

# Метаматериалы с перестраиваемой нелинейностью

А. П. Слободжанюк\*, П. В. Капитанова\*, И. В. Шадривов\*<sup>×</sup>, П. А. Белов\*<sup>+</sup>, Ю. С. Кившарь\*<sup>×</sup>

\* С.-Петербургский национальный исследовательский университет  
информационных технологий, механики и оптики,  
197101 С.-Петербург, Россия

<sup>+</sup> Queen Mary University of London, Mile End Road, E1 4NS London, UK

<sup>×</sup> Nonlinear Physics Centre, Research School of Physics and Engineering, Australian National University,  
ACT 0200 Canberra, Australia

Поступила в редакцию 13 апреля 2012 г.

Предложен новый подход к реализации электромагнитных метаматериалов с перестраиваемой нелинейностью в микроволновом диапазоне длин волн. Исследуются характеристики разомкнутого кольцевого резонатора, в который интегрированы варакторный диод для обеспечения нелинейного отклика и фотодиод для подачи постоянного напряжения смещения, зависящего от освещенности. Показано, что увеличение освещенности сдвигает резонансный отклик вниз по частоте, а мощности возбуждающего сигнала – вверх по частоте.

**1. Введение.** Уникальные свойства метаматериалов были теоретически предсказаны В.Г. Веселаго несколько десятков лет назад [1]. Однако объектом активных экспериментальных исследований они стали лишь недавно. Теоретические работы [2–4] наряду с экспериментальными исследованиями [5, 6] доказали возможность создания новых типов материалов с уникальными электромагнитными свойствами, не наблюдаемыми в природе, включая отрицательный показатель преломления.

Метаматериал представляет собой искусственно созданную периодическую структуру из электрически малых резонансных элементов с самыми различными геометрическими формами: разомкнутые кольцевые резонаторы (от англ. split-ring resonator, SRR) [5–9];  $\Omega$ -частицы [10];  $\Pi$ -частицы [11] и другие. С точки зрения приложений одним из перспективных направлений является создание перестраиваемых (например, по частоте) и управляемых внешними полями метаматериалов [12]. Для придания метаматериалу нелинейных свойств удобно включить нелинейный элемент в состав резонатора. Включение варакторного диода в кольцевой резонатор позволяет достичь перестройки резонансной частоты путем как подачи на него постоянного смещения [13, 14], так и изменения мощности возбуждающего сигнала [13, 15–17]. Таким образом, становится возможным создание нелинейных метаматериалов, электродинамические свойства которых зависят от напряженности внешнего электромагнитного поля [18–20].

Недавно нами был предложен оригинальный подход к созданию метаматериала, магнитный резонанс которого управляется светом [14]. Был исследован

одиночный разомкнутый кольцевой резонатор, нагруженный варакторным диодом, постоянное смещение на котором обеспечивалось фотодиодом, работающим в фотогальваническом режиме. Было показано, что при увеличении освещенности магнитный отклик резонатора смещается вверх по частоте [14].

В данной работе мы рассматриваем разомкнутый кольцевой резонатор, подобный резонатору из [14], но изменяем ориентацию фотодиода для того, чтобы получить прямое постоянное смещение на варакторном диоде, а также создаем нелинейный отклик с помощью варакторного диода. Мы показываем, что в такой новой геометрии резонансная частота кольцевого резонатора сдвигается вниз при увеличении освещенности. Аналитически и экспериментально исследуем нелинейные характеристики предложенного кольцевого резонатора, управляемого светом. Экспериментально демонстрируем нестабильное поведение коэффициента отражения при больших уровнях мощности возбуждаемого сигнала, которое перестраивается при изменении освещенности.

**2. Разомкнутый кольцевой резонатор, перестраиваемый светом.** Изучаемый кольцевой резонатор представляет собой два вложенных друг в друга разорванных металлических кольца (см. рис. 1а). Для обеспечения перестройки характеристик резонатора используется варакторный диод, включенный в дополнительный разрыв во внешнем кольце. Для подачи постоянного смещения на варакторный диод используются два последовательно включенных фотодиода, которые работают в фотогальваническом режиме. Для развязки по постоянному и переменному току используются индуктивнос-

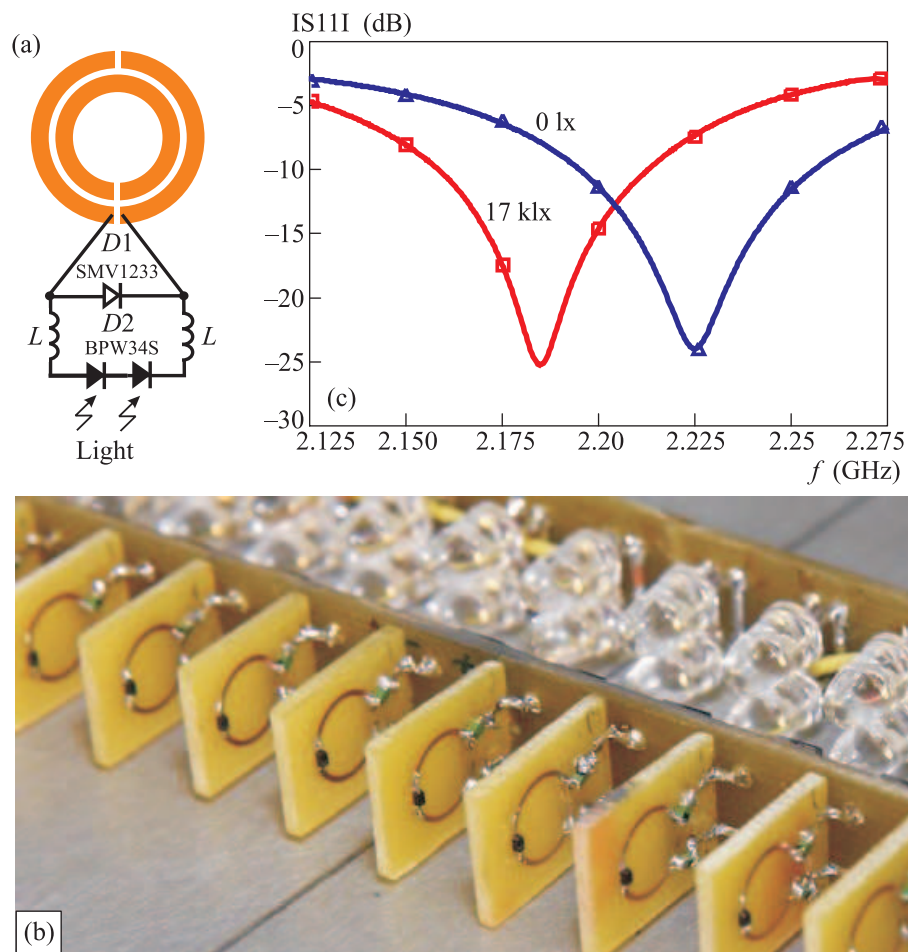


Рис. 1. (а) – Топология разомкнутого кольцевого резонатора, управляемого светом. (б) – Фотография образца метаматериала, перестраиваемого светом. (с) – Измеренный коэффициент отражения разомкнутого кольцевого резонатора для разных уровней освещенности

ти, включенные последовательно с фотодиодами. Эффективная развязка обеспечивается, если собственный резонанс индуктивности совпадает с резонансной частотой всего резонатора или близок к ней.

Тестовый образец резонатора был изготовлен на диэлектрической подложке FR4 ( $\epsilon_r \approx 4.4$ ) толщиной 1.5 мм с использованием стандартного метода химического травления печатных плат. Геометрические размеры кольцевого резонатора: радиус внутреннего кольца 2.56 мм; толщина колец 1.44 мм; расстояние между кольцами и ширина разрывов в кольцах 0.32 мм. Варакторный диод SMV1233 (Skyworks<sup>TM</sup>) смонтирован в дополнительный разрыв во внешнем кольце, в то время как фотодиоды BPW-34-S (Opto Semiconductors<sup>TM</sup>) и индуктивности LQG18HN22NJ00D (Murata<sup>TM</sup>) смонтированы на небольшие контактные площадки вблизи резонатора, которые не влияют на магнитный резонанс структуры.

Образец метаматериала, выполненный на основе предложенных кольцевых резонаторов, перестраиваемых светом, показан на рис. 1б.

В отличие от структуры разомкнутого кольцевого резонатора, предложенного в [14], в изучаемом кольцевом резонаторе ориентация фотодиодов выбрана так, чтобы обеспечить прямое постоянное смещение на варакторном диоде. Предварительно была исследована вольт-амперная характеристика варакторного диода, из которой находилось напряжение пробоя при прямом смещении, равное 0.85 В. При этом максимальное прямое напряжение, которое можно получить от двух последовательно включенных фотодиодов, составляет 0.75 В.

Для того чтобы измерить магнитный отклик кольцевого резонатора, управляемого светом, нужно возбудить его магнитным полем. Специально для этого была изготовлена симметричная микрополосковая кольцевая антенна. Она располагалась на рассто-

янии 5 мм от поверхности кольцевого резонатора и подсоединялась к векторному анализатору цепей при помощи коаксиального кабеля.

Измеренный коэффициент отражения в кабеле для разных уровней освещенности фотодиодов представлен на рис. 1с. Минимум коэффициента отражения соответствует максимуму энергии, которая передается от антенны к кольцевому резонатору, что происходит на резонансной частоте. Образец освещался настольной лампой. Освещенность измерялась люксметром непосредственно вблизи фотодиодов. Из измеренных характеристик видно, что при увеличении освещенности от 0 до 17 клк происходит сдвиг резонансной частоты с 2.225 до 2.181 ГГц. Стоит отметить, что полученный сдвиг резонансной частоты того же порядка, что и ширина резонанса. Рассматриваемый резонатор можно представить в виде  $RLC$  колебательного контура (см. вставку на рис. 2а). Здесь  $R_{SRR}$  характеризует потери в кольцевом резонаторе;  $L_{SRR} = 9.6$  нГн и  $C_{SRR} = 0.5$  пФ – собственные индуктивность и емкость кольцевого резонатора, которые были оценены по формулам из [21];  $C(V)$  – нелинейная емкость варакторного диода, которая определяется отношением заряда  $Q$  к изменению напряжения  $V$ , или  $C(V) = dQ/dV$ . Типичная зависимость нелинейной емкости варакторного диода от напряжения хорошо аппроксимируется выражением

$$C(V) = C_0 (1 - V/V_f)^{-M}, \quad (1)$$

где  $C_0 = 4.21$  пФ,  $V_f = 11.87$  В и  $M = 6.43$  – параметры, указанные в спецификации варакторного диода. Резонансная частота колебательного контура может быть найдена по формуле  $f = 1/(2\pi\sqrt{L_{SRR}C})$ , где  $C$  – общая емкость последовательно включенных емкости варакторного диода и собственной емкости кольцевого резонатора. При увеличении прямого напряжения увеличивается емкость варакторного диода. Это приводит к увеличению общей емкости колебательного контура и, следовательно, к уменьшению резонансной частоты, что и показано пунктирной линией на рис. 2а.

На рис. 2b представлена измеренная зависимость резонансной частоты изготовленного кольцевого резонатора от освещенности. Величина постоянного напряжения, вырабатываемого фотодиодом, в зависимости от освещенности может быть приблизительно оценена по формуле

$$V = \left(\frac{kT}{e}\right) \ln(I_L/I_S + 1), \quad (2)$$

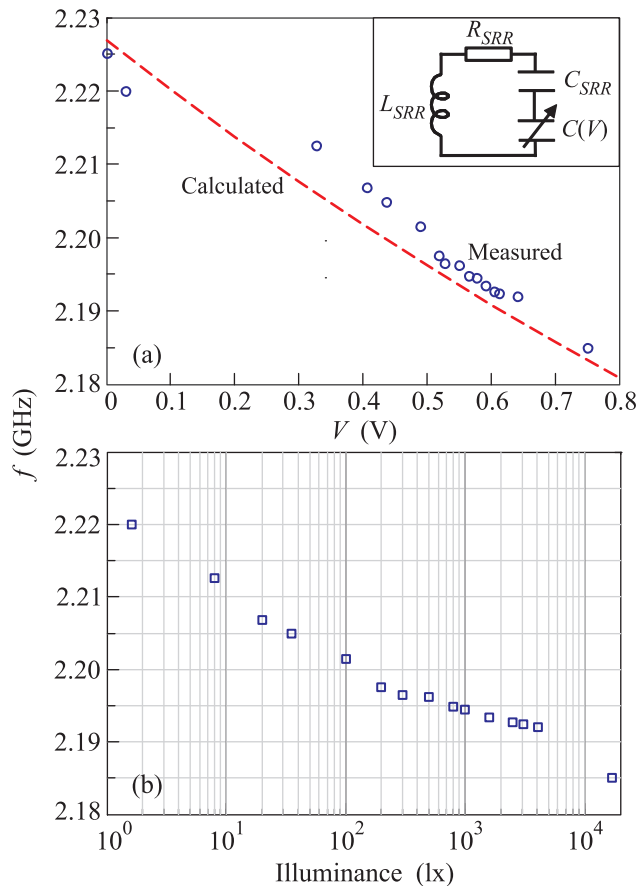


Рис. 2. (а) – Резонансная частота разомкнутого кольцевого резонатора как функция прямого напряжения на варакторном диоде. Пунктирной линией показана рассчитанная характеристика; точками представлены результаты экспериментального исследования (рис. 2b), пересчитанные по формуле (2). (b) – Измеренная резонансная частота резонатора, перестраиваемого светом, в зависимости от освещенности

где  $k$  – константа Больцмана;  $T$  – абсолютная температура фотодиода;  $e$  – заряд электрона;  $I_L$  – ток, генерируемый при воздействии света;  $I_S$  – обратный ток насыщения фотодиода. Значения  $I_L$  и  $I_S$  приведены в спецификации фотодиода. Экспериментальные данные, приведенные на рис. 2b, были пересчитаны по формуле (2). Они показаны точками на рис. 2a для сравнения с рассчитанной зависимостью.

**3. Разомкнутый кольцевой резонатор с перестраиваемой нелинейностью.** Рассмотрим нелинейный последовательный колебательный контур (см. вставку на рис. 2а), в котором емкость варакторного диода  $C(V)$  изменяется по нелинейному закону (1). Из условия  $C(V) = dQ/dV$  можно найти заряд как

$$Q = \frac{C_0 V_f}{1 - M} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{V}{V_f} \right)^{1-M} \right]. \quad (3)$$

Предположив, что  $V < V_f$ , напряжение на варакторном диоде можно выразить через заряд:

$$V(q) = V_f \left[ 1 - \left( 1 - q \frac{1 - M}{V_f} \right)^{\frac{1}{1-M}} \right], \quad (4)$$

где  $q = Q/C_0$  – нормированный заряд. Дифференциальное уравнение колебательного контура имеет вид

$$-L_{SRR} \left( \frac{dI}{dt} \right) - R_{SRR} I - V(q) = A(t), \quad (5)$$

где  $I$  – ток в резонаторе,  $A(t) = A \cos \omega t$  – внешнее гармоническое воздействие с амплитудой  $A$  и угловой частотой  $\omega$ . При малом уровне возбуждения ток в резонаторе можно определить как  $I = dQ/dt$ . Тогда уравнение (5) принимает вид

$$\ddot{q} + \gamma \dot{q} + \omega_0^2 V(q) = -\omega_0^2 A(t), \quad (6)$$

где  $\gamma = \omega_0 R_{SRR} C$ ,  $\omega_0 = 1/\sqrt{L_{SRR} C}$ . Разложив  $V(q)$  в ряд Тейлора при малых амплитудах внешней силы и отбросив члены высших порядков, получим  $V(q) \approx q - q^2/(2V_f) + M(2M - 1)q^3/(6V_f^2)$ . После подстановки в (6) получаем уравнение

$$\ddot{q} + \gamma \dot{q} + (\omega_0^2 + \alpha q + \beta q^2)q = -\omega_0^2 A \cos \omega t, \quad (7)$$

где  $\alpha = -\omega_0^2 M/(2V_f)$ ,  $\beta = \omega_0^2 M(2M - 1)/(2V_f^2)$ . Положив малыми нелинейность, диссипацию и амплитуду внешней силы, нелинейное уравнение (7) можно решить методом медленно меняющихся амплитуд [22]. Решение уравнения для разной амплитуды внешней силы  $A$  показано на рис. 3а. Когда амплитуда внешней силы мала, резонансные кривые описываются однозначными функциями и напоминают резонансные кривые линейного колебательного контура с затуханием. По мере увеличения амплитуды внешнего воздействия резонансные характеристики приобретают наклон в сторону увеличения частоты. При некотором значении амплитуды внешнего воздействия возможно существование области бистабильности. Чем больше амплитуда, тем сильнее наклон. Таким образом, увеличение амплитуды внешней силы вызывает увеличение резонансной частоты. При увеличении освещенности, что эквивалентно увеличению емкости варакторного диода, можно наблюдать сдвиг нелинейных характеристик вниз по частоте, как это показано на рис. 3б на примере нелинейной характеристики для уровня мощности возбуждающего сигнала 14 дБм. Для проверки теоретических результатов,

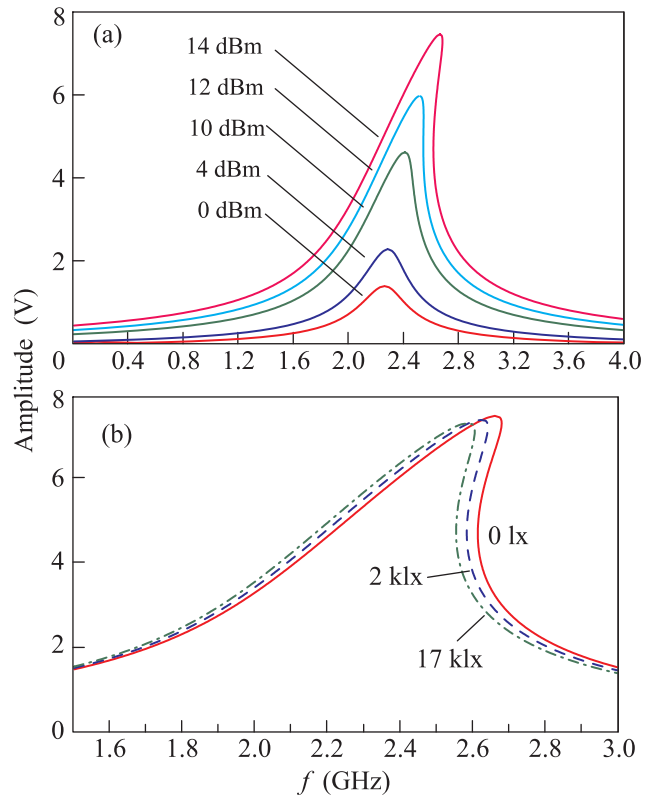


Рис. 3. (а) – Резонансная характеристика нелинейного колебательного контура для уровня мощности возбуждающего воздействия от 0 до 14 дБм. (б) – Резонансная характеристика для уровня мощности 14 дБм при разном уровне освещенности

были произведены нелинейные измерения кольцевого резонатора. На рис. 4 показан измеренный относительный сдвиг резонансной частоты разомкнутого кольцевого резонатора при изменении мощности возбуждающего сигнала от 4 до 14 дБм и освещенности от 0 до 4 клк. При мощности возбуждаемого сигнала 0 дБм и освещенности образца 0 лк резонансная частота равна  $f_0 = 2.32$  ГГц. Увеличение мощности возбуждаемого сигнала до 14 дБм при постоянной освещенности 0 лк позволяет сдвинуть резонансную частоту вверх на 70 МГц. При увеличении освещенности до 4 клк и постоянной мощности возбуждающего сигнала 4 дБм резонансная частота сдвигается вниз на 30 МГц.

Как показано теоретически, при больших значениях амплитуды внешнего воздействия возникает область бистабильности. Эти теоретические предсказания были подтверждены экспериментально при исследовании разомкнутого кольцевого резонатора для мощности 14 дБм. На рис. 5 показан коэффициент отражения кольцевого резонатора, измеренный при увеличении и уменьшении частоты. Наблюдается

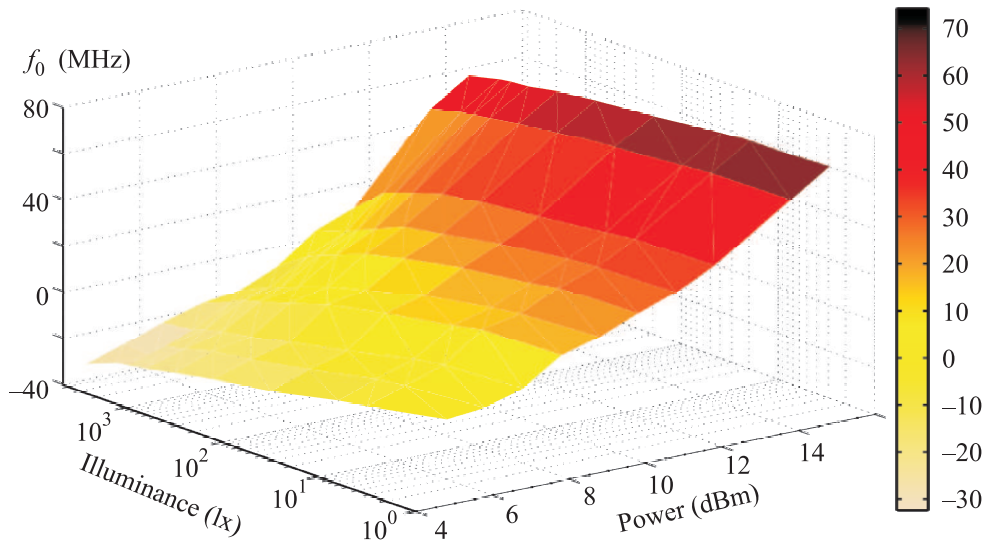


Рис. 4. Экспериментально измеренный сдвиг резонансной частоты разомкнутого кольцевого резонатора под воздействием мощности и освещенности

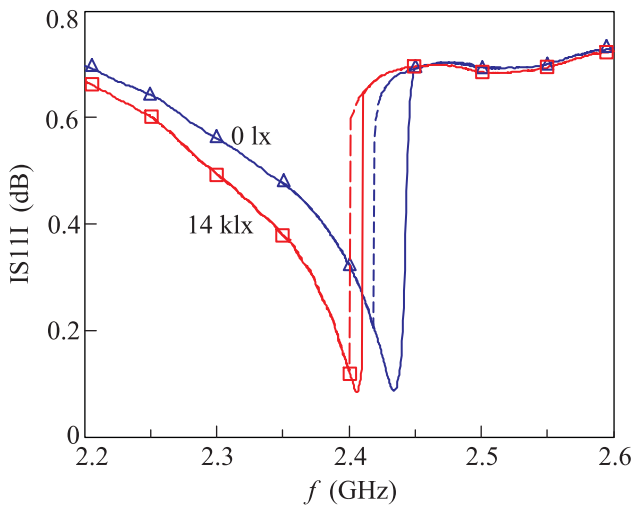


Рис. 5. Экспериментально измеренный гистерезис при освещенностях в 0 и 14 клк. Сплошной линией показан прямой, а штриховой – обратный проход по частоте

бистабильное поведение характеристик в высокочастотной части резонансной кривой. Отметим, что при увеличении освещенности происходит сдвиг характеристик вниз по частоте.

**4. Заключение.** В данной работе исследованы свойства разомкнутого кольцевого резонатора, нагруженного на варакторный диод, прямое напряжение на котором поступает от фотодиодов, интегрированных в тот же самый элемент. Показано, что магнитный отклик кольцевого резонатора перестраивается вниз по частоте при увеличении освещенности. Кроме того, исследован нелинейный отклик разработанного резонатора при изменении мощности воз-

буждающего сигнала. Экспериментально показано, что при увеличении мощности резонансный отклик сдвигается вверх по частотному диапазону. Предложенные кольцевые резонаторы могут быть использованы для разработки метаматериалов нового типа с нелинейным откликом, перестраиваемым внешним источником света.

Исследования выполнены в Санкт-Петербургском государственном университете информационных технологий, механики и оптики при финансовой поддержке в рамках гранта Правительства Российской Федерации для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования (договор # 11.G34.31.0020 от 28 ноября 2010 г.). Авторы выражают признательность С.И. Масловскому, Д.С. Филонову и Р.Е. Носкову за участие в проекте и благодарят за поддержку Министерство образования Российской Федерации, фонд “Династия” Дмитрия Зимина, Australian Research Council (Australia) и EPSRC (UK).

1. В.Г. Веселаго, Успехи физических наук **8**, 2854 (1967).
2. J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, Phys. Rev. Lett. **76**, 4773 (1996).
3. J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **47**, 2075 (1999).
4. P. Markos and C. M. Soukoulis, Phys. Rev. E **65**, 036622 (2002).

5. D. R. Smith, W. Padilla, D. C. Vier et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4184 (2000).
6. C. G. Parazzoli, R. B. Greegor, K. Li et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 107401 (2003).
7. N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Electromagnetic Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*, Wiley and Sons., 2006.
8. D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier et al., *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4184 (2000).
9. R. A. Shelby, D. R. Smith, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 489 (2001).
10. J. Huangfu, L. Ran, H. Chen et al., *Appl. Phys. Lett.* **84**, 1537 (2004).
11. V. A. Podolsky, A. K. Sarychev, and V. M. Shalaev, *Opt. Express* **11**, 735 (2003).
12. R. C. McPhedran, I. V. Shadrivov, B. T. Kuhlmeiy, and Yu. S. Kivshar, *NPG Asia Mater.* **3**, 100 (2011)
13. I. V. Shadrivov, S. K. Morrison, and Yu. S. Kivshar, *Opt. Express* **14**, 9344 (2006).
14. P. V. Kapitanova, S. I. Maslovski, I. V. Shadrivov et al., *Appl. Phys. Lett.* **99**, 251914 (2011).
15. A. A. Zharov, I. V. Shadrivov, and Y. S. Kivshar, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 037401 (2003).
16. D. A. Powell, I. V. Shadrivov, Yu. S. Kivshar, and M. V. Gorkunov, *Appl. Phys. Lett.* **91**, 144107 (2007).
17. B. Wang, J. Zhou, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, *Opt. Express* **16**, 16058 (2008).
18. D. Wang, L. Ran, H. Chen et al., *Appl. Phys. Lett.* **91**, 164101 (2007).
19. I. V. Shadrivov, A. B. Kozyrev, D. W. van der Weide, and Yu. S. Kivshar, *Opt. Express* **16**, 20266 (2008).
20. D. Huang, E. Poutrina, and D. R. Smith, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 104104 (2010).
21. R. Marques, F. Martin, and M. Sorolla, *Metamaterials with Negative Parameters: Theory, Design and Microwave Applications*, Wiley-Interscience, 2008.
22. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Mechanics, Course of Theoretical Physics*, vol. 1, 3rd Edition, Pergamon Press, 1976.