

Гистерезис волн переключения и диссипативные солитоны в нелинейных магнитных метаматериалах

Н. Н. Розанов¹⁾*, Н. В. Высотина*, А. Н. Шацев*, И. В. Шадривов⁺, Ю. С. Кившарь⁺

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики
197101 Санкт-Петербург, Россия

* ФГУП НПК “Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова”, 199034 Санкт-Петербург, Россия

⁺ Центр нелинейной физики, Австралийский национальный университет, Канберра АСТ 0200, Австралия

Поступила в редакцию 20 апреля 2011 г.

Для нелинейного магнитного метаматериала – цепочки слабосвязанных разомкнутых кольцевых резонаторов, электрический ток в которых возбуждается внешним электромагнитным излучением, аналитически и численно изучены локализованные структуры, формирующиеся в условиях бистабильности. Обнаружен гистерезис скорости волн переключения (фронтов) и найдены дискретные диссипативные солитоны.

Искусственные композитные структуры, содержащие электропроводящие элементы, или метаматериалы, привлекают в последние годы все большее внимание вследствие их уникальных свойств отрицательной магнитной проницаемости и обратного распространения волн. В отличие от кристаллов метаматериалы допускают управление макроскопическими характеристиками за счет подбора типов и геометрии их структурных элементов [1–3]. Наиболее просто магнитные резонансные метаматериалы получают путем создания периодической решетки резонансных электрических контуров, размеры которых много меньше длины волны распространяющихся электромагнитных волн. Искусственный характер метаматериалов предоставляет возможность управления их свойствами за счет либо динамической перестройки их структуры, либо включения в них дополнительных нелинейных элементов и управления ими внешним полем [4].

Недавно было теоретически показано, что магнитные метаматериалы, состоящие из цепочек электрических колебательных контуров – разомкнутых кольцевых резонаторов (РКР), благодаря их слабой связи могут проявлять эффекты дискретности [5–8]. В частности, было продемонстрировано, что в цепочке (одномерной дискретной системе) нелинейных РКР, где каждый РКР взаимодействует с ближайшими соседями, локальная нелинейность и слабая связь РКР могут привести к возникновению дискретных локализованных структур [7, 8]. В этом сообщении мы изучаем два типа дискретных локализованных структур в таких системах: волны переключения и диссипативные солитоны.

Мы показываем, что в зависимости от параметров системы и предыстории (начальных условий) волны переключения неподвижны или движутся, тогда как солитоны в высокой степени локализованы вследствие дискретности системы.

Следуя [6], мы рассматриваем периодическую цепочку одинаковых нелинейных РКР (рис. 1), которая

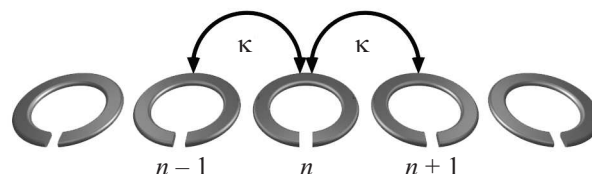


Рис. 1. Цепочка разомкнутых кольцевых резонаторов со слабой связью между соседними элементами

служит простой одномерной моделью магнитного метаматериала, недавно созданного и изученного экспериментально [9]. Все РКР лежат в одной плоскости, а их центры расположены на прямой линии. Каждому РКР можно сопоставить нелинейный электрический колебательный контур, составленный нелинейным омическим сопротивлением, индуктивностью и емкостью. Считаем, что нелинейность РКР вызвана керровской нелинейностью среды, введенной в разрез РКР [4, 6].

Управляющее уравнение для амплитуды электрического тока Ψ_n в n -м резонаторе в цепочке в безразмерной форме имеет вид [6]

$$i \frac{\partial \Psi_n}{\partial t} - (2\Omega - i\gamma + \alpha |\Psi_n|^2) \Psi_n - \Sigma = \kappa (\Psi_{n+1} + \Psi_{n-1} - 2\Psi_n). \quad (1)$$

¹⁾ e-mail: nrosanov@yahoo.com

Здесь t – время, нормированное на период собственных колебаний изолированного резонатора; Ω и γ – отклонение собственной частоты от частоты поддерживающего излучения и скорость затухания тока в резонаторе, нормированные на собственную частоту колебаний резонатора; коэффициент $\alpha = \pm 1$, соответственно, для самофокусирующей и самодефокусирующей нелинейности; Σ – амплитуда поддерживающего излучения; κ – коэффициент связи. Используются приближения медленно меняющихся амплитуд и взаимодействия ближайших соседей.

Континуальный предел отвечает большим значениям коэффициентов связи. При этом (1) совпадает с уравнением для интерферометра с керровской средой, возбуждаемого внешним излучением [10, 11]. Дополнительным фактором служит возможность существования не только положительных, но и отрицательных значений κ (правая часть (1) представляет дискретную дифракцию). Предел исчезающе малых коэффициентов связи $\kappa \rightarrow 0$ является вырожденным (полностью независимые резонаторы). При условиях $\Omega^2 > 3\gamma^2$, $\alpha\Omega < 0$ имеет место бистабильность: в зависимости от начальных условий устанавливается одно из двух значений тока: $\Psi_n^{(0)} = \Psi^{(\uparrow)}, \Psi^{(\downarrow)}$. При слабой связи применима теория возмущений по κ . Полагая $\Psi_n = \Psi_n^{(0)}(1 + \kappa\delta\Psi_n)$, для поправок $\delta\Psi_n$ в стационарном режиме получим

$$a_n\delta\Psi_n + b_n\delta\Psi_n^* = c_n, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} b_n &= \alpha|\Psi_n^{(0)}|^2\Psi_n^{(0)}, \\ a_n &= b_n - \Sigma\Psi_n^{(0)}, \\ c_n &= -\kappa(\Psi_{n+1}^{(0)} + \Psi_{n-1}^{(0)} - 2\Psi_n^{(0)}). \end{aligned} \quad (3)$$

Решение (2) имеет вид

$$\delta\Psi_n = \frac{c_n a_n^* - b_n c_n^*}{|a_n|^2 - |b_n|^2}. \quad (4)$$

Если плавно менять контрольный параметр – амплитуду поддерживающего излучения Σ , то знаменатель дроби в (4) обращается в нуль при значениях, отвечающих краям промежуточной (неустойчивой) ветви зависимости $|\Psi^{(0)}|^2$ от Σ . Поэтому поправки могут быть велики только у краев нижней и верхней ветвей этой зависимости.

Модуляционная неустойчивость однородных распределений $\Psi_n^{(0)} = \Psi^{(0)}$ изучена в [6]. Ниже приводятся новые результаты численных расчетов дискретных волн переключения (ВП) и дискретных диссипативных солитонов в случае самофокусирующей нелинейности $\alpha = 1$.

Волны переключения. В условиях бистабильности, когда в цепочке существуют два устойчивых однородных распределения, в ней могут формироваться и ВП, фронт которых представляет собой переход при изменении номера резонатора n от одного однородного распределения к другому при однородном внешнем возбуждении (различаются асимптотические значения амплитуды тока $\Psi^{(\downarrow)}$ и $\Psi^{(\uparrow)}$ при $n \rightarrow \pm\infty$). Стационарными являются только неподвижные ВП. Их профили близки к ступеньке с поправками (4). Скорости и профили движущихся ВП ввиду дискретности системы меняются со временем квазипериодически (в отличие от ВП со стационарным профилем в континуальных схемах). Поэтому ниже под скоростью ВП v понимается ее среднее значение. Скорость определяется как положительная, если движение ВП приводит к расширению области, занятой верхней ветвью бистабильности (амплитуда тока $\Psi^{(\uparrow)}$), и как отрицательная в противоположном случае. Пример движущейся ВП с положительной скоростью представлен на рис. 2.

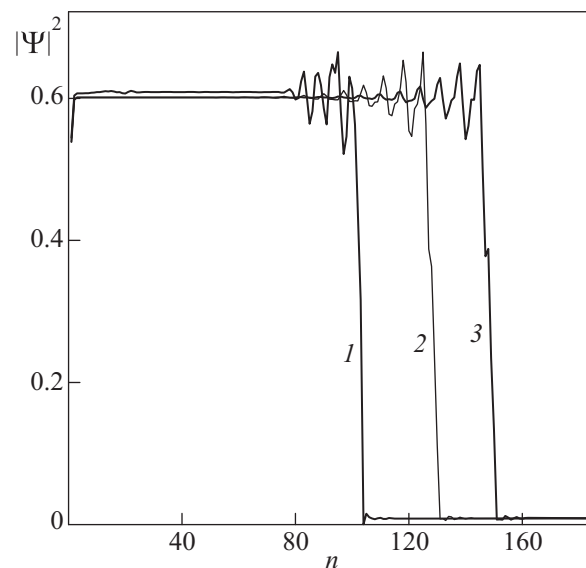


Рис. 2. Профили движущейся ВП в три последовательных момента времени: $t = 600$ (1), 1400 (2), 2000 (3); $\Sigma = 0.05$, $\Omega = -0.2$, $\gamma = 0.02$, $\kappa = 0.07$

Ввиду дискретности системы скорость ВП обращается в нуль на некотором интервале значений Σ . При этом зависимость $v(\Sigma)$ имеет гистерезисный характер (рис. 3). Для принятых параметров вблизи правого края интервала существования неподвижных ВП с увеличением Σ они плавно сменяются режимом движущихся ВП (суперкритическая бифуркация). Вблизи левого края интервала имеет место субкритическая бифуркация со скачкообразным измене-

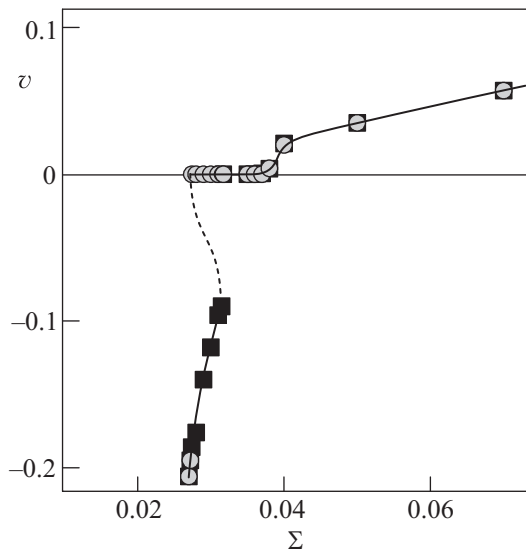


Рис. 3. Зависимость скорости ВП v от амплитуды поддерживающего излучения Σ . Стрелки показывают гистерезисные скачки при плавном изменении Σ . Параметры: $\Omega = -0.2$, $\gamma = 0.035$, $\kappa = 0.089$

нием скорости. При параметрах, использованных для построения рис. 3, численно найденный интервал бистабильности ВП, в котором имеются и неподвижные, и движущиеся ВП, имеет вид: $0.0271 \leq \Sigma \leq 0.03135$.

Наличие целого интервала значений амплитуды поддерживающего излучения, внутри которого волна переключения неподвижна, является особенностью не только дискретных, но и неоднородных континуальных систем [11], предельным случаем которых являются рассматриваемые дискретные системы. Для однородных континуальных систем этот интервал сжимается в точку – максвелловское значение контрольного параметра. Даже в условиях, когда солитоны не формируются (см. ниже), свойства дискретных ВП приводят к особенностям пространственного гистерезиса [11] (поддерживающее излучение в виде пучка, амплитуда которого медленно меняется во времени), напоминающего гистерезис при ферромагнетизме.

Дискретные диссипативные солитоны. Для светлых (с локальным подъемом амплитуды тока) солитонов асимптотические значения амплитуды тока при $n \rightarrow -\infty$ и $n \rightarrow +\infty$ совпадают с $\Psi^{(\downarrow)}$. Для наиболее узкого солитона в низшем приближении по κ $\Psi_n^{(0)} = \Psi^{(\downarrow)} + (\Psi^{(\uparrow)} - \Psi^{(\downarrow)})\delta_{n,n_0}$. Поправки (4) затрагивают небольшое число соседних резонаторов, а их величина согласуется с результатами численных расчетов, подтверждающими устойчивость солитонных режимов (рис. 4). Как видно из рис. 5, солитоны устойчивы практически во всей области бистабильности.

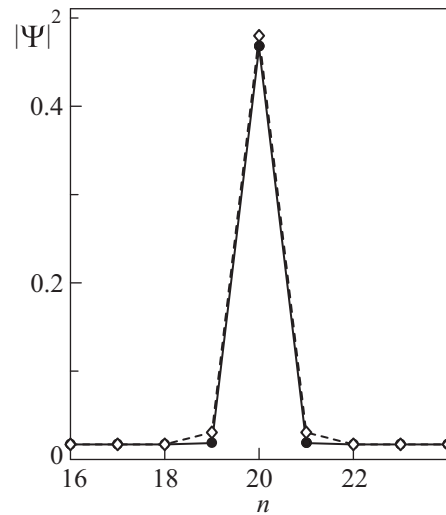


Рис. 4. Профиль неподвижного солитона (сплошная линия – численный расчет, пунктир – результат теории возмущений). Параметры: $\Omega = -0.2$, $\gamma = 0.04$, $\kappa = 0.06$, $\Sigma = 0.05$

Для цепочки достаточной длины имеется большое число профилей солитонного типа с различным числом максимумов тока и различной шириной максимумов.

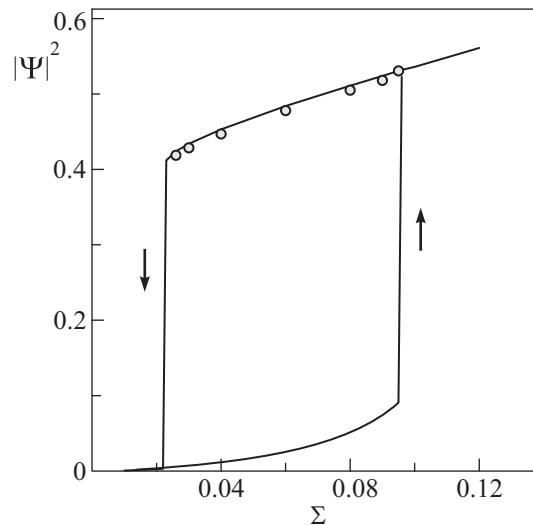


Рис. 5. Ветви бистабильного отклика. Переключение между ними показано вертикальными стрелками, кружки у верхней ветви указывают значение $|\Psi_n|^2$ в центре наиболее узкого солитона. Параметры: $\Omega = -0.2$, $\gamma = 0.035$, $\kappa = 0.0025$

Таким образом, в нелинейном магнитном метаматериале – цепочке слабосвязанных разомкнутых кольцевых резонаторов, возбуждаемых монохроматическим электромагнитным излучением, в условиях бистабильности имеют место неподвижные и дви-

жущиеся волны переключения и дискретные диссипативные солитоны. Соответствующие распределения электрического тока эффективно описываются теорией возмущений по коэффициенту связи. Обнаружен гистерезис волн переключения, когда при фиксированных значениях параметров системы в зависимости от начальных условий устанавливается или неподвижная, или движущаяся волна переключения. Его можно интерпретировать как следствие различия трения покоя и трения движения в дискретной системе (в механической аналогии сила, действующая на тело, недостаточна для преодоления трения покоя, но способна поддерживать уже имеющееся движение тела). Наличие волн переключения и диссипативных солитонов свидетельствует о возможности формирования разнообразных структур и их динамической перестройки в метаматериале под действием внешнего излучения.

Представленные результаты свидетельствуют о перспективности экспериментальных исследований дискретных волн переключения и диссипативных солитонов в нелинейных метаматериалах, изучавшихся в оптическом и микроволновом диапазонах длин волн в [12, 13]. Подчеркнем, что обнаруженный нами гистерезис скорости волн переключения принципиально отличается от классического гистерезиса амплитуды нелинейного осциллятора. Эффекты, обнаруженные в настоящей работе, могут предоставить возможность управления откликом метаматериалов в нелинейном режиме.

Работа выполнена в рамках гранта Правительства РФ для государственной поддержки науч-

ных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования, и гранта Министерства образования и науки РНП # 2.1.1/9824.

1. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4184 (2000).
2. J. B. Pendry, *Physics World* **14**, 47 (2001).
3. А. В. Кильдышев, В. М. Шалаев, *УФН* **181**, 59 (2011).
4. A. A. Zharov, I. V. Shadrivov, and Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 037401 (2003).
5. E. Shamonina, V. A. Kalinin, K. H. Ringhofer, and L. Solymar, *J. Appl. Phys.* **92**, 6252 (2002).
6. I. V. Shadrivov, A. A. Zharov, N. A. Zharova, and Y. S. Kivshar, *Photonics Nanostruct. Fundam. Appl.* **4**, 69 (2006).
7. N. Lazarides, M. Eleftheriou, and G. P. Tsironis, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 157406 (2006).
8. *Nonlinearities in Periodic Structures and Metamaterials* (Eds. C. Denz, S. Flach, and Yu. S. Kivshar), Springer, Heidelberg, 2010.
9. I. V. Shadrivov, A. B. Kozyrev, D. W. van der Weide, and Y. S. Kivshar, *Opt. Express* **16**, 20266 (2008).
10. L. A. Lugiato and R. Lefever, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 2209 (1987).
11. N. N. Rosanov, *Spatial Hysteresis and Optical Patterns*, Springer, Heidelberg, 2002.
12. G. Dolling, M. Wegener, A. Schadle et al., *Appl. Phys. Lett.* **89**, 231118 (2006).
13. A. B. Kozyrev, C. Qin, I. V. Shadrivov et al., *Opt. Express* **15**, 11714 (2007).