Письма в ЖЭТФ, том 94, вып. 1, с. 28 – 34 © 2011 г. 10 июля

Эффект стабилизации возбужденного состояния одинаковых частиц штарковским взаимодействием

А. М. Башаров[1)]

РНЦ "Курчатовский институт"

Поступила в редакцию 9 марта 2011 г.
После переработки 16 мая 2011 г.

В марковском приближении и технике квантовых стохастических дифференциальных уравнений на примере распада симметричного W-состояния показано, что коллективный спонтанный распад ансамбля одинаковых частиц может быть практически полностью подавлен штарковским взаимодействием частиц с вакуумным электромагнитным полем, что приводит к эффекту стабилизации возбужденного состояния атомного ансамбля с определенным числом частиц.

В работе [1] предсказан эффект подавления спонтанного излучения одиночной квантовой частицы ее штарковским взаимодействием с вакуумным электромагнитным полем с нулевой плотностью фотонов. В результате квантовой интерференции реального перехода с возбужденного уровня на основной энергетический уровень с излучением фотона и процессов виртуальных переходов без излучения фотонов (с возвращением на возбужденный уровень) скорость спонтанного излучения уменьшается. Однако в случае обычного одиночного атома его штарковское взаимодействие с вакуумным электромагнитным полем мало по сравнению с характерной энергией Раби, определяющей скорость квантового перехода с возбужденного уровня на основной. Штарковское взаимодействие является эффектом второго порядка по полю, тогда как характерная энергия Раби является эффектом первого порядка по полю.

В данном сообщении показано, что несмотря на свою малость в случае одиночной квантовой частицы, штарковское взаимодействие с вакуумным электромагнитным полем усиливается в ансамбле одинаковых частиц и может оказаться определяющим в коллективном распаде ансамбля из одинаковых частиц в случае достаточного их числа. На примере распада симметричного состояния однократно возбужденного ансамбля из N атомов (так называемого W-состояния [2]) показано, что существует критическое число атомов ансамбля, при котором W-состояние оказывается стабильным и не подвержено коллективному спонтанному распаду. Это утверждение сделано на основании анализа модели электродипольного взаимодействия неподвижных частиц с широкополосным (вакуумным) электромагнитным полем без фотонов в марковском приближении. Рассматриваемые частицы сосредоточены в объеме с размерами, много меньшими характерной длины волны. Эффектами отдачи, вырождением распадающегося и основного атомных энергетических уровней и состоянием поляризации электромагнитного поля пренебрегается. Использованные приближения являются обычными как для теории спонтанного распада одиночного атома [3], так и для квантового описания коллективного распада атомного ансамбля [4, 5]. Выбор примера для исследования обусловлен простотой и наглядностью результата и тем обстоятельством, что различные типы W-состояний представляют интерес для устройств квантовой информации [2, 6].

Без учета штарковского взаимодействия W-состояние распадается со временем t экспоненциальным образом ($\exp\{-\gamma\omega_{21}Nt\}$) со скоростью, пропорциональной числу N атомов W-состояния [2, 4]. Здесь $\gamma\omega_{21} = 2\omega_{21}^3 d_{21}^2/(3\hbar c^3)$ – обычная константа электродипольного распада атома (без учета поляризации фотонов), выраженная через частоту перехода ω_{21} и величину его дипольного момента d_{21} [3]. В работе показано, что при учете штарковского взаимодействия распад W-состояния также является экспоненциальным ($\exp\{-\gamma\omega_{21}\gamma_{\mathrm{nW}}Nt\}$). Однако при этом появляется дополнительный множитель $\gamma_{\mathrm{nW}} = 2[1-\cos(N\eta_{\mathrm{St}})]/(N\eta_{\mathrm{St}})^2$, $\eta_{\mathrm{St}} = \gamma|\Pi_1|\omega_{21}\hbar/d_{12}^2$, который обращается в нуль при числе атомов W-состояния, удовлетворяющем условию $N\eta_{\mathrm{St}} = 2\pi n$, $n = 1, 2, \ldots$ Здесь Π_1 – стандартный параметр теории оптического резонанса [7], характеризующий штарковское взаимодействие атома, находящегося в основном состоянии. Оценить оптимальное значение параметра Π_1 позволяет выражение $|\Pi_1| \sim d_{21}^2/(\hbar\Delta)$, где $\Delta \ll \omega_{21}$ – частотная отстройка от квазирезонансного атомного уровня [7]. Тогда дополнительный множитель γ_{nW} определяется величиной $N\eta_{\mathrm{St}} \sim \sim N\gamma\omega_{21}/\Delta$. Отстройка от квазирезонансного уров-

[1)]e-mail: basharov@gmail.com

ня Δ должна превосходить естественную ширину уровня ($\Delta \gg \gamma\omega_{21}$), чтобы не было резонанса с квазирезонансным уровнем. Таким образом, эффект подавления спонтанного излучения ансамбля одинаковых атомов представляется вполне реальным для числа атомов порядка $\Delta/(\gamma\omega_{21})$. Это число может оказаться порядка сотни, что может служить стимулом для поиска подходящих условий экспериментального исследования обнаруженного эффекта.

Анализ влияния штарковского взаимодействия на динамику ансамбля одинаковых атомов весьма сложен. Прежде всего это связано с подмеченным в данном сообщении обстоятельством: в ансамбле коллективно распадающихся одинаковых атомов даже слабое штарковское взаимодействие одиночного атома усиливается и при достаточном числе частиц ансамбля становится существенно не малым. Поэтому в обычных методах [3–5, 8, 9] учет штарковского взаимодействия ансамбля одинаковых атомов требует суммирования бесконечного ряда теории возмущений, при обрывании которого эффекта подавления спонтанного излучения не проявляется. В связи с этим известные работы по спонтанному двухфотонному распаду в широкополосном вакууме имеют очень ограниченную область применимости. Штарковским взаимодействием в них, по сути, пренебрегается. Так, в работах [10, 11] исследовалось двухквантовое спонтанное излучение ансамбля одинаковых атомов, однако зависимость исследованных величин от числа атомов оказалась аналогичной обычному спонтанному излучению без учета штарковского взаимодействия. Между тем в двухквантовых процессах штарковское взаимодействие обычно того же порядка, что и двухквантовая энергия Раби. Поэтому его необходимо учитывать как в спонтанном распаде одиночного атома, так и в коллективном спонтанном распаде ансамбля одинаковых атомов.

Для строгого учета штарковского взаимодействия в данной статье использована техника квантовых стохастических дифференциальных уравнений (КСДУ), обобщенных для учета квантового пуассоновского процесса (наряду с винеровским процессом). Этот математический аппарат разработан в работе [12] и впервые применен для описания спонтанного излучения в работе [1], в которой штарковское взаимодействие было представлено квантовым пуассоновским процессом. Заметим, что КСДУ использовались для описания спонтанного излучения и раньше [7, 13]. Однако они не включали в себя пуассоновский процесс и определялись только квантовым винеровским процессом. Соответственно, они не учитывали штарковского взаимодействия. Вместе с тем именно обобщенные КСДУ благодаря простой алгебре Хадсона–Партасарати [12] позволяют эффективно учесть немалое штарковское взаимодействие в ансамбле одинаковых атомов, обеспечивая автоматическое суммирование упомянутого бесконечного ряда теории возмущений, которое неясно как выполнить в альтернативных методах [3–5, 8-11].

В представлениях взаимодействия и эффективного гамильтониана [7, 14] основным уравнением, описывающим эволюцию волновой функции $|\Psi(\tau)\rangle$ системы из ансамбля одинаковых атомов и широкополосного (вакуумного) квантованного электромагнитного поля с нулевой плотностью фотонов в условиях электродипольного взаимодействия между ними и возможности заселения только атомных уровней $|E_1\rangle$ и $|E_2\rangle$ с энергиями E_1 и E_2, будет следующее уравнение Шредингера:

$$i\frac{d}{d\tau}|\Psi(\tau)\rangle = [H^{\mathrm{Tr}}(\tau) + H^{\mathrm{St}}(\tau)]|\Psi(\tau)\rangle, \tag{1}$$

$$H^{\mathrm{Tr}}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^\infty d\nu b_\nu^+ e^{i(\nu-1)\tau}\chi(\nu)R_- + \\ + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^\infty d\nu b_\nu e^{-i(\nu-1)\tau}\chi(\nu)R_+, \tag{2}$$

$$H^{\mathrm{St}} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^\infty d\nu b_\nu^+ e^{i(\nu-1)\tau} \times \\ \times \int\limits_0^\infty d\nu' b_{\nu'} e^{-i(\nu'-1)\tau}[\eta_+(\nu,\nu')N/2 + \eta_-(\nu,\nu')R_3], \tag{3}$$

с начальным условием $|\Psi_0\rangle = |\Psi_0^A\rangle \otimes |\Psi_0^F\rangle$, где $|\Psi_0^A\rangle$ – волновая функция атомной подсистемы, а $|\Psi_0^F\rangle$ – волновая функция состояния электромагнитного поля, причем

$$\langle\Psi_0^F|b_\nu^+ b_{\nu'}|\Psi_0^F\rangle = 0, \quad \langle\Psi_0^F|b_\nu b_{\nu'}^+|\Psi_0^F\rangle = \delta(\nu-\nu'), \\ \langle\Psi_0^F|b_\nu b_{\nu'}|\Psi_0^F\rangle = \langle\Psi_0^F|b_\nu^+ b_{\nu'}^+|\Psi_0^F\rangle = 0, \\ \langle\Psi_0^F|b_\nu|\Psi_0^F\rangle = \langle\Psi_0^F|b_\nu^+|\Psi_0^F\rangle = 0. \tag{4}$$

Здесь операторы (верхний индекс отмечает кет- и бра-векторы i-го атома)

$$R_3 = \frac{1}{2}\sum_i (|E_2\rangle^{(i)}\langle E_2|^{(i)} - |E_1\rangle^{(i)}\langle E_1|^{(i)}),$$

$$R_- = \sum_i |E_1\rangle^{(i)}\langle E_2|^{(i)}, \quad R_+ = \sum_i |E_2\rangle^{(i)}\langle E_1|^{(i)}$$

действуют в пространстве состояний атомного ансамбля и удовлетворяют коммутационным соотношениям su(2)-алгебры:

$$[R_3, R_\pm] = \pm R_\pm, \quad [R_+, R_-] = 2R_3.$$

Бозонные операторы b_ν и $b^+_{\nu'}$ действуют в пространстве состояний электромагнитного поля и удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры осцилляторов: $[b_\nu, b^+_{\nu'}] = \delta(\nu - \nu')$.

Выражения (1)–(4) записаны в безразмерном виде. В качестве безразмерного времени взято $\tau = \omega_{21} t$, частоты – $\nu = \omega/\omega_{21}$. В частоту перехода $\omega_{21} = (E_2 - E_1)/\hbar$ включены лэмбовские сдвиги уровней. Безразмерный параметр $\chi(\nu)$ определяет частоту Раби рассматриваемого атомного перехода $E_2 \to E_1$. Безразмерные параметры $\eta_\pm(\nu,\nu')$ характеризуют величину штарковского взаимодействия. В определение $\chi(\nu)$ и $\eta_\pm(\nu,\nu')$ через размерные величины:

$$\chi(\nu) = \frac{\sqrt{2}\omega_{21} d_{12}}{\mu c^{3/2}\sqrt{\hbar}}\nu,$$

$$\eta_\pm(\nu,\nu') = \chi(\nu)\chi(\nu')\frac{\Pi_\pm(\omega_{21}\nu, \omega_{21}\nu')}{d_{21}^2/(\hbar\omega_{21})},$$

входят корректировочный множитель $\mu = \sqrt{3}$ и стандартные характеристики штарковского взаимодействия [7]

$$\Pi_\pm(\omega,\omega') = \frac{1}{2}\{\Pi_2(\omega) + \Pi_2(\omega') \pm [\Pi_1(\omega) + \Pi_1(\omega')]\},$$

$$\Pi_k(\omega) = \sum_j \frac{|d_{kj}|^2}{\hbar}\left(\frac{1}{\omega_{kj}+\omega} + \frac{1}{\omega_{kj}-\omega}\right),$$

где величины $\omega_{kj} = (E_k - E_j)/\hbar$ характеризуют частоту оптически разрешенного перехода между атомными энергетическими уровнями $|E_k\rangle$ и $|E_j\rangle$ с матричным элементом оператора дипольного момента d_{kj}.

Параметры $\chi(\nu)$ и $\eta_\pm(\nu,\nu')$ можно рассматривать как независимые друг от друга параметры теории, характеризующие одиночную квантовую частицу. Это позволяет охватывать не только рассматриваемый случай спонтанного излучения ансамбля одинаковых атомов в условиях одноквантового резонанса оптически разрешенного перехода с внешним широкополосным квантованным электромагнитным полем, но и различные варианты двухквантовых резонансов, в которых одиночная квантовая частица излучает только один фотон при оптически запрещенном переходе $E_2 \to E_1$. При этом параметры $\chi(\nu)$ и $\eta_\pm(\nu,\nu')$ могут быть одного порядка.

Помимо упомянутых выше приближений, в уравнении Шредингера (1) пренебрегается диполь-дипольным взаимодействием атомов. Оно приводит к обмену возбуждениями между атомами, к частотной модуляции, но не влияет на скорости переходов между состояниями атомной системы, отличающимися количеством возбуждений. Заметим также, что оператор (2) полностью идентичен операторам, описывающим одноквантовые переходы как в одиночном атоме, так и в ансамбле одинаковых атомов [1–7, 13]. Оператор (3) аналогичен оператору штарковского сдвига уровня в классическом электромагнитном поле напряженности $E = \mathcal{E} e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$ [7]. В случае квантовых полей он получается из классических выражений путем стандартной замены:

$$|\mathcal{E}|^2 \Pi_k(\omega) \to$$
$$\to \int d\omega b^+_\omega e^{i\omega t} \int d\omega' b_{\omega'} e^{-i\omega' t}\frac{1}{2}[\Pi_k(\omega) + \Pi_k(\omega')].$$

Независимо от указанной аналогии полностью квантовый вывод оператора (3) в размерных величинах дан в [14].

Вид оператора штарковского взаимодействия (3) и наличие в нем слагаемых с $\eta_+(\nu,\nu')N/2$ и $\eta_-(\nu,\nu')R_3$ демонстрируют эффект усиления штарковского взаимодействия в случае коллективного взаимодействия ансамбля одинаковых частиц с общим вакуумным электромагнитным полем.

Представим решение (1) при помощи оператора эволюции $U(\tau)$:

$$|\Psi(\tau)\rangle = U(\tau)|\Psi_0\rangle,$$

$$\frac{d}{d\tau}U(\tau) = -i[H^{\mathrm{Tr}}(\tau) + H^{\mathrm{St}}(\tau)]U(\tau), \quad U(0) = I, \quad (5)$$

выражение для которого запишем через T-экспоненту (I – единичный оператор):

$$U(\tau) = I + (-i)\int_0^\tau [H^{\mathrm{Tr}}(\tau') + H^{\mathrm{St}}(\tau')]d\tau' +$$
$$+ (-i)^2 \int_0^\tau \int_0^{\tau'} [H^{\mathrm{Tr}}(\tau') + H^{\mathrm{St}}(\tau')]\times$$
$$\times [H^{\mathrm{Tr}}(\tau'') + H^{\mathrm{St}}(\tau'')]d\tau' d\tau'' + \ldots =$$
$$= T\exp\left\{-i\int_0^\tau [H^{\mathrm{Tr}}(\tau') + H^{\mathrm{St}}(\tau')]d\tau'\right\}. \quad (6)$$

Нижеследующие предположения вводят марковское приближение [7, 13]:

$$b(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\nu e^{-i(\nu-1)\tau} b_\nu,$$

$$b^+(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\infty} d\nu e^{i(\nu-1)\tau} b_\nu^+,$$

$$\chi(\nu) = \text{const} = \chi(1) \equiv \chi,$$

$$\eta_\pm(\nu,\nu') = \text{const} = \eta_\pm(1,1) \equiv \eta_\pm, \tag{7}$$

$$H^{\text{Tr}}(\tau)d\tau = \chi R_+ dB(\tau) + \chi R_- dB^+(\tau),$$

$$H^{\text{St}}(\tau)d\tau = (\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)\, d\Lambda(\tau), \tag{8}$$

где

$$dB(\tau) = B(\tau+d\tau) - B(\tau),$$

$$dB^+(\tau) = B^+(\tau+d\tau) - B^+(\tau),$$

$$d\Lambda(\tau) = \Lambda(\tau+d\tau) - \Lambda(\tau), \tag{9}$$

$$B(\tau) = \int\limits_0^t d\tau' b(\tau'), \quad B^+(\tau) = \int\limits_0^\tau d\tau' b^+(\tau'),$$

$$\Lambda(\tau) = \int\limits_0^\tau d\tau' b^+(\tau') b(\tau'), \tag{10}$$

причем

$$[b(\tau), b^+(\tau')] = \delta(\tau-\tau'), \quad [B(\tau), B^+(\tau)] = \tau,$$

$$[B(\tau_1), B^+(\tau_2)] = \int\limits_0^{\tau_1} d\tau' \int\limits_0^{\tau_2} d\tau'' \delta(\tau'-\tau'') = \min(\tau_1,\tau_2).$$

Интегралы в (6) следует понимать в смысле Ито [7, 13, 15–17]. Дифференциалы (9) представляют собой, грубо говоря, инкременты Ито квантовых винеровского ($B(\tau)$) и пуассоновского ($\Lambda(\tau)$) процессов (точнее, они определяют квантовые винеровский и пуассоновский процессы по формулам [15–17]). В пренебрежении штарковским взаимодействием ($\eta_\pm = 0$) излагаемый подход совпадает с известными описаниями процессов спонтанного излучения методами КСДУ [7, 13, 15].

Эффективность и простота использования метода КСДУ определяются тем, что инкременты (9) удовлетворяют алгебре Хадсона–Партасарати [12, 15–17]:

$$d\Lambda(\tau)d\Lambda(\tau) = d\Lambda(\tau), \quad d\Lambda(\tau)dB^+(\tau) = dB^+(\tau),$$

$$dB(\tau)d\Lambda(\tau) = dB(\tau), \quad dB(\tau)dB^+(\tau) = d\tau,$$

$$d\Lambda(\tau)dB(\tau) = d\Lambda(\tau)d\tau = dB^+(\tau)d\Lambda(\tau) = \\ = dB^+(\tau)d\tau = dB(\tau)d\tau = d\tau d\tau = 0, \tag{11}$$

Чтобы получить КСДУ (в смысле Ито) для оператора эволюции $U(\tau)$ (вместо уравнения (5), которое в условиях марковского приближения является неопределенным), следует рассмотреть инкремент $dU(\tau)$, определяемый как $dU(\tau) = U(\tau+d\tau) - U(\tau)$. С учетом представления (6) через интегралы по траекториям (аналогично работе [18]) имеем

$$dU(\tau) = (\exp\{-i[\chi R_+ dB(\tau) + \chi R_- dB^+(\tau) + \\ + (\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)d\Lambda(\tau)]\} - 1)U(\tau).$$

Раскладывая экспоненту в ряд и используя алгебру Хадсона–Партасарати, получаем обобщенное КСДУ для оператора эволюции в виде

$$dU(\tau) = A_0 d\tau U(\tau) + A_+ dB(\tau)U(\tau) + \\ + A_- dB^+(\tau)U(\tau) + A_\Lambda d\Lambda(\tau)U(\tau), \tag{12}$$

где операторные функции

$$A_0 = \chi^2 R_+ \frac{e^{-i(\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)} - 1 + i(\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)}{(\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)^2} R_-,$$

$$A_- = \frac{e^{-i(\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)} - 1}{\eta_+ N/2 + \eta_- R_3} \chi R_-,$$

$$A_+ = \chi R_+ \frac{e^{-i(\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)} - 1}{\eta_+ N/2 + \eta_- R_3},$$

$$A_\Lambda = e^{-i(\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)} - 1$$

следует понимать как ряды Тейлора соответствующих функций с аргументом x, получаемым в результате замены $(\eta_+ N/2 + \eta_- R_3) \to x$ с последующей обратной заменой $x \to (\eta_+ N/2 + \eta_- R_3)$.

Уравнение для матрицы плотности $\rho(\tau) = U(\tau)|\Psi_0\rangle\langle\Psi_0|U^+(\tau)$ рассматриваемой системы из одинаковых атомов и широкополосного электромагнитного поля получается вычислением инкремента $d\rho(\tau) = \rho(\tau + d\tau) - \rho(\tau)$. Использование (12) и алгебры Хадсона–Партасарати (11) дает

$$d\rho(\tau) = A_0 d\tau \rho(\tau) + A_+ dB(\tau)\rho(\tau) + A_- dB^+(\tau)\rho(\tau) + \\ + A_\Lambda d\Lambda(\tau)\rho(\tau) + \rho(\tau)A_0^+ d\tau + \rho(\tau)dB^+(\tau)A_+^+ + \\ + \rho(\tau)dB(\tau)A_-^+ + \rho(\tau)d\Lambda(\tau)A_\Lambda^+ + \\ + A_+ dB(\tau)\rho(\tau)dB^+(\tau)A_+^+ + A_+ dB(\tau)\rho(\tau)dB(\tau)A_-^+ + \\ + A_+ dB(\tau)\rho(\tau)d\Lambda(\tau)A_\Lambda^+ + A_- dB^+(\tau)\rho(\tau)dB^+(\tau)A_+^+ + \\ + A_- dB^+(\tau)\rho(\tau)dB(\tau)A_-^+ + A_- dB^+(\tau)\rho(\tau)d\Lambda(\tau)A_\Lambda^+ + \\ + A_\Lambda d\Lambda(\tau)\rho(\tau)dB^+(\tau)A_+^+ + A_\Lambda d\Lambda(\tau)\rho(\tau)dB(\tau)A_-^+ + \\ + A_\Lambda d\Lambda(\tau)\rho(\tau)d\Lambda(\tau)A_\Lambda^+.$$

Отсюда атомная матрица плотности $\rho^A(\tau)$ получается путем взятия шпура по полевым переменным $\rho^A(\tau)=\mathrm{Tr_F}\rho(\tau)$:

$$\frac{d\rho^A}{d\tau}=\chi^2 a_-^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)R_-\rho^A R_+ a_+^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)-$$
$$-\frac{\chi^2}{2}\{R_+[a_0^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)-ia_s^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)]R_-\rho^A+$$
$$+\rho^A R_+[a_0^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)+ia_s^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)]R_-\}. \tag{13}$$

Здесь введены невинеровские операторы

$$a_0^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)=2\frac{1-\cos(\eta_+N/2+\eta_-R_3)}{(\eta_+N/2+\eta_-R_3)^2},$$
$$a_s^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)=$$
$$=2\frac{\eta_+N/2+\eta_-R_3-\sin(\eta_+N/2+\eta_-R_3)}{(\eta_+N/2+\eta_-R_3)^2},$$
$$a_\pm^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)=\frac{\cos(\eta_+N/2+\eta_-R_3)-1}{\eta_+N/2+\eta_-R_3}\pm$$
$$\pm i\frac{\sin(\eta_+N/2+\eta_-R_3)}{\eta_+N/2+\eta_-R_3},$$

причем

$$a_+^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)a_-^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)=a_0^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3).$$

При выводе было использовано соотношение

$$\mathrm{Tr_F}[\rho(\tau)dB(\tau)]=\mathrm{Tr_F}[\rho(\tau)dB^+(\tau)]=$$
$$=\mathrm{Tr_F}[\rho(\tau)d\Lambda(\tau)]=0.$$

Уравнение (13) описывает динамику открытой системы – ансамбля одинаковых атомов, коллективно взаимодействующих с общим (вакуумным) широкополосным электромагнитным полем с нулевой плотностью фотонов, сосредоточенных в малом объеме с размерами, много меньшими длины волны излучаемых фотонов. Уравнения, подобные (12) и (13), определяются наличием/учетом инкремента пуассоновского (обменного [17]) процесса $d\Lambda(\tau)$. Этим они существенно отличаются от обычных ланжевеновских уравнений [7, 13], определяемых наличием/учетом инкрементов только винеровских (броуновских) процессов $dB(\tau)$ и $dB^+(\tau)$. Общая математическая структура КСДУ с инкрементами пуассоновских процессов исследована в работах [17, 19]. Уравнения, подобные (12) и (13), можно называть обобщенными ланжевеновскими уравнениями либо уравнениями невинеровского (неброуновского) типа, подчеркивая таким образом, что не только винеровский (броуновский) процесс их определяет. Будем уравнения, подобные (12) и (13), называть невинеровскими уравнениями, а динамику открытых систем, описываемую такими уравнениями, – невинеровской (или неброуновской) динамикой (либо динамикой невинеровского или неброуновского типа). В работе [1] автор использовал также термин “неланжевеновская динамика”, подчеркивая указанное существенное отличие структуры уравнений типа (12) и (13) от обычных квантовых ланжевеновских уравнений [7, 13], определяемых только инкрементами квантовых винеровских (броуновских) процессов $dB(\tau)$ и $dB^+(\tau)$.

Инкремент пуассоновского процесса $d\Lambda(\tau)$ в излагаемом подходе описывает штарковское взаимодействие ансамбля одинаковых атомов с вакуумным электромагнитным полем. Его учет при описании атомной динамики впервые был проведен в работе [1], результаты которой следуют из уравнения (13) для одиночного атома ($N=1$) и упрощенной модели штарковского взаимодействия ($\eta_+=0$). Благодаря соотношению $d\Lambda(\tau)d\Lambda(\tau)=d\Lambda(\tau)$ в методе обобщенных КСДУ удается автоматически просуммировать весь ряд теории возмущений, который возникает в альтернативных подходах, если пытаться учесть штарковское взаимодействие. Результаты суммирования отражены в операторах $a_\pm^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)$, $a_0^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)$ и $a_s^{\mathrm{nW}}(\eta_+,\eta_-,R_3)$, которые названы выше невинеровскими операторами, поскольку обязаны своим существованием не столько винеровскому процессу $dB(\tau)$ и $dB^+(\tau)$, сколько пуассоновскому процессу $d\Lambda(\tau)$ и его “обменному” свойству $d\Lambda(\tau)d\Lambda(\tau)=d\Lambda(\tau)$, $d\Lambda(\tau)dB^+(\tau)=dB^+(\tau)$, $dB(\tau)d\Lambda(\tau)=dB(\tau)$. В отсутствие штарковского взаимодействия (при $\eta_\pm=0$) имеем $a_\pm^{\mathrm{nW}}(0,0,R_3)=\pm i$, $a_0^{\mathrm{nW}}(0,0,R_3)=1$ и $a_s^{\mathrm{nW}}(0,0,R_3)=0$.

В результате применения подхода [1] для случая ансамбля одинаковых атомов оказывается, что даже малое штарковское взаимодействие одиночного атома может существенно влиять на коллективное спонтанное излучение ансамбля из достаточного числа одинаковых атомов. Это иллюстрирует приводимое ниже рассмотрение коллективного распада однократно возбужденного атомного ансамбля.

Пусть в начальный момент времени $\tau=0$ состояние атомного ансамбля описывается симметричной по перестановке атомов волновой функцией

$$|\Psi_0^A\rangle=\frac{1}{\sqrt{N}}(|E_2\rangle^{(1)}|E_1\rangle^{(2)}\ldots$$
$$\ldots|E_1\rangle^{(N)}+|E_1\rangle^{(1)}|E_2\rangle^{(2)}\ldots|E_1\rangle^{(N)}+\ldots+$$
$$+|E_1\rangle^{(1)}|E_1\rangle^{(2)}\ldots|E_2\rangle^{(N)}).$$

Это состояние относится к так называемому классу W-состояний однократно возбужденной атомной системы [6]. В силу свойств симметрии это состояние можно представить вектором $|r, -r+1\rangle$ пространства неприводимого $2r+1$-мерного представления su(2)-алгебры [4, 5], где $r = N/2$:

$$R_+|r, m-1\rangle = \sqrt{(r+m)(r-m+1)}|r, m\rangle,$$

$$R_-|r, m\rangle = \sqrt{(r+m)(r-m+1)}|r, m-1\rangle,$$

$$R_3|r, m\rangle = m|r, m\rangle, \quad -r \le m \le r,$$

с оператором Казимира $R^2 = R_+R_- + R_3^2 - R_3 = R_-R_+ + R_3^2 + R_3$: $R^2|r, m\rangle = r(r+1)|r, m\rangle$.

Используя указанное неприводимое представление, из уравнения (13) получаем следующее уравнение для матричного элемента $\rho^A_{-r+1,-r+1}$ атомной матрицы плотности ρ^A, описывающей невинеровский (неброуновский) коллективный распад симметричного W-состояния, в котором первоначально находился атомный ансамбль:

$$\frac{d\rho^A_{-r+1,-r+1}}{dt} = -4\chi^2 r \frac{1-\cos(r\eta_+ - r\eta_-)}{(r\eta_+ - r\eta_-)^2} \rho^A_{-r+1,-r+1}. \tag{14}$$

Таким образом, и при учете штарковского взаимодействия распад W-состояния носит экспоненциальный характер:

$$\rho^A_{-r+1,-r+1}(\tau) = \exp\left\{-4\chi^2 r \frac{1-\cos(r\eta_+ - r\eta_-)}{(r\eta_+ - r\eta_-)^2}\tau\right\}.$$

Для одного атома ($r = 1/2$) и параметра $\eta = (\eta_+ - \eta_-)/2$ уравнение (14) для $\rho^A_{1/2,1/2}$ (как и уравнения для $\rho^A_{1/2,-1,2}$ и $\rho^A_{-1/2,-1/2}$), совпадает с уравнением из работы [1].

Если штарковским взаимодействием пренебречь ($\eta_\pm = 0$), то с ростом числа атомов скорость (винеровского) распада W-состояния увеличивается пропорционально числу атомов [4–6]: $\rho^A_{-r+1,-r+1}(\tau) = \exp\{-\chi^2 N\tau\}$. Однако при учете штарковского взаимодействия из-за наличия в уравнении (14) невинеровского множителя

$$\gamma_{\mathrm{nW}} = 8\{1-\cos[N(\eta_+ - \eta_-/2]\}/[N(\eta_+ - \eta_-)]^2$$

при любой ненулевой разности $\eta_+ - \eta_-$ всегда существует критическое число $N = N^{\mathrm{cr}}$ атомов ансамбля, определяемое соотношением

$$N^{\mathrm{cr}} = 4\pi n/(\eta_+ - \eta_-), \quad N = 1, 2, \dots,$$

при котором коллективный спонтанный распад W-состояния такого ансамбля полностью подавлен и атомная система продолжает находиться в первоначальном однократно возбужденном состоянии. Это свойство подавления коллективного спонтанного распада штарковским взаимодействием является главной отличительной чертой невинеровского (неброуновского) типа спонтанного излучения. При этом обычное спонтанное излучение и сверхизлучение [3–5, 13] следует относить к винеровскому (броуновскому) типу спонтанного излучения атомов в соответствии с введенной выше терминологией.

Для принятой в статье модели атома критическое число атомов, при котором штарковский коллективный распад однократно возбужденного атомного ансамбля, находящегося в симметричном по перестановке атомов состоянии, полностью подавлен, определяется штарковским параметром Π_1 основного уровня $|E_1\rangle$:

$$N_a^{\mathrm{cr}} = \frac{2\pi d_{21}^2 n}{\chi^2|\Pi_1|\omega_{21}\hbar}.$$

При этом рассмотренный случай W-состояния ансамбля одинаковых атомов можно интерпретировать как пример искусственной двухуровневой квантовой частицы с сильным штарковским взаимодействием.

Уравнение (13) позволяет также описывать широкий круг новых явлений и эффектов, определяемых штарковским взаимодействием коллективно распадающегося ансамбля одинаковых квантовых частиц с общим широкополосным квантованным электромагнитным полем с нулевой плотностью фотонов. Например, в случае несимметричного по перестановке частиц начального состояния атомов следует ожидать новых особенностей перепутывания квантовых состояний атомов при их коллективной релаксации [20], поскольку невинеровские операторы в уравнении (13) зависят от оператора R_3. Кроме того, иной будет динамика и обобщенных (несимметричных) W-состояний [6]. Эффект подавления коллективного спонтанного излучения проявится также и в явлении сверхизлучения [4, 5], где следует ожидать стабилизации возбужденного состояния атомного ансамбля по отношению к коллективному спонтанному распаду.

Наконец, заметим, что какова бы ни была природа резонансного взаимодействия атомов, других квантовых частиц и искусственных излучателей с широкополосными электромагнитными полями, слагаемое $H^{\mathrm{St}}(\tau)d\tau$ в уравнении для оператора эволюции системы, описывающее штарковское взаимодействие с подобными полями, имеющими нулевую плотность фотонов, в марковском приближении всегда будет иметь вид (8), или $H^{\mathrm{St}}(\tau)d\tau = \sum_{i,k} \xi_k |E_k\rangle\langle E_k|^{(i)} d\Lambda(\tau)$, поскольку штарковское взаимодействие является эффектом второго порядка по полю и в некотором смысле универсально. Поэтому эффекты, аналогичные описанному в данном сообщении эффекту подавления коллективного спонтанного излучения и стабилизации возбужденного состояния ансамбля одинаковых частиц штарковским взаимодействием с вакуумными полями, могут проявляться в самых разнообразных ситуациях. При этом невинеровский тип динамики является довольно общим типом динамики открытых квантовых систем. Он может характеризовать не только атомную динамику, но и динамику фотонов в микрорезонаторах, атомно-фотонных кластеров [14] и других открытых систем.

Автор выражает благодарность В.П. Белавкину и В.Н. Горбачеву за ценные замечания, а также А.М. Чеботареву за обсуждения математических вопросов, связанных с пуассоновским процессом и процессами Леви. Работа частично поддержана РФФИ (грант # 09-02-00503а).

1. A. M. Basharov, Phys. Lett. A **375**, 784 (2011) [arXiv:1101.3288v1].
2. W. Dur, G. Vidal, and J. I. Cirac, Phys. Rev. A **62**, 062314 (2000).
3. P. W. Milonni, *The quantum vacuum*, Boston: Academic Press, 1994.
4. R. Dicke, Phys. Rev. **93**, 99 (1954).
5. M. G. Benedict, A. M. Ermolaev, V. A. Malyshev et al, *Super-radiance: Multiatomic Coherent Emission*, Bristol and Philadelphia: IOP, 1996.
6. V. N. Gorbachev and A. I. Trubilko, Laser Phys. Lett. **3**, 59 (2006).
7. A. I. Maimistov and A. M. Basharov, *Nonlinear optical waves*, Dordrecht: Kluwer Academic, 1999.
8. K. Blum, *Density matrix theory and applications*, N.Y.: Plenum Press, 1981.
9. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *Theory of open quantum systems*, Oxford, 2002.
10. N. A. Enaki, Sov. Phys. JETP **67**, 2033 (1988).
11. N. A. Enaki and M. A. Macovei, Phys. Rev. A **56**, 3274 (1997).
12. R. L. Hudson and K. R. Parthasarathy, Comm. Math. Phys. **93**, 301 (1984).
13. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum noise*, Berlin: Springer-Verlag, 2000.
14. А. М. Башаров, ЖЭТФ **137**, 1090 (2010) [JETP **110**, 951 (2010)].
15. A. M. Chebotarev, *Lectures on quantum probability*, Sociedad Mathematica Mexicana, 2000.
16. В. П. Белавкин, УМН **47**, 47 (1992).
17. В. П. Белавкин, ТМФ **110**, 46 (1997).
18. A. Barchielli, Phys. Rev. A **34**, 1642 (1986).
19. V. P. Belavkin, Russ. J. Math. Phys. **3** (1), 3 (1995) [math-ph/0512069].
20. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **75**, 151 (2002) [A. M.Basharov, JETP Lett. **75**, 123 (2002)].