad (3)$$

здесь  $0 \leq f \leq 1$  и  $m = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Располагая фермионы на нижайших уровнях, можно легко вычислить энергию основного состояния. Эта энергия сильно зависит от того, четное или нечетное число электронов находится на кольце. Если в системе находится четное число электронов, то энергия основного состояния  $2M$  электронов имеет вид

$$E_{gr}^c = -2t \left[ \alpha \cos \left( \frac{2\pi f}{N} \right) + \beta \sin \left( \frac{2\pi f}{n} \right) \right], \quad (4)$$

где  $\beta = \sin \left( \frac{2\pi M}{N} \right)$  и  $\alpha = \text{ctg} \left( \frac{\pi}{N} \right) \beta$ . Как видно из этого выражения, энергия фактически линейно зависит от потока и при этом уменьшается с ростом  $f$  от нуля. Так как всегда при однородном поле энергия поля квадратично зависит от потока, то очевидно, что в любом случае полная энергия системы понижается с включением поля. Если энергия поля имеет вид  $Cf^2$ , где  $C$  - постоянная, то величина равновесного магнитного потока равна

$$f_{sp} = \frac{2\pi t \beta}{CN}. \quad (5)$$

Как видно из этой формулы, величина потока мала по параметру  $1/N$ . Величина намагниченности, которая легко определяется из формулы (3), также мала по этому параметру. Выигрыш в энергии за счет возникновения эффективного магнитного поля тоже не очень большой: порядка  $1/N^2$ . Описанный эффект возникает из-за того, что при нулевом поле все уровни, за исключением верхнего и нижнего, двухкратно вырождены, а при включении поля вырождение снимается.

Опишем полученные результаты. При нечетном заполнении электронов их энергия является периодической функцией с периодом  $f = 1$ . Минимум энергии достигается при целых значениях потока  $f = \dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots$ . При полуцелых значениях потока энергия электронов достигает острого сингулярного максимума, отвечающего фазовому переходу в состояние с новым квантовым числом

полного потока, равного сумме внешнего и диамагнитного электронного потоков.

При четном числе электронов на кольце их энергия также является периодической функцией поля с периодом  $f = 1$ . Поведение этой функции подобно поведению энергии системы при нечетном числе электронов, но сдвинутому на полпериода. Т.е. при целых значениях потока энергия, как функция этого магнитного потока, имеет острые максимумы, а при полуцелых значениях магнитного потока - гладкие минимумы. Полученные результаты могут быть использованы при объяснении экспериментов по сохраняющимся токам в мезоскопических кольцах ("persistent currents")<sup>8</sup>. В указанной работе наблюдались осцилляции магнитного момента с полуцелым периодом в системе из медных колец. И хотя мы получили, что эффект спонтанной намагниченности является малым по параметру  $1/N$ , в реальной ситуации эта малость уничтожается или может уничтожаться поперечным вырождением, так как в медном кольце цепочек из  $N$  узлов очень много. Если в среднем половина колец имеет четное число электронов, а другая - нечетное, то энергия основного состояния такой системы является периодической функцией, но уже с полуцелым периодом. Отсюда следует, что и осцилляции магнитного момента и магнитной восприимчивости имеют полуцелый период.

Описанный в работе эффект спонтанной электронной намагниченности может быть наблюдаем на кольцах, составленных из квантовых точек, которые можно изготовить благодаря современной технологии<sup>9</sup>.

Я благодарен В.Л.Покровскому и Д.Хомскому за полезное обсуждение.

## Литература

1. *Kalmeyer V., Kaughlin R.B.* Phys. Rev. Lett., 1987, 59, 2095.
  2. *Affleck J., Manston J.B.* Phys. Rev. B, 1988, 37, 3774.
  3. *Wen X.G., Wilczek Fr., Zee A.* Phys. Rev. B, 1989, 39, 11413.
  4. *Anderson P.W.* Physica Scripta, 1989, 27, 60.
  5. *Wiegmann P.* Phys. Scripta, 1989, 27, 160.
  6. *Hasegawa Y., Lederer P., Rice T.M., Wiegmann P.B.* Phys. Rev. Lett., 1989, 63, 907.
  7. *Mantambauz G.* Phys. Rev. Lett., 1989, 63, 1657.
  8. *Levy L.P., Dolan G., Dunsmuir J., Bouchiat H.* Phys. Rev. Lett., 1990, 64, 2074.
  9. *Demel T., Heitmann D., Grambow P., Ploog K.* Phys. Rev. Lett., 1990, 64, 788.
-