Письма в ЖЭТФ, том 95, вып. 12, с. 718 – 721

Локальные моды в структурах с многокомпонентной плазмой

А. В. Чаплик[1)]

Институт физики полупроводников им. Ржанова СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 3 мая 2012 г.

Найдены законы дисперсии поверхностного плазмона в характерном для топологического изолятора случае сосуществования 2D- и 3D-плазмы. Исследованы обусловленные 2D- и 1D-дефектами локальные плазменные моды в многослойной сверхрешетке (СР) и в СР из квантовых проволок.

Введение. Существует тесная аналогия между электронными и плазмонными спектрами кристаллов в смысле влияния на них геометрических дефектов. Так, наличие свободной поверхности приводит к возникновению таммовских уровней для электронов и поверхностной плазменной моды, когда в объеме имеются мобильные носители заряда. Если таммовская зона не полностью заполнена, то возникает двухкомпонентная плазменная система с различными размерностями компонент плазмы – 2D и 3D, электростатическое взаимодействие между которыми существенно меняет закон дисперсии локализованного у поверхности плазмона. Аналогичная ситуация реализуется в топологическом изоляторе с неидеальным (легированным) объемом. Такой симбиоз 2D- и 3D-плазмы будет рассмотрен в п.2 предлагаемой работы. В п.3 исследуются многослойная и латеральная СР одномерных проводников с одним дефектным элементом. Под этим подразумевается квантовая яма или квантовая проволока с параметрами, отличными от окружающих элементов (другая концентрация или эффективная масса носителей). Будет показано, что аналогично электронным (а также фононным) спектрам дефектных кристаллов в данном случае возникает локальная плазменная мода, частота которой лежит вне зоны частот плазмонов идеальных сверхрешеток.

2. Поверхностный плазмон в присутствии 2D-плазмы на поверхности.

Рассматривается полупространство $z < 0$, занятое кристаллом, содержащим плазму с концентрацией N_v и массой частиц m_v. На плоскости $z = 0$ расположен двумерный плазменный слой с соответствующими параметрами N_s и m_s. Вывод закона дисперсии поверхностного плазмона хорошо известен (см., например, [1]). В нашем случае меняется граничное условие на плоскости $z = 0$: скачок тангенциальных компонент магнитного поля определяется поверхностными токами, текущими в 2D плазменном слое. Пусть волна бежит вдоль оси x и затухает в обе стороны от границы при $z \to \pm\infty$. Вдоль направления y система однородна. Отличны от нуля компонента магнитного поля H_y и компоненты электрического поля E_x, E_z. Высокочастотную диэлектрическую проницаемость среды при $z < 0$ запишем в виде $\varepsilon_- = \varepsilon_0 - \omega_0^2/\omega^2$, где $\omega_0^2 = 4\pi e^2 N_v/m_v$, ε_0 – фоновая диэлектрическая проницаемость. При $z > 0$ диэлектрическая проницаемость равна ε_+.

Из уравнений Максвелла следуют система ($\varepsilon = \varepsilon_-$ или ε_+):

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \frac{i\omega\varepsilon}{c} E_x, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= -\frac{i\omega\varepsilon}{c} E_z, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \frac{i\omega}{c} H_y, \end{aligned} \tag{1}$$

и граничное условие при $z = 0$:

$$H_y^+ - H_y^- = \frac{4\pi i}{c} E_x \frac{N_s e^2}{m_s \omega}. \tag{2}$$

В (2) записана бесстолкновительная проводимость 2D-плазмы на частоте ω. Подставляя решения для полей, пропорциональные $\exp(ikx - p_\pm|z|)$, из (1) как условие нетривиальности решения находим

$$p_\pm^2 = k^2 - \varepsilon_\pm \omega^2/c^2. \tag{3}$$

Затем из граничного условия (2) получаем окончательно дисперсионное уравнение поверхностной плазменной моды:

$$\frac{\varepsilon_+ \omega^2}{\sqrt{k^2 - \varepsilon_+ \dfrac{\omega^2}{c^2}}} + \frac{\varepsilon_0 \omega^2 - \omega_0^2}{\sqrt{k^2 + \dfrac{\omega_0^2}{c^2} - \varepsilon_0 \dfrac{\omega^2}{c^2}}} = \frac{4\pi e^2 N_s}{m_s}. \tag{4}$$

В отсутствие 3D-плазмы $\omega_0 = 0$ и (4) дает известный закон дисперсии 2D плазмона с учетом запаздывания, линейный при $k \to 0$ и корневой при $ck \gg \omega$, т.е.

[1)] e-mail: chaplik@isp.nsc.ru

при $k \gg 4\pi e^2 N_s/m_s c^2$. Заметим, что в этом случае наклон кривой $\omega(k)$ при $k \to 0$ определяется бóльшим из двух значений, ε_+ и ε_0: $\omega \sim ck/\sqrt{\max(\varepsilon_+, \varepsilon_0)}$ (чтобы левая часть (4) оставалась вещественной). В области же корневой зависимости $\omega(k)$ фигурирует средняя диэлектрическая проницаемость:

$$\omega^2 = 2\pi e^2 N_s k/m_s\bar{\varepsilon}, \quad \bar{\varepsilon} = (\varepsilon_0 + \varepsilon_+)/2.$$

Если же в объеме имеется плазма, то при самых малых k наклон определяется диэлектрической постоянной той среды, в которой плазма отсутствует: $\omega = ck/\sqrt{\varepsilon_+}$. Область существования этой асимптотики дается неравенством $ck \ll \omega_0$. Действительно, в этом пределе второе слагаемое в (4) при $k \to 0, \omega \to 0$ стремится к константе и уравнение приобретает вид

$$\frac{\varepsilon_+\omega^2}{\sqrt{k^2 - \varepsilon_+\omega^2/c^2}} = \frac{4\pi e^2 N_s}{m_s} + \omega_0 c, \tag{5}$$

откуда следует асимптотический закон $\omega = ck/\sqrt{\varepsilon_+}$ $(k \to 0)$. Если же $k \gg \omega_0/c$, но все еще мало по сравнению с импульсами, характерными для корневой области дисперсии, т.е. $k \ll 4\pi e^2 N_s/m_s c^2$, то существует область с почти линейным поведением $\omega(k)$, но с другим наклоном: $\omega \approx ck/\sqrt{\varepsilon_0}$. Совместимость приведенных условий на k требует выполнения неравенства $\omega_0 \ll 4\pi e^2 N_s/m_s c$, что можно записать в виде $N_v \ll N_s^{3/2}(m_v/m_s)(e^2/\hbar c)v_{0s}/c$, где v_{0s} – фермиевская скорость электронов в 2D-плазме. Если m_v и m_s одного порядка, $N_s \sim 10^{11}\,\text{см}^{-2}$, а эффективная масса $\sim 0.1 m_0$, имеем $N_v \lesssim 10^{11}\,\text{см}^{-3}$. При этом для частоты, разделяющей области разных наклонов, получается оценка $\omega_0 \lesssim 10^{10}\,\text{с}^{-1}$.

В квазистатическом пределе больших k, когда $ck \gg \omega$, частота поверхностного плазмона определяется суммой констант жесткости эффективных осцилляторов (т.е. 2D-плазмона и поверхностного плазмона в отсутствие 2D-слоя на поверхности):

$$\omega^2 = \frac{\omega_0^2}{\varepsilon_0 + \varepsilon_+} + \frac{4\pi e^2 N_s k}{m_s(\varepsilon_0 + \varepsilon_+)}. \tag{6}$$

В случае топологического изолятора закон дисперсии поверхностных электронов линеен [2]: $E = v_0 p$, где p – модуль двумерного импульса. Тогда изменяется лишь коэффициент при $1/\omega$ в правой части граничного условия (2):

$$H_y^+ - H_y^- = iE_x e^2 k_\text{F} v_0/\hbar\omega c,$$

где k_F – фермиевский импульс. Следовательно, все сказанное выше о законе дисперсии поверхностного плазмона остается в силе.

В заключение этого раздела надо сделать следующее замечание. В рассмотренной задаче мы имеем дело с двухкомпонентной плазмой – 2D-плазмон в поверхностном слое и поверхностный плазмон в полупространстве с 3D-плазмой. Но если слой лежит непосредственно на границе полупространства, то получается лишь одна ветвь плазменных колебаний. Нетрудно показать, что при наличии диэлектрического промежутка между 2D-слоем и границей полупространства ветвей будет две: синфазная (оптический плазмон) и противофазная (акустический плазмон). Частота последней стремится к нулю для всех k при уменьшении толщины диэлектрического промежутка. Здесь имеется полная аналогия с системой двух 2D плазменных слоев (см. [3]).

3. Дефектный слой в многослойной сверхрешетке. Рассмотрим многослойную СР с периодом Δ, слои которой перпендикулярны оси z и в которой имеется один дефектный слой при $z = a$. Концентрация и эффективная масса в слоях равны N и m, а в дефектном слое – N_0 и m_0. Уравнение Пуассона в фурье-представлении по x, y имеет вид

$$\varphi''_{zz} - k^2\varphi = -4\pi e\Big[\sum_n \widetilde{N}_n(k)\delta(z - n\Delta) + \\ + \widetilde{N}_0(k)\delta(z - a)\Big], \tag{7}$$

где $\widetilde{N}_n, \widetilde{N}_0$ – переменные части концентраций, связанные с плазменной волной. Функция Грина уравнения (7) дается формулой $(-1/2k)\exp k|z - z_0|$. С ее помощью получаем формальное решение уравнения (7) и, полагая сначала $z = m\Delta$, а затем $z = a$, приходим к системе уравнений:

$$\varphi_m + \frac{2\pi e^2}{k}\Big[\sum_n e^{-k\Delta|m-n|}\Pi(\omega, k)\varphi_n + \\ + \Pi_0 e^{-k|m\Delta - a|}\varphi(a)\Big] = 0, \tag{8}$$

$$\varphi(a) + \frac{2\pi e^2}{k}\Big[\sum_n e^{-k|n\Delta - a|}\Pi(\omega, k)\varphi_n + \\ + \Pi_0\varphi(a)\Big] = 0.$$

Здесь $\varphi_m = \varphi(m\Delta)$, Π и Π_0 – поляризационные операторы 2D-газа в слоях СР и в дефектном слое соответственно. Дисперсия локальной моды, связанной с дефектом, получается из условия нетривиальности решения бесконечной системы (8) при условии $\varphi(a) \neq 0$ (если $\varphi(a) = 0$, то, как легко понять, получится зонный спектр идеальной СР). Для решения системы (8) введем производящую функцию $\Phi(\psi) = \sum_n \varphi_n e^{in\psi}$,

$-\pi < \psi \le \pi$. Умножая первое из уравнений (8) на $e^{im\psi}$ и суммируя по m, после несложных преобразований можно получить

$$[1+\gamma\Pi R(\psi)]\,\Phi(\psi)+\gamma\Pi_0\varphi(a)T(\psi,a)=0,$$
$$1+\gamma\Pi_0\varphi(a)+\gamma\Pi\sum_n\varphi_n e^{-k|n\Delta-a|}=0, \qquad (9)$$

где $\gamma\equiv 2\pi e^2/k$,

$$R(\psi)=\sum_n e^{-k\Delta|n|-in\psi}=\frac{\sinh k\Delta}{\cosh k\Delta-\cos\psi}, \qquad (10)$$

$$T(\psi,a)=\sum_n e^{-k|n\Delta-a|+in\psi}=$$
$$=\frac{\sinh k(\Delta-a)+\sinh ka\cdot e^{i\psi}}{\cosh k\Delta-\cos\psi}. \qquad (11)$$

Здесь без ограничения общности считается, что $0<a<\Delta$. Исключая $\varphi(a)$ из уравнений (9), можно получить интегральное уравнение на функцию $\Phi(\psi)$:

$$(1+\gamma\Pi_0)\,\Phi(\psi)=$$
$$=\frac{\gamma^2\Pi\Pi_0T(\psi,a)}{1+\gamma\Pi R(\psi)}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\Phi(\psi')T^*(\psi')\frac{d\psi'}{2\pi}. \qquad (12)$$

Интеграл в правой части (12) пропорционален $\varphi(a)$. Предполагая, как уже было сказано, что $\varphi(a)\neq 0$, умножим (12) на $T^*(\psi',a)$, проинтегрируем обе части по ψ, разделим на этот интеграл и получим окончательно дисперсионное уравнение для локальной моды:

$$1=\frac{\gamma^2\Pi(\omega,k)\Pi_0(\omega,k)}{1+\gamma\Pi_0}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{|T(\psi,a)|^2}{1+\gamma\Pi R(\psi)}\frac{d\psi}{2\pi}. \qquad (13)$$

Как известно, в идеальной СР спектр плазмонов описывается зоной $\omega=\omega(k,q)$, где q – квазиимпульс, изменяющийся в пределах первой зоны Бриллюэна: $-\pi/\Delta<q\le\pi/\Delta$. Потолок зоны расположен при $q=0$, $k=0$, где частота равна $(4\pi e^2N/m\Delta)^{1/2}=\omega_{3\mathrm{D}}$ (объемной плазменной частоте для средней плотности носителей N/Δ). Найдем дисперсию локальной моды в области малых продольных импульсов, $k\Delta\ll 1$. При $k=0$ подынтегральная функция в (13) имеет острый максимум при $\psi=0$. Подставим в (13) выражения для R и T в области $k\Delta\ll 1$, $\psi\ll 1$:

$$T(\psi)\approx R(\psi)\simeq\frac{2k\Delta}{(k^2+q^2)\Delta^2},\quad q\equiv\psi/\Delta, \qquad (14)$$

и поляризационные операторы в длинноволновом пределе $k\ll k_{\mathrm{F}}$: $\Pi=-Nk^2/m\omega^2$, $\Pi=-N_0k^2/m_0\omega^2$. Можно распространить область интегрирования по q до $\pm\infty$ и получить

$$1=\frac{2\pi e^2N_0k}{m_0\omega^2}\left(1-\frac{\omega_{3\mathrm{D}}^2}{\omega^2}\right)^{-1/2}. \qquad (15)$$

В рассматриваемом континуальном приближении, $k\Delta\ll 1$, результат не зависит от положения дефектного слоя: величина a не входит в уравнение (15). Следовательно, можно считать, что изменились параметры одного из собственных слоев СР. Если $N_0<0$, то в дефектном слое полная концентрация меньше, чем в окружающих слоях. Тогда локальная мода отсутствует (нет решений уравнения (15)). При $N_0>0$ концентрация в дефектном слое повышена. Обозначая $2\pi e^2N_0k/m_0$ через $\omega_{2\mathrm{D}}^2$ (частота 2D-плазмона в изолированном слое с концентрацией N_0), получим

$$\omega_0^2(k)=\omega_{3\mathrm{D}}^2/2+\sqrt{\omega_{3\mathrm{D}}^4/2+\omega_{2\mathrm{D}}^4(k)} \qquad (16)$$

(второй корень уравнения (15) отброшен, так как он дает $\omega_0^2<0$). Как и следовало ожидать, $\omega_0^2>\omega_{3\mathrm{D}}^2$, т.е. частота локальной моды лежит выше потолка зоны идеальной СР. Локальная мода возникает при сколь угодно малом возмущении $N_0>0$. Это общее свойство одномерных (и двумерных) систем.

4. Латеральная СР одномерных проводников. В данном случае система уравнений, аналогичная (8), имеет вид

$$\varphi_m=2e^2\Pi_{1\mathrm{D}}\sum_n K_0(q\Delta|m-n|)\varphi_n+$$
$$+2e^2\Pi_iK_0(q|m\Delta-a|), \qquad (17)$$
$$\varphi(a)=2e^2\Pi_{1D}\sum_n K_0(q|n\Delta-a|)\varphi_n+$$
$$+2e^2\Pi_iK_0(qr_0)\varphi(a).$$

Здесь $\Pi_{1\mathrm{D}}$ и Π_i – поляризационные операторы одномерного газа собственных и “примесной” проволок, K_0 – функция МакДональда, r_0 – радиус обрезания порядка диаметра проволоки, q – одномерный импульс. Применяя тот же метод, что и в п.3, получим дисперсионное уравнение локальной моды:

$$1=\frac{4e^4\Pi_i(\omega,q)\Pi_{1\mathrm{D}}(\omega,q)}{1+2e^2\Pi_iK_0(qr_0)}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\frac{|T_{1\mathrm{D}}(\psi,a)|^2}{1+2e^2\Pi_{1\mathrm{D}}R_{1\mathrm{D}}(\psi)}\frac{d\psi}{2\pi}, \qquad (18)$$

$$T_{1\mathrm{D}}(\psi,a)=\sum_m e^{im\psi}K_0(q|m\Delta-a|),$$
$$R_{1\mathrm{D}}(\psi)=T_{1D}(\psi,a=0).$$

Потолок зоны идеальной СР теперь дается формулой

$$\omega_{\max}^2 = \omega_{2\mathrm{D}}^2(q) + \omega_{1\mathrm{D}}^2(q),$$
$$\omega_{2\mathrm{D}}^2(q) = 2\pi e^2 N_L q/m\Delta, \qquad (19)$$
$$\omega_{1\mathrm{D}}^2(q) = 2e^2 N_L q^2 K_0(qr_0)/m,$$

где N_L – линейная плотность электронов. В приближении $q\Delta \ll 1$ интеграл в (18) вычисляется и дисперсионное уравнение приобретает вид

$$\frac{(\omega^2 - \omega_i^2)K_0(qr_0)}{\omega_{2\mathrm{D}}^2\omega_i^2} = \frac{2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_{1\mathrm{D}}^2)^2 - \omega_{2\mathrm{D}}^4}} \times$$
$$\times \arctan\sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_{1\mathrm{D}}^2 + \omega_{2\mathrm{D}}^2}{\omega^2 - \omega_{1\mathrm{D}}^2 - \omega_{2\mathrm{D}}^2}}, \qquad (20)$$

где $\omega_i^2 = 2e^2 N_i q^2 K_0(qr_0)/m$. Снова видно, что решение уравнения (20) дает частоту локальной моды $\omega^2 > \omega_{\max}^2$ (выше потолка зоны), причем при $N_i \to 0$ получается $\omega^2 - \omega_{\max}^2 \approx \pi^2\omega_{2\mathrm{D}}^2\omega_i^4/2\omega_{\max}^4 \sim N_i^2$. Так же квадратично по N_0 стремится к нулю расстояние между частотой локальной моды и потолком зоны для многослойной СР (см. (16)). Упомянутая в начале статьи аналогия между плазмонным и электронным спектрами прослеживается и здесь: такое поведение ($\omega^2 - \omega_{\max}^2 \sim N_i^2, N_0^2$) соответствует квадратичной зависимости уровня энергии в одномерной мелкой потенциальной яме от ее глубины [4].

Работа поддержана грантом РФФИ # 11-02-12142 и программами РАН.

1. R. H. Ritchie, Phys. Rev. **106**, 874 (1957).
2. Б. А. Волков, О. А. Панкратов, Письма в ЖЭТФ **42**, 145 (1985).
3. Р. З. Витлина, А. В. Чаплик, ЖЭТФ **81**, 1011 (1981).
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика*, М.: Наука, 1974, с. 196.