

Коэффициент трехчастичной рекомбинации слабонеидеальной ультрахолодной плазмы в сильном магнитном поле

Б. Б. Зеленер[∇], Б. В. Зеленер[∇], Э. А. Манькин[□]

[∇]Объединенный институт высоких температур РАН, 127412 Москва, Россия

[□]Московский инженерно-физический институт (государственный университет), 115409 Москва, Россия

[□]Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, 123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 июля 2011 г.

После переработки 24 августа 2011 г.

В работе предложено выражение для коэффициента рекомбинации α_B в слабонеидеальной ультрахолодной плазме в сильном магнитном поле. Из этого выражения следует, что $\alpha_B \sim T_e^{-1.5} B^{-2}$, где T_e – температура электронов, B – напряженность магнитного поля. Полученная зависимость подтверждается при сравнении расчетных значений с экспериментальными результатами, в том числе с самыми последними результатами из экспериментов по рекомбинации в антиводороде.

1. Введение. Изучение кинетических процессов в ультрахолодной плазме началось в 1999 г. в работах [1–3]. В этих работах наблюдалось замедление скорости трехчастичной рекомбинации с увеличением неидеальности. Чуть позже начались исследования по созданию атомов антиводорода путем рекомбинации в ультрахолодной плазме антипротонов и позитронов [4–8]. При этом было обнаружено существенное замедление столкновительной рекомбинации в сильном магнитном поле.

Впервые теоретические исследования столкновительной рекомбинации в плазме в сильном магнитном поле проводились в работах [9–11]. В них были предприняты попытки численными методами рассчитать константу скорости трехчастичной рекомбинации для некоторых выборочных значений температур электронов T_e и индукции магнитного поля B . При этом предполагалось, что сечения столкновения заряженных частиц в сильном магнитном поле являются кулоновскими. Результаты этих работ свидетельствуют только о том, что скорость столкновительной рекомбинации в сильном магнитном поле α_B снижается. Вместе с тем они плохо согласуются с экспериментальными данными. Кроме того, остается неясной зависимость α_B от B и T_e .

В настоящей работе впервые предложено аналитическое выражение для α_B по аналогии с формулой Томсона для плазмы без магнитного поля [12]. Из этого выражения следует, что $\alpha_B \sim T_e^{-1.5} B^{-2}$, где T_e – температура электронов, B – напряженность магнитного поля. Полученная зависимость подтверждается при сравнении расчетных значений с экспериментальными результатами в широкой об-

ласти параметров B и T_e . Необходимо также добавить, что выражение для α_B получено в той области параметров B и T_e , где описание столкновительных процессов носит классический характер.

Магнитное поле с индукцией B начинает влиять на столкновительные процессы заряженных частиц в плазме, когда ларморовский радиус электрона оказывается меньше радиуса Дебая: $r_B < r_D$, где (см., например, [12–13])

$$r_B = \left[\frac{2E}{m_e \omega_B^2} \right]^{1/2}, \quad r_D = \left[\frac{k_b T_e}{4\pi n_e e^2} \right]^{1/2}. \quad (1)$$

Здесь

$$\omega_B = \frac{eB}{m_e c} \quad (2)$$

есть циклотронная частота электрона в магнитном поле, c – скорость света, m_e – масса электрона, n_e – концентрация электронов.

При условии, что ларморовский радиус меньше радиуса Дебая, но больше длины Ландау:

$$r_T < r_B < r_D, \quad (3)$$

где

$$r_T = \frac{e^2}{2E}, \quad (4)$$

наличие магнитного поля изменяет лишь кулоновский логарифм в частоте столкновения электронов между собой [14–16]. При дальнейшем увеличении B , когда ларморовский радиус становится меньше длины Ландау:

$$r_B < r_T < r_D, \quad (5)$$

магнитное поле начинает влиять на рекомбинацию.

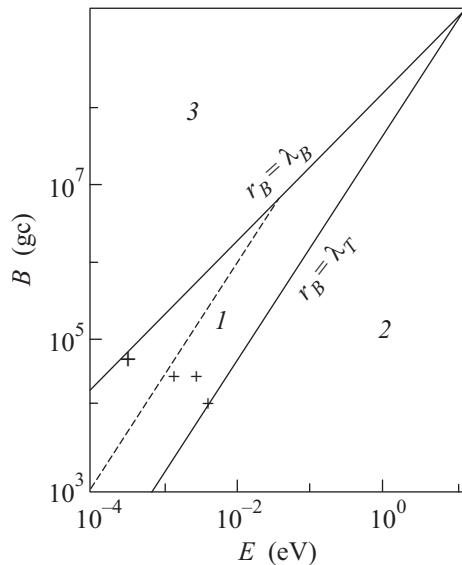


Диаграмма “магнитное поле–энергия электрона”. Область 1 определяется неравенством (5) для случая классического описания взаимодействия, область 2 – неравенством (3) для случая классического описания взаимодействия, область 3 – прямой $r_B = \lambda_B$, ограничивающей квантовое описание взаимодействия (λ – длина волны электрона с энергией $\hbar\omega_B$). Штриховая линия – $r_T = 10r_b$. Крестики – параметры экспериментов по антиводороду [4–8]

На рисунке в плоскости параметров “магнитное поле–энергия электрона” [16, 17] неравенство (3) определяет область 2, а неравенство (5) – область 1 и 3. Область 1 – это область параметров, где движение заряженных частиц может рассматриваться классически. В области 3 необходимо учитывать квантовый характер движения. Условие, разделяющее эти области, эквивалентно соотношению $E = \hbar\omega_B$, которое является не только границей между квантовым и классическим описаниями характера движения заряженных частиц в магнитном поле, но и условием, при котором еще сохраняется связанное состояние электрона с энергией E . В этом случае сила, действующая на электрон со стороны магнитного поля с индукцией B , равна силе взаимодействия между электроном и ионом, обуславливающей движение электрона по орбите.

Так как в данной работе нас будут интересовать процессы рекомбинации в невырожденной ультрахолодной плазме, а они определяются в основном трехчастичными столкновениями электрон–электрон–ион, протекающими в условиях классического характера взаимодействия, областью параметров будет являться нижняя часть области 1 на рисунке.

2. Коэффициент трехчастичной рекомбинации в сильном магнитном поле. Прежде чем перейти к определению коэффициента трехчастичной рекомбинации в магнитном поле, рассмотрим вкратце основные моменты вывода выражения для коэффициента трехчастичной рекомбинации в слабо-неидеальной плазме в отсутствие магнитного поля.

Простейшая модель, которая позволяет оценить коэффициент рекомбинации, была предложена Томсоном [12, 13]. В случае столкновения электрон–электрон–ион коэффициент рекомбинации можно определить следующим образом. Рекомбинирующие частицы должны сблизиться на расстояние, при котором их потенциальная энергия порядка кинетической. Для электрона и иона это расстояние r_T . Кроме того, r_T также есть минимальное расстояние при столкновении между электронами. Из условия $N_D \gg 1$ следует, что

$$r_T \ll r_D. \quad (6)$$

При этом число частиц в сфере радиуса r_T много меньше 1, что позволяет пользоваться приближением парных столкновений в случае прицельных параметров меньше r_T .

Непременным условием тройной рекомбинации является возможность передачи энергии, выделяющейся при рекомбинации, третьей частице. Для этого последняя должна находиться в объеме порядка r_T^3 . Скорость рекомбинации будет пропорциональна частоте передачи энергии от слабосвязанного электрона к свободному. Эта частота определяется величиной $\delta\langle v_e \sigma \rangle$, где δ – коэффициент упругих потерь, σ – сечение взаимодействия между электронами. Для столкновения электрон–ион–электрон приближенно $\delta \sim 1$, $\sigma \sim e^4$, $\bar{v}_e \sim \sqrt{T_e/m_e}$. Поэтому

$$\delta\langle v_e \sigma \rangle \sim \frac{e^4}{\sqrt{m_e T_e^{3/2}}}. \quad (7)$$

Эта частота, как и следовало ожидать, с точностью до кулоновского логарифма совпадает с частотой электрон–электронных столкновений [18]:

$$\nu_{ee} \sim \frac{e^4}{\sqrt{m_e T_e^{3/2}}} L_e, \quad (8)$$

где L_e – кулоновский логарифм для столкновения свободных электронов. Более точный расчет [18] с учетом столкновения свободного электрона со слабо-связанным приводит к выражению

$$\delta\langle v_e \sigma \rangle \sim \frac{e^4}{\sqrt{m_e T_e^{3/2}}} \Lambda_e, \quad (9)$$

где Λ_e – кулоновский логарифм, получающийся при столкновении слабосвязанного электрона со свободным. При этом $\Lambda_e \ll L_e$, так как диапазон изменения прицельного расстояния в случае, когда один электрон находится в атоме, резко уменьшается. Учитывая все вышесказанное, можно записать для коэффициента рекомбинации следующее выражение [12, 13]

$$\alpha = \frac{4\pi\sqrt{2\pi}}{9} \frac{e^{10}\Lambda_e}{\sqrt{m_e T_e^{9/2}}}. \quad (10)$$

Более точные численные расчеты, выполненные методами молекулярной динамики и Монте-Карло [19], приводят к другому численному коэффициенту, включающему в себя Λ_e . Окончательно коэффициент трехчастичной рекомбинации в отсутствие магнитного поля можно записать в следующем виде:

$$\alpha = 17.2\bar{v}_e r_T^5, \quad (11)$$

где $\bar{v}_e = \sqrt{2T_e/m_e}$. Размерность коэффициента рекомбинации при таком определении см⁶/с.

Воспользуемся логикой вывода формулы (10) для вывода выражения для коэффициента трехчастичной рекомбинации α_B в сильном магнитном поле, т.е. при условии $r_B \ll r_T$. Можно предположить, что частота электрон-электронных столкновений, обусловленная кулоновским сечением взаимодействия, не изменится и останется в виде (9). Однако изменится объем пространства, в котором может произойти столкновение. Этот объем будет пропорционален $r_B^2 r_T$, так как движение свободного электрона в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля, ограничено ларморовским радиусом, в отличие от ситуации без магнитного поля. Формула для коэффициента трехчастичной рекомбинации α_B в сильном магнитном поле при условии $r_B \ll r_T$ будет выглядеть следующим образом:

$$\alpha_B = 17.2\bar{v}_e r_T^5 (r_B/r_T)^2. \quad (12)$$

Выражение (12) можно получить и другим способом, воспользовавшись результатами работы [20].

В работе [20] рассматривалась частота столкновений для газа электронов в парном приближении в однородном магнитном поле. В приближении $r_B \ll r_T$ при помощи уравнений БГКИ для функции распределения был получен интеграл столкновений. Затем функция распределения в интеграле столкновений была разложена в ряд Тейлора по степеням изменения энергии для степеней свободы электрона поперек магнитного поля. В результате была получена частота столкновений

$$\nu_{ee} \sim n_e \bar{v}_e r_T^2 (r_B/r_T)^2. \quad (13)$$

Использование выражения (13) также приводит к формуле (12) при условии сохранения без изменения выражения для объема, в котором происходит столкновение.

Прежде всего, отметим, что зависимость α_B от температуры в выражении (12) соответствует $T_e^{-3/2}$ и отличается от $T_e^{-9/2}$ в выражении (10). Зависимость α_B от напряженности магнитного поля в сильных полях $\sim B^{-2}$. Влияние магнитного поля, как следует из (13), приводит к изменению температурной зависимости и появлению прямой зависимости от величины напряженности магнитного поля. При этом наибольший эффект уменьшения рекомбинации связан именно с изменением температурной зависимости.

Очевидно, что выражение (12) справедливо только при классическом характере движения взаимодействия заряженных частиц, т.е. при определенных значениях E и B (см. выше).

3. Сравнение с экспериментом. Приведенный вывод формулы для α_B носит качественный характер. Поэтому желательно сравнить полученные результаты с экспериментальными данными. К сожалению, ультрахолодная плазма обычного вещества в сильном магнитном поле не исследовалась.

Однако в ряде работ исследовалась ультрахолодная плазма антиводорода [4–8]. Получение антиводорода осуществляется в электромагнитных ловушках при значениях B порядка нескольких Тл путем смешения холодных позитронов ($T \sim 4\text{--}40\text{ К}$) и антипротонов. На рисунке крестиками указаны параметры, фигурирующие в экспериментах [4–8]. Они находятся в области 1. В этих экспериментах разработаны методы поштучного определения числа атомов антиводорода \bar{H} . Так, в [4, 5] изучался процесс рекомбинации антиводорода в ультрахолодной плазме антипротонов и позитронов при температурах 15 К и 30 К и напряженности магнитного поля 3 Тл. Для этих параметров было обнаружено, что количество полученных атомов антиводорода при $T_e^{\min} = 15\text{ К}$, в 2.6 больше раза, чем при $T_e^{\min} = 30\text{ К}$ (см. также [10, 11]). Оценка с использованием (12), сводящаяся к отношению температур в степени -1.5 , приводит к значению 2.8. Погрешность измерения температуры, одинаковая при обеих температурах, слабо влияет на результат. В работах [6, 7] изучался процесс рекомбинации антиводорода при температуре 4 К и напряженности 5.4 Тл. При этих параметрах количество атомов антиводорода было получено в четыре раза большим, чем в [4] при $T_e^{\min} = 15\text{ К}$ и $B = 3\text{ Тл}$. Расчет по формуле (12) приводит к значению 2.25. Можно считать, что имеет место неплохое согласие,

поскольку сравниваются результаты экспериментов двух разных лабораторий и изменение температуры [4] в сторону увеличения на несколько градусов (в рамках погрешности измерения) приводит к экспериментальному значению.

Результаты измерений в [6] (экспериментальная точка на диаграмме 1, лежащая на линии $r_B = \lambda_B$) также позволяют проверить численный коэффициент в (12). В [12] был получен 1 атом антиводорода в плазме с параметрами $n_{\bar{e}} = 1.15 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$, $n_{\bar{p}} = 0.59 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$, $T_e = 4 \text{ К}$, $B = 5.4 \text{ Тл}$, $\Delta V = 3.7 \cdot 10^{-2} \text{ см}^3$ за время детектирования $\Delta t = 0.02 \text{ с}$. Этим параметрам соответствуют значения $r_T = 2.1 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, $r_B = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ см}$, $\alpha_B = 2.3 \cdot 10^{-16} \text{ см}^6/\text{с}$. Количество атомов антиводорода можно рассчитать по следующей формуле:

$$\Delta N_{\bar{H}} = n_{\bar{e}}^2 n_{\bar{p}} \alpha_B \Delta t \Delta V. \quad (14)$$

В результате расчета имеем $\Delta N_{\bar{H}} \approx 1$. Этот результат позволяет надеяться на то, что численный коэффициент в (12) определен правильно. Совсем недавно (в мае 2011 г.) группа ALPHA [8] опубликовала результаты своих экспериментов. В [8] было получено 6000 атомов антиводорода за 1 с в плазме с параметрами: $N_{\bar{e}} = 10^6 \text{ см}^{-3}$, $N_{\bar{p}} = 1.5 \cdot 10^4$, $T_{\bar{e}} = 40 \text{ К}$, $T_{\bar{p}} = 100 \text{ К}$, $B = 1 \text{ Тл}$, $\Delta V = 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}^3$. В этих условиях $r_B \cong r_T \cong 2 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ и $\alpha_B = 2.2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^6/\text{с}$, причем $\alpha_B = \alpha$. Температура позитронов, определенная в [8], составляла 40 К. Однако в модельных расчетах авторы [8] использовали $T_{\bar{e}} = 54 \text{ К}$, по видимому, учитывая тот факт, что $T_{\bar{p}} = 100 \text{ К}$. При подстановке параметров [8] в выражение (14) получим для $T_{\bar{e}} = 40 \text{ К}$, $\Delta N_{\bar{H}} \approx 8.1 \cdot 10^3$ а для $T_{\bar{e}} = 54 \text{ К}$ $\Delta N_{\bar{H}} \approx 5.2 \cdot 10^3$.

Проведенное сравнение результатов расчета с экспериментом дает основание считать, что зависимость α_B от температуры электронов и от напряженности магнитного поля верна в области классического характера взаимодействия заряженных частиц в сильном магнитном поле.

Необходимо отметить, что хотя скорость трехчастичной рекомбинации в магнитном поле значительно снизилась, тем не менее она существенно выше скорости фоторекомбинации. Для оценки величины фоторекомбинации в экспериментальных условиях воспользуемся выражением из [13]:

$$\alpha_{\text{рад}} = \frac{1}{n_e} \sum_{k=1} \frac{64\sqrt{\pi}a_0\hbar}{3\sqrt{3}m_e(137)^3} \left(\frac{Ry}{k^2 T_e} \right)^{3/2} \times \left[-e \frac{Ry}{k^2 T_e} \text{Ei} \left(-\frac{Ry}{2T_e} \right) \right], \quad (15)$$

где k – главное квантовое число, $\text{Ei}(x)$ – интегральная экспонента, $Ry = 13.6 \text{ эВ}$, $a_0 = 0.529 \cdot 10^{-8} \text{ см}$. Расчет по формуле (15) для $T = 4 \text{ К}$, $n_e \sim 10^{-8} \text{ см}^{-3}$ приводит к значению $\alpha_{\text{рад}} \sim 10^{-18} \text{ см}^6/\text{с} \ll \alpha_B$. Для тех же n_e , но для $T \sim 50 \text{ К}$ $\alpha_{\text{рад}}$ еще меньше.

4. Заключение. Полученное выражение для коэффициента трехчастичной рекомбинации в сильном магнитном поле α_B и сравнение полученных с его помощью результатов с экспериментальными данными свидетельствуют о том, что в [4–8] рекомбинация протекает в квазистационарном режиме при температуре позитронов. При этом процесс осуществляется не только путем захвата в результате трехчастичного столкновения, но и за счет столкновений высоковозбужденных атомов с позитронами, в то время как в работе [10] это утверждение было подвергнуто сомнению.

Значительное замедление процесса трехчастичной рекомбинации в ультрахолодной плазме при наличии магнитного поля наряду с замедлением этого процесса при увеличении неидеальности [21] может привести к созданию сильнонеидеальной упорядоченной системы. Существенно, что значения напряженности магнитного поля, влияющие на рекомбинацию при температурах электронов порядка 1 К, составляют примерно 500–1000 Гс и могут быть получены в лабораторных условиях без особого труда.

Авторы приносят благодарность всем сотрудникам Теоретического отдела им. Л.М.Бибермана Объединенного института высоких температур РАН за полезные обсуждения и замечания. Работа поддержана грантами Президента РФ (#МК-541.2011.2), РФФИ (#10-02-00399а), Программой фундаментальных исследований Президиума Российской академии Наук “Исследование вещества в экстремальных состояниях” под руководством академика В.Е.Фортова, Федеральным агентством по науке и инновациям ГК (#02.740.11.0433), Министерством образования и науки РФ ГК ФЦП (#14.740.11.0604, #П1235).

1. T. C. Killian, S. Kulin, S. D. Bergeson et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 4776 (1999).
2. S. Kulin, T. C. Killian, S. D. Bergeson et al., Phys. Rev. Lett. **85**, 318 (2000).
3. T. C. Killian, M. J. Lim, S. Kulin et al., Phys. Rev. Lett. **86**, 3759 (2001).
4. M. Amoretti, C. Amsler, G. Bonomi et al. (ATHENA Collaboration), Nature (London), **419**, 456 (2002).
5. M. Amoretti, C. Amsler, G. Bonomi et al., (ATHENA Collaboration), Phys. Lett. B **578**, 23 (2004).

6. G. Gabrielse, N.S. Bowden, P. Oxley et al. (ATRAP Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **89**, 213401 (2002).
7. G. Gabrielse, N.S. Bowden, P. Oxley et al. (ATRAP Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **89**, 233401 (2002).
8. G.B. Andresen, M.D. Ashkezari, M. Baquero-Ruiz et al. (ALPHA Collaboration), *Nature Phys.* (2011), doi:10.1038/nphys.2025, published online 05 June 2011.
9. M. E. Glinsky and T. M. O'Neil, *Phys. Fluids B* **3**, 1279 (1991).
10. F. Robicheaux, *Phys. Rev. A* **70**, 022510 (2004).
11. F. Robicheaux, *Phys. Rev. A* **73**, 033401 (2006).
12. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн*, М.: Наука, 1966.
13. Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, *Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы*, М.: Наука, 1982.
14. В. П. Силин, *Введение в кинетическую теорию газов*, М.: Наука, 1971,
15. J. H. Malmberg and J. S. de Grassie, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 577 (1975).
16. С. А. Корягин, *ЖЭТФ* **117**(5), 853 (2000).
17. С. А. Корягин, *Изв. вузов. Радиофизика LI* **6**, 512 (2008).
18. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, М.: Наука, 1979.
19. P. Mansbach and J. C. Keck, *Phys. Rev.* **181**, 275 (1969).
20. Т. М. О'Neil, *Phys. Fluids* **26**, 2128 (1983).
21. Б. Б. Зеленер, Б. В. Зеленер, Э. А. Маныкин, *Письма в ЖЭТФ* **92**, 696 (2010).