

КВАНТОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ УНИЧТОЖАЮТ ОПТИЧЕСКИЙ СОЛИТОН

А.В.Белинский

*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова
117234, Москва*

Поступила в редакцию 3 декабря 1990 г.

Установлено, что квантовые эффекты, сопровождающие распространение шредингеровского солитона в собственном нелинейном световоде, приводят к его (солитона) постепенному разрушению. Выяснена природа этого явления.

Принято считать, что идеальный фундаментальный солитон, удовлетворяющий нелинейному уравнению Шредингера, устанавливается в нелинейном волокне без потерь на бесконечной длине его распространения. Это мнение связано со свойством "самоочищения" солитона от классических флуктуаций. Так, его начальная шумовая фазовая модуляция в процессе нелинейного распространения сначала переходит в амплитудную, а затем "сбрасывается" на крылья и постепенно оставляет уже "чистый" сформировавшийся солитон^{1,2}.

Вместе с тем, одним из результатов развития квантовой теории эволюции импульсов в нелинейных световодах ³⁻⁷ явился вывод об увеличении квантовой неопределенности фазы и дисперсионном расплывании солитонов ⁷. Однако использованные приближения ограничивают применимость этого утверждения лишь начальным этапом нелинейного распространения. Оказывает ли свойство "самоочищения" компенсирующее влияние на рост квантовых флуктуаций при переходе в дальнюю зону, или же дестабилизирующее влияние квантовой неопределенности все время нарастает и в конце концов приводит к разрушению солитона? Выяснению ответа на этот вопрос посвящена данная статья.

Эволюцию квантового поля в световоде будем описывать нелинейным уравнением Шредингера ³⁻⁷

$$i\partial\phi(t, x)/\partial t = -\partial^2\phi(t, x)/\partial x^2 + 2c\phi^+(t, x)\phi(t, x)\phi(t, x), \quad (1)$$

где $\phi(t, x)$ и $\phi^+(t, x)$ - операторы уничтожения и рождения фотона в представлении Гейзенберга, зависящие от нормированного времени t , характеризующего дистанцию пробега и отсчитываемого от момента начала распространения, и нормированной координаты x , определяющей удаление от вершины импульса. c - параметр кубической нелинейности.

Преобразование вектора состояния системы $|\psi\rangle$ при этом подчиняется соотношению

$$i\hbar d|\psi\rangle/dt = H|\psi\rangle, \quad H = \hbar \int \phi_x^+(x)\phi(x)dx + c \int \phi^+(x)\phi^+(x)\phi(x)\phi(x)dx. \quad (2)$$

Здесь использованы гамильтониан H и операторы $\phi(x)$ и $\phi^+(x)$ уже в представлении Шредингера. Решение (2) удобно записать в виде суперпозиции фоковских состояний $|n, p\rangle$ с определенным числом фотонов n и импульсом p ⁷:

$$|\psi\rangle = \sum_n a_n \int g_n(p) e^{-iE(n,p)t} |n, p\rangle dp, \quad (3)$$

причем $|n, p\rangle = (n!)^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f_{np}(x_1, \dots, x_n) \phi^+(x_1) \dots \phi^+(x_n) dx_1 \dots dx_n |0\rangle$, $|0\rangle$ соответ-

ствует вакууму, $f_{np}(x_1, \dots, x_n) = [(n-1)!|c|^{n-1}/2\pi]^{1/2} \exp[ip \sum_{j=1}^n x_j + c/2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} |x_j - x_i|]$, а энергия $E(n, p) = np^2 - c^2 n(n^2 - 1)/12$. Если в начальный момент импульс представлял собой совокупность когерентных мод, то a_n и $g_n(p)$ подчинены, соответственно, пуассоновскому и гауссовому распределениям: $a_n = \alpha^n e^{-n_0}/\sqrt{n!}$, $g_n(p) = \pi^{-1/4} \Delta p^{-1/2} e^{-(p-p_0)^2/2\Delta p^2 - inpx_0}$, $n_0 = |\alpha|^2$ - среднее число фотонов в импульсе.

Определим форму его огибающей $\langle N(x) \rangle \equiv \langle \psi | \phi^+(x)\phi(x) | \psi \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle N(x) \rangle \simeq \frac{2e^{-n_0}}{|c|} \sum_n \frac{n^2 n_0^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} p \operatorname{sh}^{-1}(2\pi p/|c|) \exp[-(\Delta p^{-2} \\ + 4t^2 n^2 \Delta p^2)p^2 + i2n(x - x_0 - 2p_0 t)p] dp. \end{aligned} \quad (4)$$

Знак приближения в (4) касается лишь среднего числа фотонов, т.е. должно выполняться $n_0 \gg 1$, что вполне применимо на практике. Никаких ограничений на дальность пробега (параметр t) или какие-либо другие величины в (4) не использовано.

Анализ полученного соотношения показывает, что с ростом t происходит непрерывное расплывание солитона. Характерное время двукратного его уширения зависит от соотношения параметра нелинейности c и ширины функции распределения моментов Δp :

$$t_{\text{хар}} \approx \begin{cases} 2/n_0|c|\Delta p & \text{при } \Delta p \gg |c|, & (5) \\ \sqrt{2/n_0|c|\Delta p} & \text{при } \Delta p \approx |c|, & (6) \\ \sqrt{3/2n_0}\Delta p^2 & \text{при } \Delta p \ll |c|. & (7) \end{cases}$$

Справедливость этих оценок подтверждается расчетами, которые отражены на рисунке. Видно, что в процессе нелинейного распространения солитона происходит его полное разрушение.

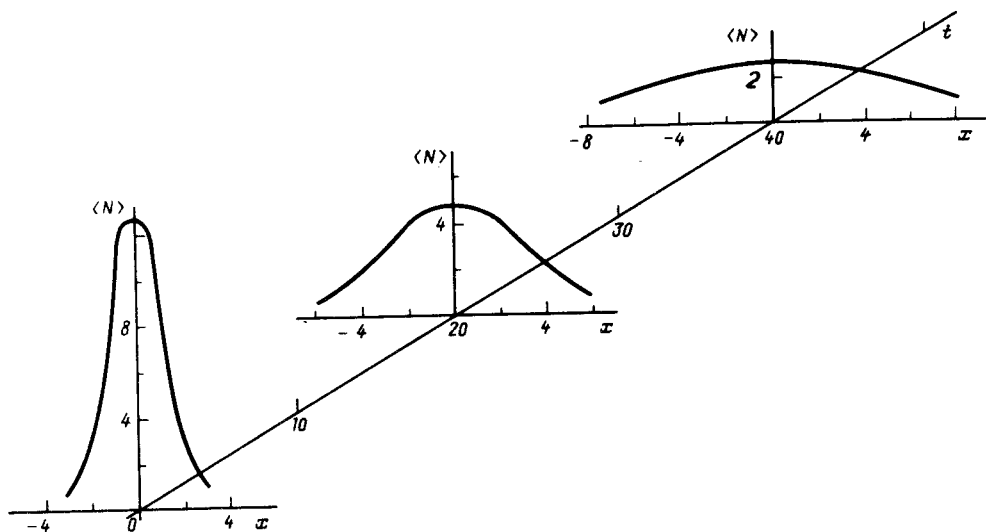


Рис. 1. Графики, иллюстрирующие разрушение солитона в процессе его нелинейного распространения: $|c| = \pi \cdot 10^{-2}$, $n_0 = 40$, $\Delta p = 0,1$, $p_0 = x_0 = 0$

Для объяснения полученных результатов воспользуемся следующей моделью. Исходный солитон, поступающий в световод и представляющий собой совокупность мод в когерентных состояниях различной амплитуды, можно представить в виде суперпозиции классической огибающей с формой гиперболического секанса (регулярной составляющей) и квантовых флуктуаций вакуума (шума). Исходную шумовую модуляцию, присутствующую только в пределах длительности солитона, он "сбрасывает" на крылья и постепенно "самоочищается". От стационарного же вакуумного шума он полностью освободиться не может, поскольку процесс "сбрасывания" сопровождается "наплыванием" флуктуаций, изначально находившихся вне солитона. Эти противоположные по своему действию явления не уравниваются, и картина не стабилизируется по следующей причине. Рассмотрим нелинейную эволюцию вакуумного шума в присутствии интенсивной регулярной составляющей солитона. Воспользуемся гейзенберговским представлением нелинейного уравнения Шредингера (1). Линеаризуем его по флуктуационным составляющим и для простоты проанализируем одномодовый режим взаимодействия. Тогда получим, что среднее число шумовых фотонов $\langle N_{\text{ш}} \rangle = \varphi^2$, где $\varphi = t(cn_0)^2/2$ - нелинейный фазовый набег, приобретаемый в процессе нелинейного распространения. Здесь n_0 - среднее число фотонов в моде. Таким образом

происходит непрерывный рост интенсивности шума за счет перекачки фотонов из регулярной составляющей в флуктуационную вследствие четырехфотонного параметрического взаимодействия. Увеличение флуктуаций сопровождается истощением самого солитона, играющего роль накачки усиливаемых вакуумных шумов, поскольку суммарное число фотонов в отсутствие потерь должно сохраняться неизменным. В результате этих необратимых процессов солитон постепенно расплывается и в конечном счете полностью деградирует.

Оценим предельно возможный пробег солитона в световоде. В соответствии с (4), существовать в волокне фундаментальный солитон, адекватно описываемый классически, т.е. с формой огибающей в виде гиперболического секанса, может лишь при условии $|c| < \Delta\rho$. Полагая в предельном случае, соответствующем минимальному расплыванию, $\Delta\rho \simeq |c|$, из (6) имеем

$$t_{\text{пред}} \simeq \sqrt{2}/n_0 c^2 \equiv n_0 T \sqrt{2}/8\pi \simeq n_0 T/20. \quad (8)$$

Здесь период солитона $T = 8\pi/n_0^2 c^2$ - время, в течение которого накапливается нелинейный набег фазы, равный 2π . Поскольку в реальных ситуациях $n_0 \gg 1$, $t_{\text{пред}}$ существенно превышает T . Таким образом, квантовые эффекты будут проявляться лишь на сверхдальних расстояниях пробега, либо в средах с высокой нелинейностью, т.е. в условиях, когда практически более сильное дестабилизирующее влияние могут оказывать другие факторы, такие как потери, неоднородности волокна, инерционность нелинейности и т.д. К настоящему времени солитоны с пиковой мощностью 10^{-2} Вт, длительностью 60 пс и длиной волны 1,56 мкм в кварцевых волокнах преодолевают 10^4 км. При этом $t \simeq 70 T$, $n_0 \simeq 4,8 \cdot 10^6$ и $t_{\text{пред}}/t \simeq 3,4 \cdot 10^3$. Следовательно, для проявления рассмотренных эффектов требуется увеличение пути или нелинейности примерно на 2 - 3 порядка. Будет ли достигнут такой уровень экспериментов, покажет будущее. Однако квантовое разрушение солитона дает принципиальное ограничение на предельную длину трассы его распространения, что безусловно имеет важное значение.

Автор благодарен В.А.Выслоуху за полезные обсуждения.

Литература

1. Ахманов С.А., Выслоух В.А., Чиркин А.С. Оптика фемтосекундных импульсов. М.: Наука, 1988.
2. Выслоух В.А., Иванов А.В. Изв. АН СССР, сер. физ., 1988, 52, 359.
3. Carter S.J., Drummond P.D., Reid M.D. et al. Phys. Rev. Lett., 1987, 58, 1841.
4. Drummond P.D., Carter S.J. J. Opt. Soc. Am. B, 1987, 4, 1565.
5. Белинский А.В., Чиркин А.С. Квантовая электроника, 1989, 16, 2570.
6. Белинский А.В., Чиркин А.С. ЖЭТФ, 1990, 98, 407.
7. Lai Y., Haus H.A. Phys. Rev. A, 1989, 40, 844.