

Структура амплитуды упругого антипротон-протонного рассеяния

А. С. Галоян¹⁾, В. В. Ужинский

Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

Поступила в редакцию 12 августа 2011 г.

Обнаружено, что простое выражение для амплитуды упругого рассеяния типа $[(\pi c q)/\sin(\pi c q)][J_1(Rq)/(Rq)]$ позволяет хорошо описать дифференциальные сечения в широком диапазоне энергий от 100 МэВ/с до $\sqrt{s} = 1800$ ГэВ. Параметризация может быть использована для расчетов амплитуд и сечений антипротон-ядерных и антиядро-ядерных взаимодействий, необходимых для экспериментов на ускорителях и в физике космических лучей. Предложено также обобщение вейвлет-разложения для функций, определенных на полу бесконечном интервале.

Широкая программа научных исследований, планируемых на возводимом в Дармштадте (Германия) ускорительном комплексе, предусматривает детальное изучение антипротон-протонных и антипротон-ядерных взаимодействий при энергии пучка от 1.5 до 16 ГэВ/с с беспрецедентной точностью с использованием практически непрерывного пучка антипротонов [1]. Достижение высокой точности измерений требует разработки новых методов мониторирования пучка, новых методов выделения взаимодействий и оценки фоновых условий, а также точных знаний основных характеристик взаимодействий – сечений упругого и неупругого рассеяний и дифференциальных сечений упругого рассеяния. Мы выполнили анализ всех существующих теоретических подходов к описанию упругого антипротон-протонного рассеяния и убедились, что они не позволяют достичь требуемой точности. В случае высоких энергий ($\sqrt{s} > 7$ ГэВ) ситуация значительно лучше. Ниже представлен подход, позволяющий достичь поставленных целей.

Начиная с работы [2], амплитуду упругого рассеяния при высоких энергиях часто рассматривают в представлении прицельного параметра. Амплитуда рассеяния бесспиновых частиц в импульсном представлении, $F(s, \mathbf{q})$, связана с амплитудой рассеяния в представлении прицельного параметра, $P(s, \mathbf{b})$, 2-мерным преобразованием Фурье:

$$F(s, \mathbf{q}) = \frac{i}{2\pi} \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}} P(s, \mathbf{b}) d^2 b,$$

где \mathbf{q} – переданный импульс, а \mathbf{b} – прицельный параметр. Функция $P(s, \mathbf{b})$ при высоких энергиях имеет малую мнимую часть, которой зачастую пренебрегают.

Любую ограниченную функцию, определенную на полу бесконечном интервале $b \in [0, \infty]$, в первом

приближении можно аппроксимировать ступенчатой функцией:

$$P(s, b) \simeq \Theta(R - b), \quad R^2 = 2 \int b P(s, b) db. \quad (1)$$

Соответствующая амплитуда $F(s, q)$, называемая амплитудой рассеяния в приближении черного диска, имеет вид (см. [3], 6.561 (5))

$$F(s, q) = R^2 J_1(Rq)/(Rq), \quad (2)$$

где J_1 – функция Бесселя первого порядка.

В следующем порядке необходимо рассмотреть 2 функции:

$$P_L(s, b) = P(s, b) - \Theta(R - b), \quad b < R, \quad (3)$$

$$P_R(s, b) = P(s, b), \quad b \geq R. \quad (4)$$

Для функции $P_L(s, b)$, определенной на конечном интервале, можно использовать стандартное вейвлет-разложение [4]. В функции $P_R(s, b)$ можно выделить “регулярную” часть соотношением (1). Дальнейшее продолжение аппроксимаций очевидно.

Простейший вейвлет Хаара в импульсном представлении на масштабе a , локализованный в точке b_0 , дается функцией

$$\begin{aligned} H(q) = (b_0 + a/2)^2 \frac{J_1[(b_0 + a/2)q]}{(b_0 + a/2)q} - 2b_0^2 \frac{J_1(b_0 q)}{b_0 q} + \\ + (b_0 - a/2)^2 \frac{J_1[(b_0 - a/2)q]}{(b_0 - a/2)q}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$H(b) = \Theta(b_0 + a/2 - b) - 2\Theta(b_0 - b) + \Theta(b_0 - b).$$

Функцию (5), естественно, можно разложить в ряд вблизи точки b_0 . Однако интереснее разложить

¹⁾ e-mail: galoyan@lxbpub01.jinr.ru

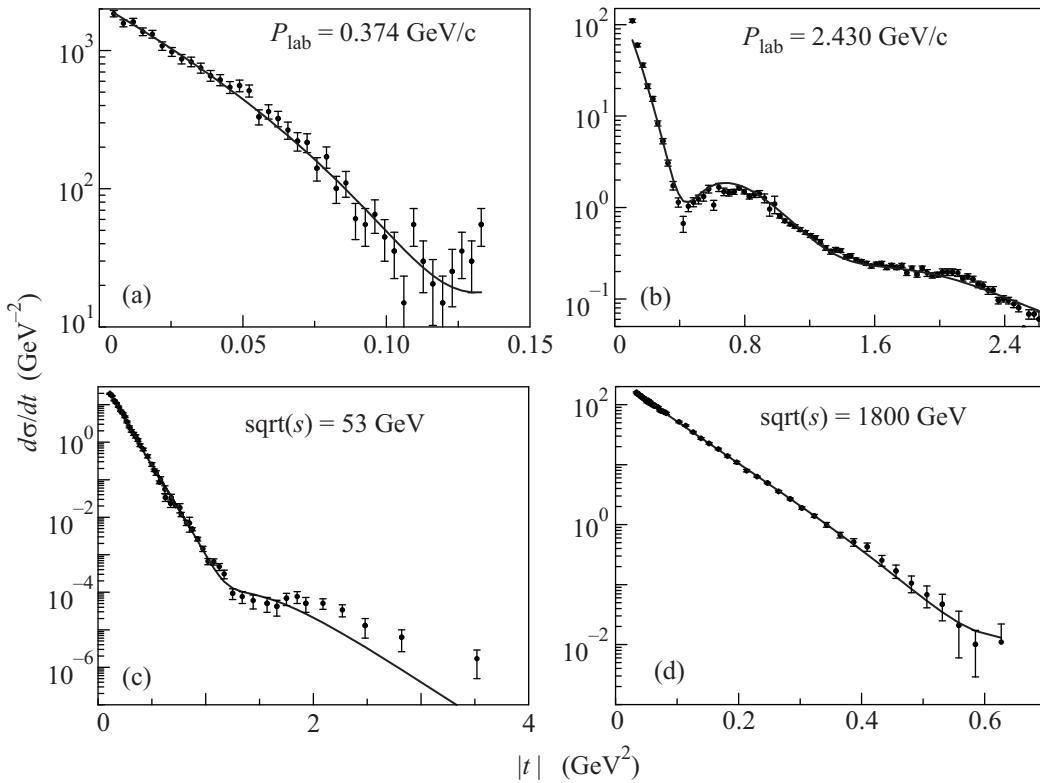


Рис. 1. Дифференциальные сечения упругого антипротон-протонного рассеяния. Точки – экспериментальные данные (из [9] (а), [10] (б), [11] (с) и [12] (д)). Линии – результаты фитирования. СЦМ – система центра масс, общепринятое в физике высоких энергий сокращение. В английской транскрипции – CMS – Centre of Mass System

ее в окрестности R . Поскольку производные функций J_0 и J_1 выражаются друг через друга [3], итоговое выражение для амплитуды рассеяния будет иметь вид

$$F(s, q) = f_1(q) \frac{J_1(Rq)}{Rq} + f_2(q) J_0(Rq), \quad (6)$$

где $f_1(q)$ и $f_2(q)$ – некоторые функции.

Именно такой вид имеет Фурье-образ 2-мерной функции Ферми [5]²⁾:

$$\begin{aligned} P_{\text{FM}}(b) &= \frac{1}{1 + e^{(b-R)/c}}, \\ \text{Im } F_{\text{FM}}(q) &= R^2 \frac{\pi cq}{\text{sh}(\pi cq)} \frac{J_1(Rq)}{Rq} + \\ &+ \frac{1}{2q^2} \frac{\pi cq}{\text{sh}(\pi cq)} \left[\frac{\pi cq}{\text{th}(\pi cq)} - 1 \right] J_0(Rq) + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Первый член ряда, который мы будем обозначать как $F_{\text{SAM}}(q)$, широко использовался для анализа упругого рассеяния ядер ядрами при низких

²⁾ В работах [5] рассматривалось симметризованное распределение Ферми, которое не сильно отличается от приведенной функции (6).

и промежуточных энергиях в 70-е годы [6] в модели сильного поглощения (SAM). Затем развитие модели остановилось, поскольку оказалось, что радиусы, позволяющие описать упругое рассеяние ядер, были слабо связаны с размерами ядер, извлекаемыми из электрон-ядерных данных. Кроме того, причина возникновения энергетической зависимости радиусов была неясна. В нашем подходе к анализу антипротон-протонных взаимодействий мы рассматриваем предположение SAM только как первое приближение и не накладываем никаких-либо дополнительных ограничений на поведение параметров R и c . Для получения окончательных рабочих формул необходимо определить мнимую (реальную) часть амплитуды $P(s, b)$ ($F(s, q)$). Для этого мы воспользовались дисперсионными соотношениями [7]:

$$\text{Re } F_{\text{SAM}} \simeq \frac{\pi}{2} \frac{d}{d \ln(s)} \text{Im } F_{\text{SAM}} =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\pi}{2} \left[\frac{dR}{d \ln(s)} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{dc}{d \ln(s)} \frac{\partial}{\partial c} \right] R^2 \frac{\pi cq}{\text{sh}(\pi cq)} \frac{J_1(Rq)}{Rq} = \\ &= \frac{\pi}{2} \frac{dR}{d \ln(s)} R \frac{\pi cq}{\text{sh}(\pi cq)} J_0(Rq) + \end{aligned}$$

$$+\frac{\pi}{2} \frac{dc}{d \ln(s)} R^2 \frac{\pi c q}{\operatorname{sh}(\pi c q)} \frac{J_1(Rq)}{Rq} \frac{1}{c} [1 - (\pi c q) \operatorname{th}(\pi c q)]. \quad (9)$$

Второй член в последнем выражении обращается в нуль при $q \rightarrow 0$. Поэтому при анализе мало-углового рассеяния им можно пренебречь.

Рабочее выражение имеет вид

$$F(s, q) = i A_1 \frac{\pi c q}{\operatorname{sh}(\pi c q)} \frac{J_1(Rq)}{Rq} + A_2 \frac{\pi c q}{\operatorname{sh}(\pi c q)} J_0(Rq), \quad (10)$$

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \pi |F(s, q)|^2, \quad t = -q^2.$$

Для определения параметров A_1 , R , c и A_2 мы использовали экспериментальные данные по упругому антiproton-протонному рассеянию из базы данных [8]. В большинстве случаев было получено χ^2/NoF меньше 1. При фитировании мы не учитывали систематических ошибок и возможных ошибок в нормировке. Качество описания экспериментальных данных продемонстрировано на рис. 1. Как видно, имеет место хорошее описание данных в широком диапазоне энергий.

Энергетические зависимости параметров R и c представлены на рис. 2 и 3 соответственно. Видно, что параметр R быстро падает с ростом энергии,

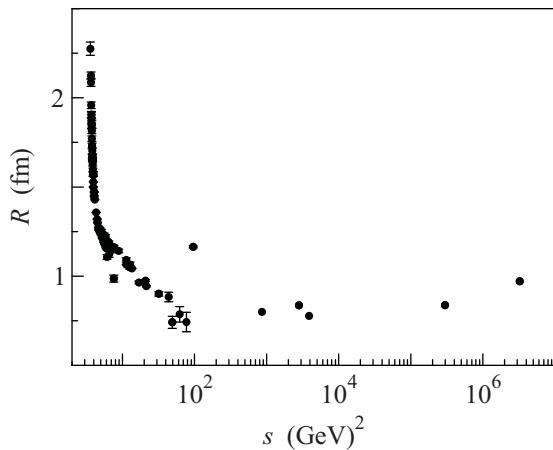


Рис. 2. Энергетическая зависимость параметра R

в районе $s > 100 \text{ ГэВ}^2$ он выходит на плато, а при $s > 10000 \text{ ГэВ}^2$ начинается медленный логарифмический рост: $R \simeq 0.02 \ln s + 0.62 \text{ (fm)}$.

Параметр c при $s \simeq 2m_p$ близок к нулю. При $s \simeq 4.5 \text{ ГэВ}^2$ наблюдается локальный максимум, а при $s \simeq 6 \text{ ГэВ}^2$ – локальный минимум. Только при $s > 100 \text{ ГэВ}^2$ энергетическая зависимость параметра c становится регулярной: $c \simeq 0.005 \ln s + 0.29 \text{ (fm)}$. Природа нерегулярности при низких энергиях требует дополнительных исследований.

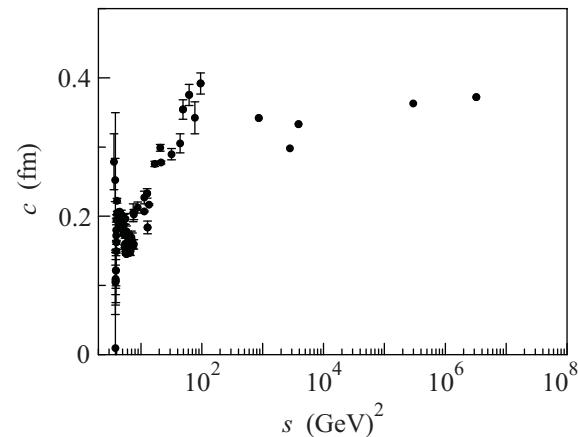


Рис. 3. Энергетическая зависимость параметра c

Значения параметров R и c позволяют сделать несколько выводов: 1) при низких энергиях имеет место режим рассеяния на черном диске ($c \sim 0$); 2) если существующие тенденции сохранятся при увеличении энергии, то режим рассеяния на черном диске не будет достигнут ($c \neq 0, P(s, 0) \neq 1$); 3) рост наклона дифференциального сечения упругого рассеяния с ростом энергии в основном обусловлен ростом размеров области рассеяния ($R > c$).

В целом предложенный подход позволяет достаточно точно воспроизводить дифференциальные сечения упругого антiproton-протонного рассеяния, а при надлежащей параметризации энергетической зависимости параметров R и c предсказывать сечения в новых областях энергии.

Заключительные замечания.

1. Полученные выражения могут быть использованы для расчета амплитуд и сечений антiproton-ядерных взаимодействий в рамках глауберовского приближения. Упругое рассеяние на дейtronах рассматривалось в классической работе В. Франко и Р. Глаубера [13]. Рассеяние на легких и средних ядрах рассматривалось в известной работе О.Д. Далкарова и В.А. Карманова [14]. И в том и в другом случаях было достигнуто хорошее согласие с экспериментальными данными.

2. В рамках SAM предпринимались попытки учесть спины взаимодействующих частиц [15]. Их результаты могут быть востребованы при создании пучков поляризованных антiproтонов.

3. Представляется интересным ввести явную зависимость амплитуды рассеяния от q в стандартное при низких энергиях разложение амплитуды рассеяния по полиномам Лежандра и подвергнуть ее 2-мерному преобразованию Фурье. В случае S -волнового рассеяния реальная часть амплитуды $P(s, q)$ перестает быть положительно определенной.

Возможно, образование s -канальных резонансов приведет к появлению специфических структур в $P(s, b)$.

4. Очевидно, что при параметризации энергетических зависимостей величин R и c будет получена и параметризация полных сечений взаимодействий, $\sigma_{\text{tot}} = 2\pi(R^2 + \pi^2 c^2/3)$.

5. Предварительное рассмотрение показывает, что предлагаемый подход “работает” и для $\pi^\pm p$, $K^\pm p$ -взаимодействий.

Авторы благодарны коллективу группы Geant4 по адронным взаимодействиям за полезные замечания и интерес к работе.

1. <http://www-panda.gsi.de/>
2. T. T. Chou and C. N. Yang, Phys. Rev. **170**, 1591 (1968).
3. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, М.: Физматлит, 1963; I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Tables of Integrals, Series and Products*, N.Y., Academic, 1980.
4. A. Grossmann and J. Morlet, SIAM Math. Anal. **15**, 723 (1984); *Wavelet Analysis and Its Applications*, San Diego, Academ. Press Inc., 1992; H. M. Астафьева, УФН **166**, 1154 (1996).
5. D. W. L. Sprung and J. Martorell, J. Phys. A **30**, 6525 (1997); A **31**, 8973 (1998).
6. J. S. Blair, Phys. Rev. **95**, 1218 (1954); J. A. McIntyre, K. H. Wang, and L. C. Becker, Phys. Rev. **117**, 1317 (1960); W. E. Frahn and R. H. Venter, Ann. Phys. **24**, 234 (1963); E. V. Inopin, Sov. Phys. JETP **21**, 1090 (1965); T. E. O. Ericson, *Preludes in Theoretical Physics* (ed. A. De-Shalit, H. Feshbach, and L. Van Hove), Amsterdam, 1966, P. 321; A. V. Shebeko, Sov. J. Nucl. Phys. **5**, 543 (1967); W. E. Frahn, Nucl. Phys. A **302**, 267 (1978); Nucl. Phys. A **302**, 281 (1978).
7. J. B. Bronzan, G. L. Kane, and U. P. Sukhatme, Phys. Lett. B **49**, 227 (1974); M. M. Block and R. N. Cahn, Rev. Mod. Phys. **57**, 563 (1985).
8. <http://www.slac.stanford.edu/spires/hepdata/>
9. S. Sakamoto, T. Hasimoto, F. Sai, and S. S. Yamamoto, Nucl. Phys. B **195**, 1 (1982).
10. E. Eisenhandler, W. R. Gibson, C. Hojvat et al., Nucl. Phys. B **113**, 1 (1976).
11. A. Breakstone, H. B. Crawley, G. M. Dallavalle et al., Phys. Rev. Lett. **54**, 2180 (1985).
12. E-710 Collab. (N. A. Amos, C. Avila, W. F. Baker et al.), Phys. Lett. B **247**, 127 (1990).
13. V. Franco and R. J. Glauber, Phys. Rev. **142**, 142 (1966).
14. O. D. Dalkarov and V. A. Karmanov, Nucl. Phys. A **445**, 579 (1985).
15. Yu. A. Berezhnoy and V. Yu. Korda, Inter. J. Mod. Phys. **7**, 723 (1998).