

О нелинейном уравнении Шредингера для волн на неоднородном течении

В. П. Рубан¹⁾

Институт теоретической физики им. Ландау РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 февраля 2012 г.

После переработки 19 марта 2012 г.

Выведено нелинейное уравнение Шредингера с переменными коэффициентами для поверхностных волн на крупномасштабном неоднородном стационарном течении без предположения об относительной малости скорости течения. Это уравнение способно с хорошей точностью описать потерю модуляционной устойчивости волны при ее выходе на встречное течение, в результате чего происходит формирование так называемых волн-убийц. Проведено сравнение некоторых теоретических оценок с результатами численного моделирования точных уравнений плоского потенциального движения идеальной жидкости со свободной границей над неоднородным дном при отличной от нуля средней горизонтальной скорости.

Как известно, нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) играет весьма важную роль в теории волн различной природы. Применительно к волнам на свободной поверхности глубокой жидкости в поле тяжести оно было впервые выведено В.Е. Захаровым в работе [1]. В частности, это уравнение дает описание модуляционной неустойчивости плоской волны из-за действия фокусирующей нелинейности [1, 2]. В последнее время интерес к НУШ заметно возрос в связи с активными исследованиями так называемых аномальных волн (в океанографии они известны как волны-убийцы, *rogue waves*, *freak waves*; см. [3–6] и имеющиеся там ссылки). Сейчас уже доказано прямым численным моделированием точных уравнений движения идеальной жидкости со свободной поверхностью, что именно модуляционная неустойчивость является решающим фактором в процессах возникновения аномальных волн [7–9]. Волны-убийцы появляются на нелинейной стадии развития данной неустойчивости, когда механическая энергия концентрируется на масштабе одной-двух длин волн.

Напомним, что волна с несущим волновым числом k_0 , волновым числом модуляции Δk и амплитудой A_0 оказывается модуляционно неустойчивой при условии $\varepsilon_0 N > 1/(2\sqrt{2})$, где $\varepsilon_0 = k_0 A_0$ – крутизна волны, а $N = k_0/\Delta k$ – число длин волн под одним пространственным периодом модуляции (в некоторых работах N определяется как число периодов волн под одним временным периодом модуляции в фиксированной пространственной точке; при таком определении N отличается в два раза). При наличии только одной моды возмущения развитие неустойчивости хорошо описывается так называемым бризером

Ахмедиева – точным решением НУШ [10–13], которое для максимальной амплитуды аномальной волны дает оценку

$$A_{\max}/A_0 = 1 + 2\sqrt{1 - (2\sqrt{\varepsilon_0}N)^{-2}}. \quad (1)$$

Если в начальный момент времени имеется несколько мод возмущения с различными $(\Delta k)_i$, аналитическое решение также возможно, хотя оно оказывается чрезвычайно сложным (см. недавнюю работу [14] и ссылки в ней).

При рассмотрении случайных волновых полей со средней крутизной ε , спектр которых сосредоточен вблизи k_0 в интервале волновых чисел с характерной шириной Δk , вводят так называемый индекс Бенджамина–Фейра, $I \propto \varepsilon k_0/\Delta k$, который определяет возможность данного волнового поля производить аномальные волны за счет нелинейной самофокусировки. При малых I вероятность возникновения аномальных волн мала, а при $I \sim 1$ имеются достаточно длинные и/или высокие группы волн, в которых развивается модуляционная неустойчивость и появляются волны-убийцы.

Как правило, в обычных условиях моря произведение εN принимает небольшие значения. Например, при шторме, когда велика крутизна волн, нет длинных групп, и, наоборот, океанская зыбь вдали от шторма при больших N обладает малой крутизной. По этой причине волны-убийцы в океане представляют собой довольно редкое явление. Как правило, для появления аномальной волны требуется предварительное воздействие некоторых дополнительных факторов, которые бы существенно увеличили индекс Бенджамина–Фейра. Одним из наиболее эффективных механизмов усиления крутизны волн оказы-

¹⁾ e-mail: ruban@itp.ac.ru

вается их взаимодействие с неоднородным течением (см., например, [15, 16]). Для простоты в данной работе мы будем рассматривать плоские течения (в трехмерном пространстве аномальные волны обладают дополнительной спецификой; см., например, [17–22]). Указанный механизм является, по сути, линейным. Он обусловлен тем, что при наличии неоднородного крупномасштабного течения $U(x)$ волновое число k каждой монохроматической компоненты, имеющей частоту ω , медленно меняется в зависимости от горизонтальной координаты x в соответствии с локальным законом дисперсии $\omega = Uk + \sqrt{gk} = \text{const}$ (пусть для определенности $k > 0$, т.е. волна распространяется в положительном направлении оси x). Это дает нам явную формулу для $k(\omega, U)$:

$$k(\omega, U) = (g + 2\omega U - \sqrt{g^2 + 4g\omega U}) / (2U^2). \quad (2)$$

При этом амплитуда A_ω данной волновой компоненты подчиняется принципу сохранения волнового действия [23]:

$$[U + (1/2)\sqrt{g/k}]g|A_\omega|^2/\sqrt{gk} \approx \text{const}. \quad (3)$$

Из уравнений (2) и (3) следует, что $A_\omega(x) \propto M(x, \omega)$, где

$$M \approx (k/g)^{1/2}(1 + 4\omega U/g)^{-1/4}. \quad (4)$$

При $U < 0$, т.е. на встречном течении, происходит значительное увеличение крутизны $\tilde{\varepsilon} = kA_\omega$, так как и волновое число, и амплитуда увеличиваются. Что касается локального значения величины N , то его изменение вдоль x легко оценить из условия сохранения частоты каждой волновой компоненты: $N = k/\Delta k \approx k/(k_\omega \Delta \Omega)$, где k_ω – частная производная функции $k(\omega, U)$ по ω , а $\Delta \Omega$ – неизменная частота модуляции. После подстановки и упрощения получается формула

$$I_v/I_0 = 16(1 + \sqrt{1+v})^{-4}(1+v)^{1/4}, \quad (5)$$

где введена безразмерная величина $v = 4\omega U/g$. Если при слабом течении v_1 промодулированная волна находилась в модуляционно устойчивом состоянии, то, выйдя на достаточно быстрое встречное течение v_2 , она может оказаться в состоянии модуляционной неустойчивости. Тогда вместо выражения (1) мы будем иметь оценку

$$A_{\max,2}/\langle A_2 \rangle \approx 1 + 2\sqrt{1 - [2\sqrt{2}(\varepsilon N)_1 I_2/I_1]^{-2}}, \quad (6)$$

где угловые скобки обозначают среднюю величину.

Для более детального рассмотрения динамики волн на неоднородном течении необходимо объединить в рамках одной модели эффекты, обусловленные пространственной неоднородностью, а также дисперсию волн и их нелинейность. Результатом такого объединения должно стать некоторое модифицированное НУШ, вывод которого и является главной целью данной работы. Следует отметить, что попытки вывести требуемое уравнение предпринимались и ранее (см. [24–27]). Однако предложенные варианты НУШ, модифицированного с учетом неоднородного течения, имеют более или менее серьезные недостатки либо ограничения. В частности, уравнения из работ [26, 27] в линейном пределе дают результаты, которые существенно (уже в первом порядке по v) отличаются от формулы (4), т.е. они грубо противоречат принципу сохранения волнового действия. Причина несостоятельности, общая для работ [26, 27], заключается в методологической ошибке. И амплитуду волны, и (предположительно малые) вариации скорости \tilde{U} связывают здесь одним малым параметром ε . По физическому же смыслу это две взаимно независимые величины. В результате такого предположения становится невозможным корректный предельный переход к малой волновой амплитуде при заданном течении. Упомянем еще, что неправильное уравнение из статьи [27] было использовано в качестве базисной модели в недавней работе [28]. Поэтому полученные там количественные результаты являются ошибочными (ср., например, вышенаписанную формулу (6) с формулой (8) из [28]).

Что касается работ [24, 25], то в них (без предположения о малости скорости течения) были получены разными методами похожие уравнения, оказывающиеся после некоторой замены зависимой переменной весьма близкими к тому НУШ, которое будет выведено далее. Отличие будет наблюдаться только в дисперсионных членах второго порядка, которые в нашем случае обеспечивают вариационную структуру уравнения и несколько более широкую область его применимости.

Вывод НУШ. Мы начнем рассмотрение с линейной части проблемы. Влияние нелинейности на квазимонохроматическую волну на глубокой воде сводится главным образом к нелинейному сдвигу частоты, и потому его включение в уравнение не представляет трудностей. Нетривиальным оказывается именно вывод линейной части уравнения.

Удобно исходить из гамильтоновской формулировки задачи о динамике свободной поверхности идеальной жидкости [1].

При наличии (потенциального) плоского течения у системы имеется стационарное состояние, в котором профиль свободной границы $y = \eta_0(x)$ удовлетворяет стационарному уравнению Бернулли, $U^2(x)/2 + g\eta_0(x) \approx \text{const} = \langle U^2(x)/2 \rangle$. При этом вертикальной компонентой стационарного поля скорости на поверхности, $y = \eta_0(x)$, можно пренебречь. Оно направлено по касательной, а мы рассматриваем такие случаи, когда соответствующий угол наклона касательной пренебрежимо мал, то есть $|\eta'_0(x)| \ll 1$.

Зависящие от времени t возмущения системы – волны на поверхности – мы будем описывать в терминах функций η и ψ , где $\eta(x, t)$ – отклонение по вертикали от стационарного профиля, а $\psi(x, t)$ – поверхностное значение потенциала поля скорости, создаваемого волной. Как известно, η и ψ представляют собой пару канонически сопряженных переменных, а гамильтониан системы в данном случае равен разности между ее полной энергией и энергией стационарного состояния.

Мы будем подразумевать, что зависимость $U(x)$ обусловлена неоднородностью профиля дна $h(x)$, которое находится достаточно глубоко, так что обеспечивается режим глубокой воды для поверхностных волн, т.е. $\exp(-2kh) \ll 1$. Характерная длина Λ , на которой функция $U(x)$ заметно меняется, будет предполагаться большой по сравнению с длиной волны, т.е. $\Lambda k \gg 1$, а значит, $\Lambda \gtrsim h$. При таких условиях справедливо приближенное соотношение $U(x)h(x) \approx \text{const}$. В природе подобная ситуация может иметь место, например, вблизи устья реки либо при отливных течениях.

С учетом сделанных предположений квадратичная часть гамильтониана поверхностных волн может быть записана следующим образом:

$$\mathcal{H}^{(2)} = \int \left[U\eta\psi_x + \frac{g\eta^2}{2} + \frac{\psi\hat{K}\psi}{2} + \mathcal{O}(\Lambda^{-2}) \right] dx, \quad (7)$$

где \hat{K} представляет собой самосопряженный линейный оператор, умножающий фурье-образ ψ_k на $|k|$. Важно заметить, что мы будем учитывать поправки порядка Λ^{-1} , тогда как более старшими порядками по этому параметру мы пренебрегаем. Соответствующие линейные уравнения движения имеют вид

$$\eta_t = -(U\eta)_x + \hat{K}\psi, \quad -\psi_t = U\psi_x + g\eta. \quad (8)$$

Чтобы вместо двух действительных уравнений иметь дело с одним комплексным уравнением на огибающую квазимонохроматической волны, поступим следующим образом. Рассмотрим сначала

строгие монохроматические решения системы (8). Сделав подстановку

$$\eta = \text{Re}[Q(x, \omega)e^{-i\omega t}], \quad \psi = \text{Re}[P(x, \omega)e^{-i\omega t}], \quad (9)$$

после исключения Q мы получим уравнение на P :

$$\omega^2 P + i\omega(\partial_x U + U\partial_x)P - \partial_x U^2 \partial_x P = g\hat{K}P. \quad (10)$$

Поскольку на длине волны $U(x)$ меняется мало, можно искать приближенное решение уравнения (10) в виде

$$P(x, \omega) \approx \Psi(x, \omega) \exp \left[i \int^x k(\omega, U) dx \right], \quad (11)$$

где $\Psi(x, \omega)$ – медленная функция координаты. Очень важно, что функция $k(\omega, U) > 0$. Поэтому справедливо соотношение $\hat{K}P \approx -i\partial_x P$, так как фурье-спектр функции P практически полностью сосредоточен на положительных волновых числах. Подстановка в (10) дает нам уравнение

$$\omega(U_x \Psi + 2U\Psi_x) - 2kU(U_x \Psi + U\Psi_x) - U^2 k_x \Psi + g\Psi_x \approx 0. \quad (12)$$

Умножая его на Ψ и интегрируя по x , мы получаем $(\omega U - kU^2 + g/2)\Psi^2 \approx \text{const}$ (что согласуется с сохранением волнового действия), или

$$\Psi \approx -iC(1 + 4\omega U/g)^{-1/4} \quad (13)$$

с произвольной комплексной константой C . Поскольку $gQ = i\omega P - UP_x$, имеем

$$Q(x, \omega) = CM(x, \omega) \exp \left[i \int^x k(\omega, U) dx \right] \quad (14)$$

в полном согласии с формулами (2)–(4).

Рассмотрим теперь линейную суперпозицию монохроматических решений в узком диапазоне частот вблизи ω :

$$\eta = \text{Re} \int d\xi \tilde{C}(\xi) M(x, \omega + \xi) e^{-i(\omega + \xi)t + i \int^\omega k(\omega + \xi, U) dx} \approx \text{Re} [\Theta(x, t) M(x, \omega) e^{-i\omega t + i \int^\omega k(\omega, U) dx}], \quad (15)$$

где комплексная функция $\Theta(x, t)$ определяется следующим интегралом:

$$\Theta(x, t) = \int d\xi \tilde{C}(\xi) e^{-i\xi t + i \int^\omega [k(\omega + \xi, U) - k(\omega, U)] dx}. \quad (16)$$

Формула (15) означает, что волновая огибающая (в обобщенном смысле) есть $\tilde{A}(x, t) \approx \Theta(x, t) M(x, \omega)$, хотя в силу пространственной неоднородности системы заполняющая экспонента уже не характеризуется постоянным волновым числом.

Поскольку частотный спектр $\tilde{C}(\xi)$ сосредоточен на малых ξ в узком диапазоне $\Delta\Omega \ll \omega$, мы вправе разложить разность $k(\omega + \xi, U) - k(\omega, U)$ по степеням ξ и таким образом получить из (16) уравнение в частных производных для $\Theta(x, t)$ в линейном режиме:

$$-i\Theta_x = ik_\omega\Theta_t - (1/2)k_{\omega\omega}\Theta_{tt} + \dots \quad (17)$$

Здесь k_ω и $k_{\omega\omega}$ – частные производные функции $k(\omega, U)$:

$$k_\omega = (4\omega/g)[1 + v + (1 + v)^{1/2}]^{-1}, \quad (18)$$

$$k_{\omega\omega} = (2/g)(1 + v)^{-3/2}. \quad (19)$$

Поскольку мы пренебрегли в уравнении (17) дисперсионными поправками старших порядков, предлагаемая теория может быть верна лишь при условии $v \gtrsim -0.8$ (заметим, что блокировка волн соответствует значению $v_* = -1$).

Чтобы завершить вывод НУШ с переменными коэффициентами для слабонелинейной квазимонохроматической волны на неоднородном течении, мы должны стандартным образом учесть нелинейный сдвиг частоты. Для фиксированного k он, как известно, равен $\delta\omega \approx \sqrt{gk}k^2|A|^2/2$. Для фиксированной частоты ω это соответствует нелинейному сдвигу волнового числа $\delta k \approx -k_\omega\sqrt{gk}k^2|A|^2/2$. Используя соотношение $|A| \approx |\Theta|M$, мы окончательно получаем

$$i\Theta_x + ik_\omega\Theta_t - \frac{1}{2}k_{\omega\omega}\Theta_{tt} - \frac{k_\omega k^3 \sqrt{k}}{2\sqrt{g + 4\omega U}}|\Theta|^2\Theta \approx 0, \quad (20)$$

что является главным результатом данной работы.

Заметим, что в уравнении (20) эволюционной переменной является координата x . Можно, используя разный порядок членов этого уравнения, переписать его с той же точностью в другом виде, где в роли эволюционной переменной выступает время t , что более привычно для гамильтоновских систем. Действительно, поскольку в главном порядке $\Theta_x + k_\omega\Theta_t = 0$, мы вправе переписать дисперсионный член второго порядка через производные по координате, используя $\partial_t \approx -k_\omega^{-1}\partial_x$. В результате получаем уравнение

$$i\left(k_\omega\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\Theta - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}\frac{k_{\omega\omega}}{k_\omega^2}\frac{\partial}{\partial x}\Theta - \frac{k_\omega k^3 \sqrt{k}}{2\sqrt{g + 4\omega U}}|\Theta|^2\Theta \approx 0, \quad (21)$$

которое имеет вариационную структуру с лагранжианом $\mathcal{L}\{\Theta, \Theta^*\}$:

$$\mathcal{L} = \int \left\{ i\Theta^* \left[k_\omega\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \right] \Theta - \frac{1}{2}\Theta^* \frac{\partial}{\partial x} \frac{k_{\omega\omega}}{k_\omega^2} \frac{\partial}{\partial x} \Theta - \frac{k_\omega k^3 \sqrt{k}}{4\sqrt{g + 4\omega U}}(\Theta\Theta^*)^2 \right\} dx, \quad (22)$$

где Θ^* – комплексно-сопряженная функция.

Необходимо отметить, что замена зависимой переменной $\Theta(x, t) = A(x, t)/M$ в уравнении (21) при учете некоторых свойств функции $k(\omega, U)$ позволяет получить уравнение, почти совпадающее с уравнением (3.12) из статьи М. Гербера [25]. Расхождение наблюдается только в некоторых дисперсионных членах второго порядка, учет которых выходит за рамки метода, используемого в [25].

При желании можно добавить в уравнение (20) (и в уравнение (21)) члены, ответственные за линейное затухание волны и за ее медленные вариации вдоль поперечной горизонтальной координаты (по-прежнему полагая течение $U(x)$ одномерным). Мы не приводим здесь соответствующих формул.

Сравнение с численным экспериментом. Нетрудно показать, что из уравнения (20) в точности следует оценка (6) для амплитуды образующихся аномальных волн при распространении слабо модулированной волны из области с медленным течением U_1 в область с быстрым встречным течением U_2 . С другой стороны, имеется возможность проверки этой оценки путем прямого численного моделирования нелинейных волн на неоднородном течении в рамках точных уравнений плоского движения идеальной жидкости со свободной поверхностью, записанных в терминах так называемых конформных переменных. Такое моделирование было проведено (см. далее). Его результаты показали, что формула (6) вполне разумна (см. рис. 1).

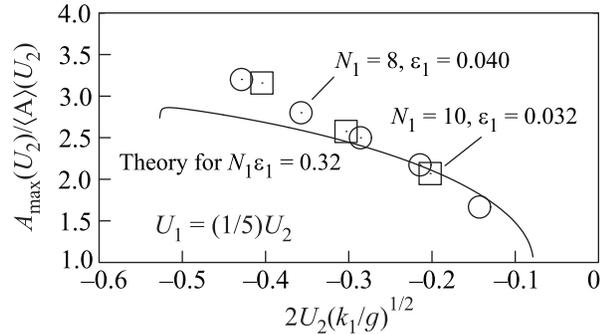


Рис. 1. Сравнение теоретической оценки (6) и численных результатов

Напомним, что (обезразмеренные) конформные переменные параметризуют $(2\pi$ -периодическую по x) свободную границу в терминах действительных функций $\alpha(t) > 0$ и $\rho(\vartheta, t)$ следующим образом [29–31]:

$$X + iY = Z\{\vartheta + i\alpha(t) + [1 + i\hat{R}_\alpha]\rho(\vartheta, t)\}, \quad (23)$$

где \hat{R}_α – линейный интегральный оператор, диагональный в дискретном фурье-представлении, $R_\alpha(m) = i \tanh(\alpha m)$, m – номер фурье-гармоники. Заданная аналитическая функция $Z(\zeta)$, обладающая свойством $Z(\zeta + 2\pi) = 2\pi + Z(\zeta)$, определяет конформное отображение достаточно широкой горизонтальной полосы в верхней полуплоскости вспомогательной комплексной переменной ζ , примыкающей к действительной оси $\text{Im } \zeta = 0$, на область в физической (xy) -плоскости, причем действительная ось $\text{Im } \zeta = 0$ параметризует профиль дна. Кроме того, состояние системы характеризуется функцией $\psi(\vartheta, t)$, от которой зависит нормальная компонента скорости на поверхности. Функции $\rho(\vartheta, t)$ и $\psi(\vartheta, t)$ 2π -периодичны по ϑ .

Точные компактные выражения для временных производных $\rho_t(\vartheta, t)$, $\psi_t(\vartheta, t)$ и $\dot{\alpha}(t)$ имеют следующий вид (см. [32]; отличие здесь состоит только в присутствии параметра s , который пропорционален средней скорости течения U):

$$\rho_t = -\text{Re}[\xi_\vartheta(\hat{T}_\alpha + i)\mathbf{Q}], \quad (24)$$

$$\psi_t = -\text{Re}[\Phi_\vartheta(\hat{T}_\alpha + i)\mathbf{Q}] - \frac{|\Phi_\vartheta|^2}{2|Z'(\xi)\xi_\vartheta|^2} - g \text{Im } Z(\xi), \quad (25)$$

$$\dot{\alpha}(t) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{Q}(\vartheta) d\vartheta, \quad (26)$$

где

$$\xi = \vartheta + i\alpha + (1 + i\hat{R}_\alpha)\rho, \quad (27)$$

$$\Phi_\vartheta = s + (1 + i\hat{R}_\alpha)\psi_\vartheta, \quad s = \text{const}, \quad (28)$$

$$\mathbf{Q} = (\hat{R}_\alpha \psi_\vartheta) / |Z'(\xi)\xi_\vartheta|^2. \quad (29)$$

Линейный оператор \hat{T}_α диагонален в дискретном фурье-представлении: $T_\alpha(m) = -i \coth(\alpha m)$ для $m \neq 0$ и $T_\alpha(0) = 0$.

Написанные выше уравнения решались численно с помощью современных компьютерных программ быстрого преобразования Фурье, а также с использованием библиотечных функций комплексной переменной, имеющих в языке программирования С. Функция $Z(\zeta)$ бралась в следующем виде:

$$Z(\zeta) = \zeta - i \frac{6\pi}{400} + 0.02 \log \left[\frac{1 + 0.96i \exp(i\zeta)}{1 - 0.96i \exp(i\zeta)} \right]. \quad (30)$$

Это давало профиль дна, показанный на рис.2а (все длины перемасштабированы к пространственному периоду $L_x = 400$ м). Перед началом вычислений с помощью специальной процедуры находились α_* и $\rho_*(\vartheta)$, соответствующие стационарному состоянию, со средним значением $\langle \eta_0(x) \rangle \approx 0$. При этом самосогласованным образом устанавливался определенный

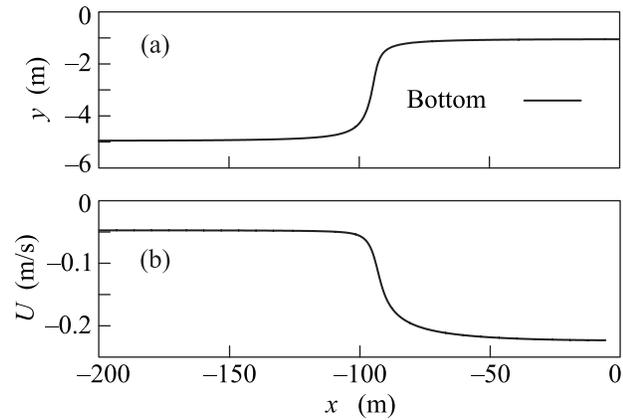


Рис. 2. (а) – Профиль дна, определяемый формулой (30). (б) – $U(x)$ при $s = -0.005$. Показана только половина пространственного периода

профиль течения $U(x)$. На рис.2б показан график функции $U(x)$ при значении параметра $s = -0.005$.

В начальный момент времени в области с медленным течением запускался достаточно длинный промодулированный волновой пакет (чему соответствовали начальные данные $\alpha(0)$ и $\rho(\vartheta, 0)$, относительно мало отличающиеся от α_* и $\rho_*(\vartheta)$), который затем распространялся против течения. При выходе на сильное встречное течение развивалась модуляционная неустойчивость и образовывались аномальные волны в соответствии с теорией. На рис. 3 приведен пример одного такого численного эксперимента для $s = -0.005$, начальной длины волны $\lambda_1 = 1.0$ м, крутизны $\varepsilon_1 = 0.04$ и $N_1 = 8$.

На рис. 1 кружками показан наблюдаемый при моделировании максимальный нелинейный рост амплитуды волны при $\lambda_1 = 1.0$ м, $\varepsilon_1 = 0.04$ и $N_1 = 8$ для значений $s = -0.006, -0.005, \dots, -0.002$. Там же приведены данные, относящиеся к $\lambda_1 = 0.5$ м, $\varepsilon_1 = 0.032$ и $N_1 = 10$ для $s = -0.004, -0.003, -0.002$ (квадраты). Согласие с теорией оказывается приемлемым, учитывая, что НУШ не вполне применимо на конечной стадии, когда энергия аккумулируется на масштабе одной-двух длин волн, а крутизна местами превышает 0.15–0.25. Кроме того, в численном эксперименте невозможно корректно исследовать параметрическую область вблизи порога неустойчивости, поскольку там для достижения максимальной амплитуды требуются очень длинные дистанции.

В заключение необходимо сказать, что если на встречное течение выходит не слабо модулированный длинный волновой пакет, а квазислучайная последовательность групп волн в режиме $I \sim 1$, то могут возникать гораздо более высокие волны-убийцы, чем предсказывает формула (6). Соответствующий при-

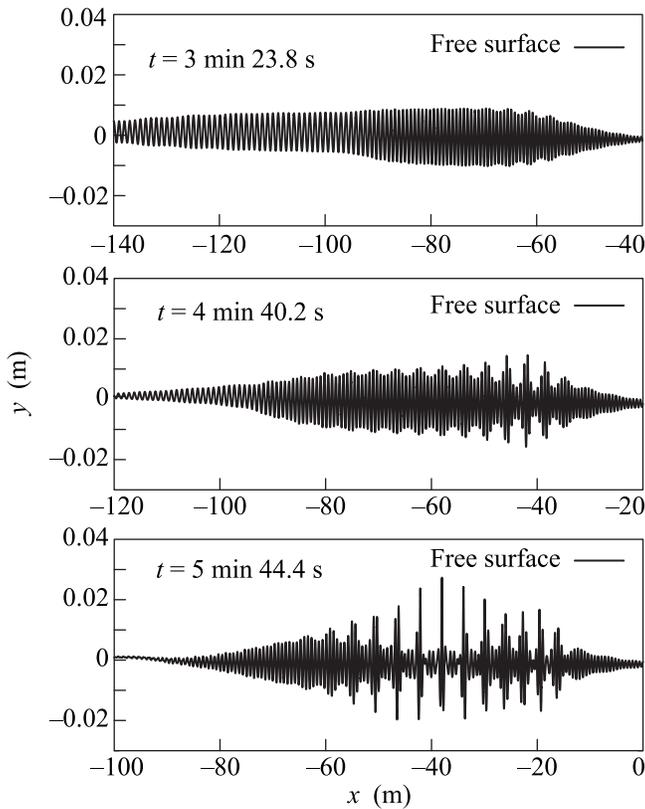


Рис. 3. Пример развития модуляционной неустойчивости на встречном течении

мер приведен на рис. 4 и 5 (в этом численном эксперименте $s = -0.004$, $\lambda_1 = 1.0$ м, средняя крутизна $\varepsilon_1 \approx 0.04$; квазислучайное волновое поле получается при заходе длинного пакета “на второй круг”). Причина появления более высоких аномальных волн заключается в притягивающем взаимодействии квазисолитонных когерентных структур, в каковые превращаются типичные волновые группы при выходе на быстрое встречное течение. Бризер Ахмедиева и основанная на нем формула (6) не учитывают возможных процессов слияния квазисолитонов.

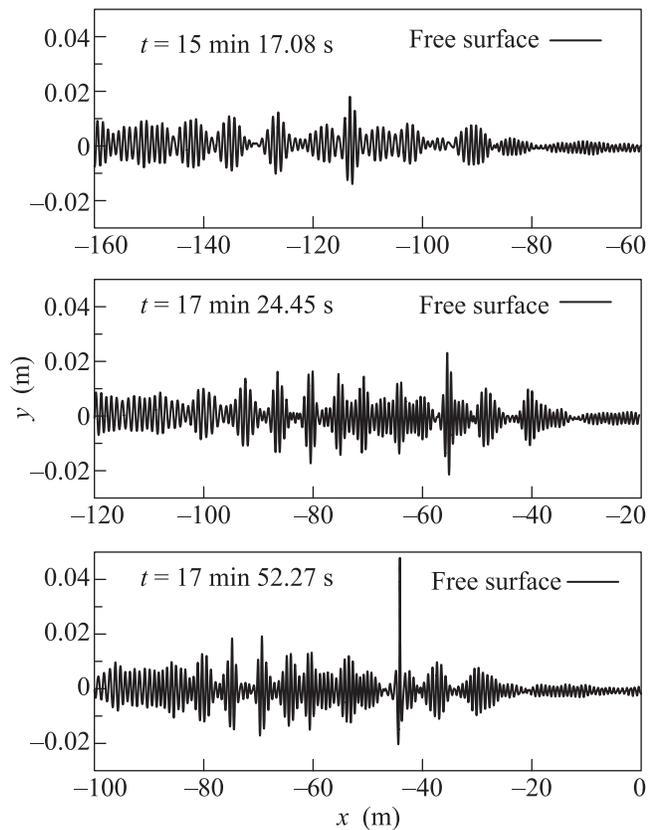


Рис. 4. Пример появления волны-убийцы в квазислучайном волновом поле на встречном течении

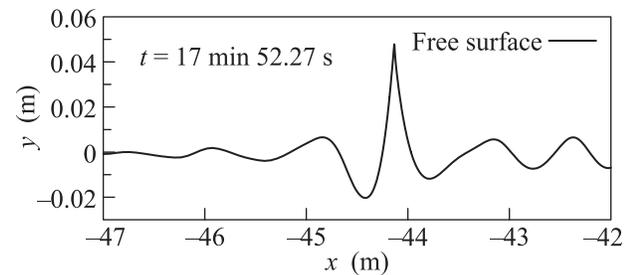


Рис. 5. Профиль волны-убийцы с рис. 4с

1. V. E. Zakharov, J. Appl. Mech. Tech. Phys. **9**, 190 (1968).
2. T. B. Benjamin and J. E. Feir, J. Fluid Mech. **27**, 417 (1967).
3. C. Kharif and E. Pelinovsky, Eur. J. Mech. B/Fluids **22**, 603 (2003).
4. *Rogue waves* (ed. by E. Pelinovsky and C. Kharif), Eur. J. Mech. B/Fluids **25**, 535 (2006).
5. *Discussion and Debate: Rogue Waves – Towards a Unifying Concept?* (ed. by N. Akhmediev and E. Pelinovsky), Eur. Phys. J. Spec. Top. **185**, 1 (2010).

6. Nat. Hazards Earth Syst. Sci. (ed. by E. Pelinovsky and C. Kharif), Special Issue “Extreme and rogue waves” (2010), <http://www.nat-hazards-earth-syst-sci.net>.
7. V. E. Zakharov, A. I. Dyachenko, and O. A. Vasilyev, Eur. J. Mech. B/Fluids **21**, 283 (2002).
8. A. I. Dyachenko and V. E. Zakharov, JETP Letters **81**, 255 (2005).
9. V. E. Zakharov, A. I. Dyachenko, and O. A. Prokofiev, Eur. J. Mech. B/Fluids **25**, 677 (2006).
10. N. Akhmediev, V. M. Eleonskii, and N. E. Kulagin, Sov. Phys. JETP **62**, 894 (1985).
11. N. Akhmediev and V. Korneeve, Theor. Math. Phys. **69**, 1089 (1986).

12. N. N. Akhmediev, V. M. Eleonskii, and N. E. Kulagin, *Theor. Math. Phys.* **72**, 809 (1987).
13. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and M. Taki, *Phys. Lett. A* **373**, 675 (2009).
14. M. Erkintalo, K. Hammani, B. Kibler et al., *Phys. Rev. Lett.* **107**, 253901 (2011).
15. D. H. Peregrine, *Adv. Appl. Mech.* **16**, 9 (1976).
16. I. V. Lavrenov and A. V. Porubov, *Eur. J. Mech. B/Fluids* **25**, 574 (2006).
17. M. Onorato, A. R. Osborne, and M. Serio, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 014503 (2006).
18. M. Onorato, T. Waseda, A. Toffoli et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 114502 (2009).
19. V. P. Ruban, *Phys. Rev. E* **74**, 036305 (2006).
20. V. P. Ruban, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 044502 (2007).
21. В. П. Рубан, *ЖЭТФ* **137**, 599 (2010).
22. V. P. Ruban, *JETP Letters* **94**, 177 (2011).
23. F. P. Bretherton and C. J. R. Garrett, *Proc. R. Soc. Lond. A* **302**, 529 (1968).
24. F.-M. Turpin, C. Benmoussa, and C. C. Mei, *J. Fluid Mech.* **132**, 1 (1983).
25. M. Gerber, *J. Fluid Mech.* **176**, 311 (1987).
26. J. R. Stocker and D. H. Peregrine, *J. Fluid Mech.* **399**, 335 (1999).
27. K. B. Hjelmervik and K. Trulsen, *J. Fluid Mech.* **637**, 267 (2009).
28. M. Onorato, D. Proment, and A. Toffoli, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 184502 (2011).
29. V. P. Ruban, *Phys. Rev. E* **70**, 066302 (2004).
30. V. P. Ruban, *Phys. Lett. A* **340**, 194 (2005).
31. V. P. Ruban, *Phys. Rev. E* **77**, 037302 (2008).
32. V. P. Ruban, *ЖЭТФ* **141**, 387 (2012).